



CAIM 2024

Proceedings of THE 31st CONFERENCE ON APPLIED AND INDUSTRIAL MATHEMATICS

Communications in Education

**September 19-22, 2024
Oradea, Romania**

**Published by MATRIX ROM
Bucharest, 2024**

The 31st conference on applied 'primele pagini.pdf' and industrial mathematics

was hosted by University of Oradea, 0087, Bihor, Romania,

<https://www.uoradea.ro>

"Ion Creanga" State Pedagogical University of Chişinău, Faculty of Physics, Mathematics and Information Technologies contributed as a co-organizer, within the CAIM 2024 international conference, to the publication of the volume "Proceedings of the 31th Conference on Applied and Industrial Mathematics, Communications in Education" and to the good conduct of section 8 - "Education"

The articles of this volume were recommended for publication by the Scientific Council of the Faculty of Physics, Mathematics and Information Technologies, „Ion Creangă” State Pedagogical University of Chişinău, Republic of Moldova

Authors are fully responsible for the content of their papers

Editor: prof. Liubomir Chiriac

Technical editor: Maria Pavel

The publication of this volume was sponsored by Romanian Society of Applied and Industrial Mathematics.

ISSN 3061-3477

ISSN-L 3061-3477

Volume published by MATRIX ROM Bucharest

Email: office@matrixrom.ro

Web: www.matrixrom.ro

TABLE OF CONTENTS

FOREWORD	5
AFANAS Dorin, BRIGALDA Arina. Propeller geometry of an unmanned aerial vehicle	8
BALMUS Nicolae. Mathematical modelling and computer-aided simulation of some problems of launching and handling of satellite in the earth-moon gravity field.....	15
BOGDANOVA Violeta, CHIRIAC Liubomir. Modelling of information system security by fuzzy logic methods	24
BOSTAN Marina. Integration of graph theory in education through the STEAM approach	32
BRAICOV Andrei. New challenges in mathematics and computer science education: case study - Republic of Moldova.....	39
CALMUTCHI Laurentiu, TURAN Ozkan. Developing mathematics research skills through parameter problem solving	42
CHIRIAC Eugenia, GRIGORCEA Sofia, NEDBALIUC Boris, ALUCHI Nicolai, TIGANAS Odetta. The interdependence between the sunflower, mathematics and the house of the future.....	52
CHIRIAC Liubomir, JOSU Natalia. Decision criteria in the games against nature. Theoretical and practical aspects	60
CHIRIAC Liubomir, LUPASCO Natalia, Pavel Maria. Trends in the study of artificial intelligence and machine learning.....	68
CHIRIAC Tatiana. Digital pedagogy: dimensions and conceptual benchmarks	78
FETANU Elisa-Ioana. Research problems for secondary school students in the process of studying mathematics	86
GAVRILA Simona. The impact of educational software and STEAM approach in preparation for the mathematics baccalaureate exam	90
GEORGESCU Raluca Mihaela. Applications with straight lines in three-dimensional euclidian space solved in Maple	96
GLOBA Angela, BAGRIN Diana. Interdisciplinarity – key element in forming programming skills.....	101

GLOBA Angela, GASNAS Ala. Literacy in relation to problem-solving competence.....	109
GRIGORCEA Sofia, GRECU Tatiana, CHIRIAC Eugenia, NEDBALIUC Boris. The STE(A)M project - the stimulus for the development of active-participatory learning competences in biology lessons	118
PAVEL Maria, PAVEL Dorin. Statistical analysis of nominal or ordinal variables in pedagogical research	124
POSTOLACHI Igor, POSTOLACHI Valentina. The STEM approach to astronomy lessons in high school.....	131
POSTOLACHI Igor, POSTOLACHI Valentina. Virtual reality technology for the study of Astronomy	136
TELEUCA Marcel, SALI Larisa. Exploration of some plane geometry problems related to the construction of polygons on the sides of the triangle. Psychodidactic aspects.....	142
TARALUNGA Boris, NEGRU Nicoleta. On the solution of a nonlinear Diophantine equation	154
VASCAN Teodora. Teaching robotics through virtual laboratories	157
VEVERITA Tatiana. Aspects of integrating VR and AR technologies in STEAM education	168

PREFATĂ

Una din competențele-cheie recunoscute la nivel european este formulată astfel: „Competențe în domeniul științei, tehnologiei, ingineriei și matematicii” (Recomandarea Consiliului din 22 mai 2018 privind competențele-cheie pentru învățarea pe tot parcursul vieții. Jurnalul Oficial al Uniunii Europene 2018/C 189/01).

Este cunoscut însă faptul că tinerii manifestă un interes scăzut pentru studierea disciplinelor din domeniul științelor reale și ale naturii, fapt ce duce la o lipsă acută de cadre calificate atât în domeniul educației, cât și în sectoarele economiei reale.

În scopul redresării situației, în mai multe țări dezvoltate, în sistemul educațional se implementează pe larg conceptul STEAM, care presupune studierea integrată a mai multor discipline reale, în special, a Științelor (S), Tehnicii (T), Ingineriei (E) și Matematicii (M). Iar, pentru o dezvoltare armonioasă a elevilor, în acest concept a fost inclusă și arta (A). Totodată, cultivarea și dezvoltarea gândirii analitice și creative, devine o condiție semnificativă în procesul de implementare a conceptului STEM. Acest fapt va conduce la lansarea și dezvoltarea de noi abordări și produse didactice, astfel încât să crească interesul elevilor și studenților în raport cu studierea științelor reale, să conștientizeze conexiunile interdisciplinare (STEAM), inclusiv interconexiunile cu IA, și să le poată aplica la soluționarea diverselor probleme practice, inclusiv a celor ce țin de economia reală.

Este cunoscut faptul că sistemele educaționale au fost constituite și dezvoltate pornind de la necesitățile pieței muncii, care s-au format sub influența marilor transformări industriale din secolul trecut.

Revoluțiile industriale au impulsivat semnificativ creșterea economiei mondiale, intensificând procesul de globalizare, influențând și direcționând dezvoltarea sistemelor educaționale preuniversitare și universitare.

Este cunoscut faptul că **Prima revoluție** industrială consta în mecanizarea prin intermediul apei și aburului. Cea de **Doua revoluție** industrială ține de producția de masă, cu ajutorul benzilor rulante puse în funcțiune de energia electrică. **A Treia revoluție** industrială, în scopul automatizării producției, presupunea utilizarea de produse electronice și TIC. Următoarea etapă, **Industrializarea 4.0** presupune că producția industrială de viitor se va dezvolta în simbioză cu echipamentele modern informaționale și comunicaționale. Echipamentele digitale interconectate vor conduce la faptul că sistemele de producție vor fi în stare să se auto-organizeze, astfel încât operatorii, mașinile, instalațiile, logistica și produsele vor „comunica și opera” între ele. Această rețea de interconexiuni va fi implicată în toate etapele care țin de realizarea unui produs: idee, proiectare, producție, logistică, realizare, utilizare, reciclare.

Discuția despre cea de-a patra revoluție industrială continuă și din punct de vedere al **meseriilor de viitor**. Deoarece tehnologiile se dezvoltă foarte dinamic, transformările digitale, dezvoltarea roboților și a inteligenței artificiale este în creștere, cererea pentru profesiile clasice se micșorează. Toate acestea vor conduce în următorii ani la schimbări importante pe piața forței de muncă. În conformitate cu Raportul elaborat de **Forumul Economic Mondial (World Economic Forum)**, până în anul 2027, **se vor crea circa 69 de milioane de locuri de muncă**. Dar, totodată, se vor elimina circa **83 de milioane de posturi**, ceea ce reprezintă o pierdere de **14 milioane de locuri de muncă**.

O parte din aceste **meserii ale viitorului imediat**, prezise de Forumul Economic Mondial, se referă la: *analisti de date, software developers, specialiști Big Data, specialiști digital transformations, profesioniști sales și marketing, profesioniști ai inovației, specialiști digital marketing etc.*

Raportul privind meseriile de **viitor arată că angajatorii apreciază tot mai mult gândirea analitică, critică și creativă, considerându-le ca fiind foarte importante pentru următorii ani și, în mod special, ei solicită competențe digitale avansate și abilități de comunicare și colaborare**. Toate aceste competențe, cu certitudine, pot fi crescute și dezvoltate în mod special la disciplinele STEM.

Problema majoră în contextul dat ține de deficitul profesorilor în domeniul STEM.

În anul 2023, conform datelor oferite de Biroul Național de Statistică, în Moldova activează circa 46.000 de cadre didactice. Totodată, în prezent sistemul educațional din Republica Moldova înregistrează un deficit de 70000 de cadre didactice, situație alarmantă ce a fost anunțată de ministrul Educației și Cercetării, Dan Perciun. Există un deficit enorm de profesori din domeniu STEM: fizică, matematică, chimie, informatică, biologie, robotică etc. Potrivit oficialului, anual, din 1.000 de absolvenți ai instituțiilor cu profil pedagogic doar 30% aleg să se angajeze în instituțiile de învățământ. Pentru a crește atractivitatea meseriei de profesor, Guvernul Republicii Moldova, potrivit ministrului, până în anul 2025, își propune să ofere profesorilor cursuri de formare, să reducă din birocrăția școlară și să majoreze salariile. În contextual dat, președintele Federației Sindicale a Educației din Republica Moldova, Ghenadie Donos, susține că nu avem cadre pentru că nu sunt motivate. Salariul profesorilor, în funcție de calificare, reprezintă circa 50% - 70% din salariul mediu pe economie, care la moment este de circa 13000 MDL.

Școlile din România la fel se confruntă cu un deficit pronunțat de cadre didactice. Din această perspectivă, ministrul Educației din România, Ligia Deca a atras atenția cu privire la lipsa de profesori: „În România, începem să avem un deficit de profesori, în special în materiile STEM”. Totodată în luarea de cuvânt la ONU, ea susține că: „Criza profesorilor din România „mai ales la materiile STEM” nu poate fi rezolvată doar cu măriti de salarii, burse și alte beneficii”. Subliniem faptul că la 1 iunie 2024, salariul profesorului debutant era de circa 3700 RON, iar salariul mediu pe economie pe care ar fi trebuit să-l ridice

era de circa 4000 RON. Astfel, conform datelor Ministerului Educației din România, în anul de învățământ 2023-2024, circa 44600 de profesori suplitori au predat în școli și în grădinițe, cel mai mare număr din ultimii 5 ani.

Problema deficitului de cadre didactice nu este doar una specifică Republicii Moldova ori României. Astfel, potrivit Euronews odată cu începerea anului de învățământ 2023-2024, în UE circa 24 de state membre au declarat că se confruntă cu un deficit simțitor de cadre didactice. Potrivit datelor Eurostat 2021, în școlile din UE activează circa 5.24 milioane de profesori, din care 73% sunt femei iar 27% sunt bărbați. Din totalul profesorilor din UE, aproximativ 39% au vârsta de peste 50 de ani și numai 8% reprezintă profesorii sub 30 de ani. Conform analizei Euronews, motivele centrale care generează deficitul de cadre didactice se referă la: volumul mare de muncă, îmbătrânirea populației de profesori, și, evident, salariile mici comparativ cu salariul mediu pe economie.

În contextul dat pentru a stimula și a încuraja activitatea profesorilor în materiile STEM, în cadrul conferințelor CAIM, începând cu anul 1993, Adelina Georgescu, dr., profesor universitar, primul președinte ROMAI, a formulat problema privind necesitatea abordării, la conferințele respective, a educației în domeniul științelor reale din perspectiva inter/transdisciplinarității (conceptul STEM) ca o soluție practică la provocările timpului.

Editarea acestui volum permite profesorilor din varii domenii: matematică, informatică, biologie, fizică, inteligență artificială, astronomie, să identifice idei și opinii interesante, abordări inovative, interpretări originale ale fenomenelor naturale cercetate, concluzii neordinare etc.

După cum susținea marele matematician român Grigore Moisil, „profesorul este cel care într-o anumită disciplină, știe în fiecare zi mai mult decât ieri, învățându-l pe altul ce știe el azi, îl pregătește pentru ce va afla mâine și care poate să fundeze ceea ce știe într-o anumită disciplină, pe ceea ce știe din celelalte discipline pe care aceasta se reazemă”.

Sperăm că acest volum să fie de bun augur pentru toți acei interesați de dezvoltarea competențelor în domeniu STEM și totodată vrem să credem că va stimula elaborarea noilor abordări educaționale adaptate la cerințele pieței muncii actuale ce ar permite pregătirea adevăraților profesioniști capabili să soluționeze probleme în contextele noi, deseori imprevizibile ale viitorului.

Liubomir CHIRIAC, dr. habilitat, profesor universitar

Maria PAVEL, dr., conferențiar universitar

UDC: 514.7

GEOMETRIA ELICEI UNUI VEHICUL AERIAN FĂRĂ PILOT

Dorin AFANAS, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0001-7758-943X>

e-mail: afanas.dorin@upsc.md

Arina BRIGALDA

e-mail: arisha2720@gmail.com

Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău, Republica Moldova

Rezumat. În general, matematica este considerată ca știința ce studiază modelele de spațiu, modelele de structură, modelele de schimbare, inclusiv relațiile cantitative. În sens modern, matematica poate fi privită ca investigare a structurilor abstracte definite în mod axiomatic folosind logica formală [1].

Un loc important în matematică îl ocupă aparatul Geometriei diferențiale, cu ajutorul căruia putem modela și descrie diferite procese. În cazul când ne referim la zborul unui multirotor, atunci fără elice ar fi imposibil un astfel de zbor, deoarece ele generează forța de portanță, cu ajutorul lor putem manevra vehiculul aerian la distanță, etc. O importanță decisivă în stabilitatea multirotorului o are forma elicei. Din această cauză se impune cunoașterea proprietăților geometrice a elicelor unui vehicul aerian fără pilot care pot fi cercetate în cadrul disciplinei Geometrie diferențială.

Cuvinte-cheie: elice circulară, pasul elicei, triedrul Frenet, parametrizare, curbura și torsiunea elicei, plan osculator, traiectorie.

PROPELLER GEOMETRY OF AN UNMANNED AERIAL VEHICLE

Abstract. In general, mathematics is considered as the science that studies patterns of space, patterns of structure, patterns of change, including quantitative relationships. In the modern sense, mathematics can be seen as the investigation of abstract structures defined axiomatically using formal logic [1].

An important place in mathematics is occupied by the apparatus of Differential Geometry, with the help of which we can model and describe various processes. If we are referring to the flight of a multirotor, then without propellers such a flight would be impossible, because they generate the lift force, with their help we can maneuver the aerial vehicle at a distance, etc. Of decisive importance in the stability of the multirotor is the shape of the propeller. For this reason, it is necessary to know the geometric properties of the propellers of an unmanned aerial vehicle that can be researched within the discipline of Differential Geometry.

Key-words: circular helix, helix pitch, Frenet trihedral, parameterization, helix curvature and torsion, osculating plane, trajectory.

1. Noțiuni teoretice

Pentru a conștientiza metodele Geometriei diferențiale este necesar să ne axăm pe repere teoretice din cadrul următoarelor teme:

- ◆ Sistemul rectangular cartezian de coordonate în spațiu.
- ◆ Algebra vectorială.
- ◆ Ecuațiile planului.
- ◆ Vectorul director al drepte.

- ◆ Ecuațiile drepte în spațiu.
- ◆ Teoria determinantilor.
- ◆ Suprafața cilindrică.
- ◆ Generatoarele suprafeței cilindrice.
- ◆ Derivata de ordinul întâi. Sensul geometric.
- ◆ Derivata de ordinul doi și trei.
- ◆ Integrala definită.
- ◆ Conceptul de parametrizare a unei curbe (traietorii), inclusiv a celei naturale.
- ◆ Ecuațiile tangentei la o curbă.
- ◆ Curbura curbei.
- ◆ Torsiunea curbei.
- ◆ Planul osculator și ecuația lui.
- ◆ Planul rectificant.
- ◆ Triedrul Frenet.
- ◆ Normala principală la curbă.
- ◆ Binormala curbei.
- ◆ Definiția elicei circulare.
- ◆ Pasul elicei.

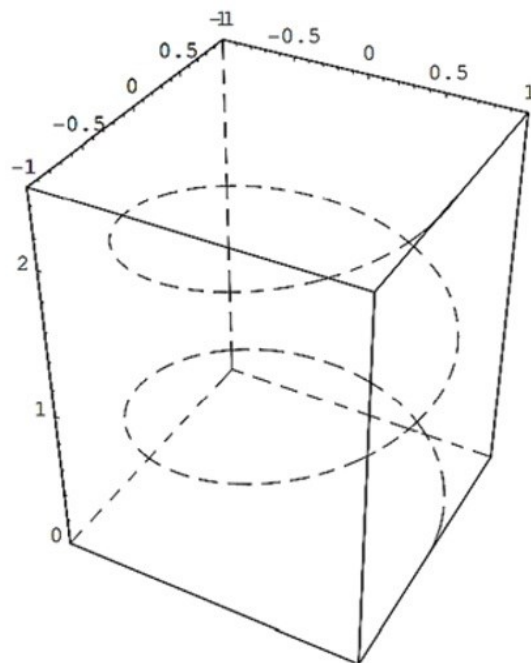


Figura 1. Elice circulară

Se începe activitatea cu următoarele definiții:

- deplasarea punctului pe un cilindru circular așa încât deplasarea de-a lungul axei de rotație a cilindrului este proporțională cu măsura unghiului de rotație în jurul aceleiași axe, ne descrie o curbă care se numește *elice circulară* (vezi fig. 1);
- pentru elicea circulară distanța dintre oricare două puncte succesive ale ei, situate pe aceeași generatoare a cilindrului, este o mărime constantă. Această mărime constantă se numește *pasul elicei*.

Se continuă activitatea cu rezolvarea problemei despre parametrizarea naturală a elicei, apoi se trece la probleme de tipul:

Elicea circulară se determină de parametrizarea:

$$\vec{r}: R \rightarrow R^3, \quad \vec{r} = \vec{r}(t).$$

- a) Scrieți ecuația tangentei la elice în punctul curent.
- b) Demonstrați că tangenta la elice formează cu generatoarele suprafeței cilindrice, pe care se află elicea, un unghi cu măsura constantă.
- c) Calculați curbura elicei.
- d) Scrieți ecuația planului osculator în punctul curent.
- e) Scrieți ecuațiile axelor și planelor triedrului Frenet atașat elicei în punctul curent.
- f) Determinați versorii triedrului Frenet.

- g) Demonstrați că normalele principale a elicei formează un unghi drept cu generatoarele suprafeței cilindrice pe care se află elicea.
- h) Demonstrați că binormalele elicei formează cu generatoarele suprafeței cilindrice, pe care se află elicea, un unghi de măsură constantă.
- i) Aflați raportul dintre curbura și torsiunea elicei.
- j) Demonstrați că raportul dintre curbura și torsiunea elicei este o mărime constantă.

2. Modele de probleme cu rezolvări

Problema 2.1. Elicea circulară se determină de ecuațiile:

$$\begin{cases} x = a \cos t, \\ y = a \sin t, \\ z = bt. \end{cases}$$

Determinați parametrizarea naturală a ei [3, formula (2.8), p. 21].

Rezolvare. Printr-o substituție de parametru, obținem:

$$\vec{r}(\tau) = \{a \cos \tau; a \sin \tau; b\tau\}, \quad \vec{r}'(\tau) = \{-a \sin \tau; a \cos \tau; b\} \quad \text{și}$$

$$|\vec{r}'(\tau)| = \sqrt{(-a \sin \tau)^2 + (a \cos \tau)^2 + b^2} = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Atunci printr-o schimbare de parametru obținem [3, formula (2.7), p. 21]:

$$s(t) = \int_0^t |\vec{r}'(\tau)| d\tau = \int_0^t \sqrt{a^2 + b^2} d\tau = t\sqrt{a^2 + b^2}.$$

De aici obținem, că

$$t = \frac{s}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Prin urmare, parametrizarea naturală a elicei se determină de ecuațiile:

$$\begin{cases} x = a \cos \frac{s}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \\ y = a \sin \frac{s}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \\ z = \frac{bs}{\sqrt{a^2 + b^2}}. \end{cases}$$

Problema 2.1 este rezolvată.

Problema 2.2. Elicea circulară se determină de parametrizarea:

$$\vec{r}: R \rightarrow R^3, \quad \vec{r}(t) = \{a \cos t, a \sin t, bt\},$$

unde a și b sunt două numere reale nenule.

- a) Scrieți ecuația tangentei la elice în punctul curent.
- b) Demonstrați că tangenta la elice formează cu generatoarele suprafeței cilindrice, pe care se află elicea, un unghi cu măsura constantă.
- c) Calculați curbura elicei.
- d) Scrieți ecuația planului osculator al elicei în punctul $\vec{r}(t)$.

Rezolvare. a) Ecuația tangentei la elice în punctul curent are forma [3, formula (2.3), p. 20]:

$$\frac{x - a \cos t}{-a \sin t} = \frac{y - a \sin t}{a \cos t} = \frac{z - bt}{b}.$$

b) Elicea se află pe cilindrul caracterizat de ecuația: $x^2 + y^2 = a^2$. Generatoarele elicei sunt paralele cu axa (Oz) și prin urmare, vectorul director al generatoarelor este $\vec{k}$. Vectorul director al tangentei elicei în punctul $\vec{r}(t)$ este:

$$\vec{r}'(t) = \{-a \sin t, a \cos t, b\}.$$

Notăm cu α măsura unghiului dintre vectorii $\vec{r}'(t)$ și $\vec{k}$. Atunci

$$\cos \alpha = \frac{(\vec{r}'(t), \vec{k})}{|\vec{r}'(t)| \cdot |\vec{k}|} = \frac{-a \sin t \cdot 0 + a \cos t \cdot 0 + b \cdot 1}{\sqrt{(-a \sin t)^2 + (a \cos t)^2 + b^2}} = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

Deoarece a și b sunt niște numere reale, rezultă că tangenta la elice formează cu generatoarele suprafeței cilindrice, pe care se află elicea, un unghi cu măsura constantă.

c) Derivata vectorului director al tangentei elicei în punctul $\vec{r}'(t)$ este:

$$\vec{r}''(t) = \{-a \cos t, -a \sin t, 0\}.$$

Atunci produsul vectorial [2, formula (8), p. 15]:

$$\begin{aligned} [\vec{r}'(t), \vec{r}''(t)] &= \left\{ \begin{vmatrix} a \cos t & b \\ -a \sin t & 0 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} b & -a \sin t \\ 0 & -a \cos t \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -a \sin t & a \cos t \\ -a \cos t & -a \sin t \end{vmatrix} \right\} = \\ &= \{-ab \sin t; -ab \cos t; a^2\}. \end{aligned}$$

Prin urmare, curbura elicei [2, formula (2.15), p. 25]

$$k(t) = \frac{||[\vec{r}'(t), \vec{r}''(t)]||}{|\vec{r}'(t)|^3} = \frac{\sqrt{a^2 b^2 + a^4}}{(\sqrt{a^2 + b^2})^3} = \frac{a}{a^2 + b^2}.$$

d) Planul osculator al elicei în punctul $\vec{r}(t)$ este paralel cu vectorii $\vec{r}'(t)$ și $\vec{r}''(t)$. Deci ecuația lui are forma [3, formula (2.10), p. 22]:

$$\begin{vmatrix} x - a \cos t & y - a \sin t & z - bt \\ -a \sin t & a \cos t & b \\ -a \cos t & -a \sin t & 0 \end{vmatrix} = 0,$$

de unde obținem că $abx \sin t - aby \cos t + a^2 z - a^2 bt = 0$ este ecuația planului osculator al elicei.

Menționăm, că produsul vectorial al vectorilor $\vec{r}'(t)$ și $\vec{r}''(t)$ putea fi calculat și după formula (9), p. 15 din [2].

Problema 2.2 este rezolvată.

Problema 2.3. Elicea circulară este caracterizată de parametrizarea:

$$\vec{r}: R \rightarrow R^3, \quad \vec{r}(t) = \{a \cos t, a \sin t, bt\},$$

unde a și b sunt două numere reale nenule.

- Scriveți ecuațiile axelor și planelor triedrului Frenet atașat elicei în punctul $(a \cos t, a \sin t, bt)$.
- Determinați versorii triedrului Frenet.
- Demonstrați că normalele principale ale elicei formează un unghi drept cu generatoarele suprafeței cilindrice pe care se află elicea.
- Demonstrați că binormalele elicei formează cu generatoarele suprafeței cilindrice, pe care se află elicea, un unghi de măsură constantă.
- Demonstrați că raportul dintre curbura și torsiunea elicei este o mărime constantă.

Rezolvare. a) Calculăm derivatele de ordinul întâi, doi și trei:

$$\begin{aligned}\vec{r}'(t) &= \{-a \sin t, a \cos t, b\}, \quad \vec{r}''(t) = \{-a \cos t, -a \sin t, 0\}, \\ \vec{r}'''(t) &= \{a \sin t; -a \cos t; 0\}.\end{aligned}$$

Atunci

$$\begin{aligned}|\vec{r}'(t)| &= \sqrt{(-a \sin t)^2 + (a \cos t)^2 + b^2} = \sqrt{a^2 + b^2}, \\ [\vec{r}'(t), \vec{r}''(t)] &= \left\{ \begin{vmatrix} a \cos t & b \\ -a \sin t & 0 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} b & -a \sin t \\ 0 & -a \cos t \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -a \sin t & a \cos t \\ -a \cos t & -a \sin t \end{vmatrix} \right\} = \\ &= \{ab \sin t; -ab \cos t; a^2\}, \\ [[\vec{r}'(t), \vec{r}''(t)], \vec{r}'''(t)] &= \left\{ \begin{vmatrix} -ab \cos t & a^2 \\ a \cos t & b \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a^2 & ab \sin t \\ b & -a \sin t \end{vmatrix}; \right. \\ &\quad \left. \begin{vmatrix} ab \sin t & -ab \cos t \\ -a \sin t & a \cos t \end{vmatrix} \right\} = \\ &= \{-a(a^2 + b^2) \cos t; -a(a^2 + b^2) \sin t; 0\}.\end{aligned}$$

Ecuția tangentei în punctul $M_0(t)$ se determină de ecuația [3, formula (2.3), p. 20]:

$$\frac{x - a \cos t}{-a \sin t} = \frac{y - a \sin t}{a \cos t} = \frac{z - bt}{b}.$$

Ecuția binormalei în punctul $M_0(t)$ se determină de ecuația [3, formula (2.13), p. 24]:

$$\frac{x - a \cos t}{ab \sin t} = \frac{y - a \sin t}{-ab \cos t} = \frac{z - bt}{a^2},$$

iar normala principală are ecuațiile [3, formula (2.13), p. 24]:

$$\frac{x - a \cos t}{-\cos t} = \frac{y - a \sin t}{-\sin t}, z - bt = 0.$$

Ecuția planului osculator în punctul $M_0(t)$ are forma [3, formula (2.10), p. 22]:

$$\begin{vmatrix} x - a \cos t & y - a \sin t & z - bt \\ -a \sin t & a \cos t & b \\ -a \cos t & -a \sin t & 0 \end{vmatrix} = 0$$

sau $bx \sin t - by \cos t + a(z - bt) = 0$.

Ecuția planului normal este [3, formula (2.6), p. 20]:

$$-a \sin t (x - a \cos t) + a \cos t (y - a \sin t) + b(z - bt) = 0$$

sau $-ax \sin t + ay \cos t + b(z - bt) = 0$.

Vectorul normal la planul rectificat este

$$\left[\left[\vec{r}'(t), \vec{r}''(t) \right], \vec{r}'(t) \right] = \{-a(a^2 + b^2) \cos t; -a(a^2 + b^2) \sin t; 0\}.$$

Deci putem să considerăm ca vector normal la planul rectificat vectorul:

$$\left[\left[\vec{r}'(t), \vec{r}''(t) \right], \vec{r}'(t) \right] = \{\cos t; \sin t; 0\}.$$

Astfel, ecuația planului rectificat va fi:

$$\cos t (x - a \cos t) + \sin t (y - a \sin t) = 0 \text{ sau } x \cos t + y \sin t - a = 0.$$

b) Versorii tangentei, binormalei și normalei principale, adică versorii reperului Frenet în punctul $M_0(t)$ sunt respectiv [3, formula (2.13), p. 24]:

$$\begin{aligned} \vec{t} &= \left\{ -\frac{a \sin t}{\sqrt{a^2 + b^2}}; \frac{a \cos t}{\sqrt{a^2 + b^2}}; \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right\}, \\ \vec{\beta} &= \left\{ \frac{b \sin t}{\sqrt{a^2 + b^2}}; -\frac{b \cos t}{\sqrt{a^2 + b^2}}; \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right\}, \vec{v} = \{-\cos t; -\sin t; 0\}. \end{aligned}$$

c) Notăm cu α măsura unghiului dintre vectorii $\vec{v}(t)$ și $\vec{k}$. Atunci măsura unghiului format de normala principală la elice în punctul $M_0(t)$ și generatoarea cilindrului este egală cu măsura unghiului format de vectorii $\vec{v}(t)$ și $\vec{k}$. Însă

$$\cos \alpha = (\vec{v}(t), \vec{k}) = -\cos t \cdot 0 - \sin t \cdot 0 + 0 \cdot 1 = 0.$$

Prin urmare, $\alpha = 90^\circ$ și deci normalele principale ale elicei formează un unghi drept cu generatoarele suprafeței cilindrice pe care se află elicea.

d) Notăm cu β măsura unghiului dintre vectorii $\vec{r}'(t)$ și $\vec{r}''(t)$. Atunci măsura unghiului dintre binormală la elice în punctul $M_0(t)$ și generatoarea cilindrului este egală cu măsura unghiului format de vectorii $\left[\vec{r}'(t), \vec{r}''(t) \right]$ și $\vec{k}$. Deoarece

$$\cos \beta = (\vec{\beta}(t), \vec{k}) = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}},$$

unde a și b sunt numere reale, deducem că binormalele elicei formează cu generatoarele suprafeței cilindrice, pe care se află elicea, un unghi de măsură constantă.

e) Vom avea:

$$\left| \left[\vec{r}'(t), \vec{r}''(t) \right] \right| = \sqrt{(ab \sin t)^2 + (-ab \cos t)^2 + (a^2)^2} = a\sqrt{a^2 + b^2}.$$

Atunci curbura curbei este [3, formula (2.15), p. 25]:

$$k(t) = \frac{\left| \left[\vec{r}'(t), \vec{r}''(t) \right] \right|}{\left| \vec{r}'(t) \right|^3} = \frac{\sqrt{a^2 b^2 + a^4}}{(\sqrt{a^2 + b^2})^3} = \frac{a}{a^2 + b^2}.$$

Calculăm produsul mixt [2, formula (3), p. 18]:

$$\left(\vec{r}'(t), \vec{r}''(t), \vec{r}'''(t) \right) = \begin{vmatrix} -a \sin t & a \cos t & b \\ -a \cos t & -a \sin t & 0 \\ a \sin t & -a \cos t & 0 \end{vmatrix} = a^2 b.$$

Atunci torsiunea curbei va fi [3, formula (2.17), p. 26]:

$$\chi(t) = \frac{(\vec{r}'(t), \vec{r}''(t), \vec{r}'''(t))}{\left\| \vec{r}'(t), \vec{r}''(t) \right\|^2} = \frac{a^2 b}{a^2(a^2 + b^2)} = \frac{b}{a^2 + b^2}.$$

Atunci raportul dintre curbura și torsiune este:

$$\frac{k(t)}{\chi(t)} = \frac{\frac{a}{a^2 + b^2}}{\frac{b}{a^2 + b^2}} = \frac{a}{a^2 + b^2} \cdot \frac{a^2 + b^2}{b} = \frac{a}{b}.$$

Rezultatele obținute și demonstrează faptul că raportul dintre curbura și torsiunea elicei este o mărime constantă. Problema 2.3 este rezolvată.

Articol realizat în cadrul proiectului de cercetări științifice „Metodologia implementării TIC în procesul de studiere a științelor reale din perspectiva conceptului STEAM și Inteligenței Artificiale”, codul 040101, din cadrul Programului instituțional de cercetare (2024-2027), aprobat prin Ordin MEC nr. 102 din 01.02.2024

Bibliografie

1. OPREA, Ioan; PAMFIL, Carmen-Gabriela; RADU, Rodica; ZĂSTROIU, Victoria. *Noul dicționar universal al limbii române*. Editura Litera Internațional, 2007.
2. CALMUȚCHI, Laurențiu; AFANAS, Dorin; CIOBAN, Mitrofan. *Geometrie analitică în spațiu*. Univ. de Stat din Tiraspol, Catedra Algebră, Geometrie și Topologie. Chișinău: UST, 2014. 210 p. ISBN 978-9975-76-118-5.
3. CIOBAN, Mitrofan; CALMUȚCHI, Laurențiu. *Geometrie diferențială. Probleme*. Chișinău: UST, 2004. 194 p. ISBN 9975-9815-0-X.

UDC: 517+004.6

MODELAREA MATEMATICĂ ȘI SIMULAREA ASISTATĂ DE CALCULATOR A UNOR PROBLEME DE LANSARE ȘI MANEVRARE A SATELIȚILOR ÎN CÂMPUL DE GRAVITAȚIE PĂMÂNT-LUNĂ

Nicolae BALMUȘ, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-0491-2918>

e-mail: balmus.nicolae@upsc.md

Catedra Informatică și Tehnologii Informaționale
Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău

Rezumat. Problema mișcării sateliților este una din mulțimea problemelor cu multe corpuri care interacționează prin intermediul forțelor de atracție universală. Soluții analitice exacte pentru aceste probleme există numai în anumite cazuri. În această lucrare se propune un algoritm de rezolvare numerică a problemei de lansare a sateliților artificiali în câmpul de gravitație comun al Pământului și Lunii, suficient de exact pentru realizare experimentelor numerice. Codul aplicația de modelare - simulare realizat în mediul de programare Delphi 12 FMX este descris suficient de detaliat.

Cuvinte cheie: algoritmi de calcul numeric, modelare matematică, programare vizuală, simulare asistată de calculator, lansare sateliți.

MATHEMATICAL MODELLING AND COMPUTER-AIDED SIMULATION OF SOME PROBLEMS OF LAUNCHING AND HANDLING OF SATELLITE IN THE EARTH-MOON GRAVITY FIELD

Abstract. The problem of the motion of satellites is one of a number of many-body problems that interact through the forces of universal attraction. Exact analytical solutions to these problems exist only in certain cases. In this paper, an algorithm is proposed for the numerical solution of the problem of launching artificial satellites in the common gravity field of the Earth and the Moon, accurate enough to perform numerical experiments. The modelling-simulation application code made in the Delphi 12 FMX programming environment is described in sufficient detail.

Keywords: numerical computing algorithms, mathematical modelling, visual programming, computer-aided simulation, satellites launch.

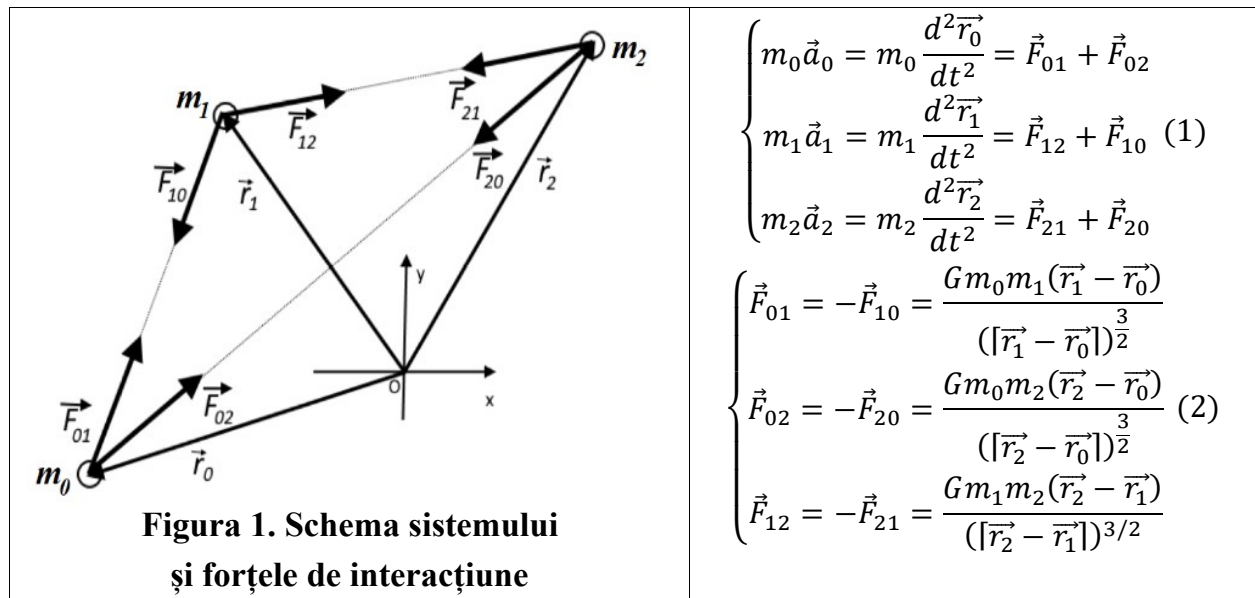
1. Introducere

În prezent problema tehnică de lansare și dirijare a sateliților în spațiul cosmic este rezolvată. Zeci de mii de corpuri artificiale de diverse dimensiuni se află în mișcare în jurul Pământului. Pentru utilizarea efectivă a sateliților sunt necesare tehnologii de manevrare, în baza cărora sateliții își modifică traiectoriile sau sunt forțați să cadă controlat sau necontrolat pe suprafața planetelor sau sateliților naturali. De rând cu partea tehnică (rachete de lansare, motoare reactive, etc) aceste tehnologii se bazează algoritmi și software sofisticate cu ajutorul cărora se calculează momentul de timp și impulsul care trebuie comunicat satelitului pentru ca traiectoria lui să se modifice în mod controlat.

Această problemă prezintă și un anumit interes didactic. Studiarea mișcarea corpurilor cerești, și a sateliților artificiali cu mențiunea de studiu cantitativ este inclusă în curriculumul național pentru disciplina fizică și astronomie [1]. Din acest punct de vedere în lucrare, suficient de detaliat sunt descrise ecuațiile diferențiale care guvernează mișcarea unui satelit artificial în câmpul de gravitație al Pământului și Lunii și algoritmul de realizare a unui software de simulare în mediul de programare Delphi FMX.

2. Descrierea modelului matematic

Din punct de vedere fizic, sistemul de corpuri (Pământul, satelitul și Luna) poate fi considerat un sistem de puncte materiale care interacționează prin intermediul forțelor de atracție universală. Schema sistemului (vectorii de poziție și forțele care acționează asupra fiecărui corp) este reprezentată în fig.1.



Ecuațiile mișcării (1) pentru fiecare corp se obțin aplicând legea a doua a lui Newton și utilizând formulele pentru forțele atracției universale (2) exercitate reciproc între corpurile sistemului. G este constanta atracției universale.

Proiectând ecuațiile (1) pe axele sistemului de coordonate xOy (fig.1) obținem forma scalară a sistemului de ecuații (1) compusă din 6 ecuații diferențiale de ordinul doi în care indicii pari sunt proiecții pe axa Ox iar cei impari, respectiv proiecții pe axa Oy ($i=0,1,2$).

$$\frac{d^2 x_{2i}}{dt^2} = G \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n-1} \frac{m_j (x_{2j} - x_{2i})}{\left((x_{2j} - x_{2i})^2 + (x_{2j+1} - x_{2i+1})^2 \right)^{3/2}} \quad (3)$$

$$\frac{d^2 x_{2i+1}}{dt^2} = G \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^2 \frac{m_j (x_{2j+1} - x_{2i+1})}{\left((x_{2j} - x_{2i})^2 + (x_{2j+1} - x_{2i+1})^2 \right)^{3/2}} \quad (4)$$

Pentru simularea procesului de lansare și dirijare ulterioară a satelitului în câmpul de gravitație al Pământului și Lunii sunt necesare metode numerice de rezolvare a sistemului de ecuații diferențiale (3)-(4) și un mediu de programare cu interfață grafică adaptată pentru realizarea simulărilor interactive. Prezentăm în continuare implementarea și testarea aplicației în mediul de programare Delphi 12 varianta FMX

3. Etapele implementării aplicației în mediul de programare Delphi FMX

Codul aplicației se editează în compartimentul **implementation** al unității Unit1.

Etapa 1. Se deschide mediul de programare Delphi 12. În fereastra principală selectăm opțiunea File=>New=>Multi-Device Application (Blank Application).

Etapa 2. Din paleta de componente, adăugăm în fereastra formei componentele Button1(Start), Button2(Stop) și Image1, în care se vor desena traiectoriile.

Etapa 3. Se deschide fereastra Unit1 în care se implementează codul aplicației. În compartimentul **implementation** se declară constantele, tipurile de date și variabilele globale utilizate în aplicație:

```
const ncs=3;nec=6;
fscal=1000000; //1pixel=1000000 m
type anec=array[0..nec-1] of extended;
type ancs=array[0..ncs-1] of extended;
type pfsxv=procedure(t:extended;x,v:anec;var f:anec);
var ts0,ts:extended;ssc,sct:single;
    stop:integer;
    mcp,rsp:ancs;
    x0,v0,xx,vv:anec;
    sh:array[0..ncs-1] of TCircle;// TCircle este declarat
                                   în FMX.Objects

const G=6.673e-11;
```

Etapa 4. Se implementează codul evenimentului FormCreate

```
procedure TForm1.FormCreate(Sender: TObject);
var i:integer;
ScreenService: IFMXScreenService;// declarat in FMX.Platform
begin
    if TPlatformServices.Current.SupportsPlatformService
        (IFMXScreenService, IInterface(ScreenService)) then
        ssc := ScreenService.GetScreenScale;// se determina
        factorul de redimensionare a ecranului-parametru global
        care se seteaza in Windows
    for i:=0 to ncs-1 do sh[i]:=TCircle.Create(Self);
    //se creeaza obiecte pentru vizualizarea corpurilor
end;
```

Etapa 5. Se implementează procedura RSED2RK4 cu ajutorul căreia se rezolvă numeric un sistem din 6 ecuații diferențiale de ordinul doi în baza metodei Runge-Kutta. Tipurile de date `anec` și `pfsxv` sunt declarate global în afara procedurii.

```
procedure RSED2_RK4(t0:extended;x0,v0:anec;pfs:pfsxv;t:extended;  
var x,v:anec);  
procedure RSED2RK4(t0:extended;x0,v0:anec;pfs:pfsxv;t:extended;  
var x,v:anec);  
  
var h:extended;nec,i:integer;  
K1,K2,K3,K4,M1,M2,M3,M4,f,x0pk,v0pm:anec;  
begin h:=t-t0; nec:=length(x0);  
pfs(t0,x0,v0,f);  
for i:=0 to nec-1 do begin  
M1[i]:=h*f[i]; K1[i]:=h*v0[i];  
x0pk[i]:=x0[i]+k1[i]/2;v0pm[i]:=v0[i]+m1[i]/2 end;  
pfs(t0+h/2,x0pk,v0pm,f);  
for i:=0 to nec-1 do begin  
M2[i]:=h*f[i];  
K2[i]:=h*(v0[i]+M1[i]/2);  
x0pk[i]:=x0[i]+k2[i]/2;v0pm[i]:=v0[i]+m2[i]/2 end;  
pfs(t0+h/2,x0pk,v0pm,f);  
for i:=0 to nec-1 do begin  
M3[i]:=h*f[i];  
K3[i]:=h*(v0[i]+M2[i]/2);  
x0pk[i]:=x0[i]+k3[i];v0pm[i]:=v0[i]+m3[i] end;  
pfs(t0+h,x0pk,v0pm,f);  
for i:=0 to nec-1 do begin  
M4[i]:=h*f[i];  
K4[i]:=h*(v0[i]+M3[i]);  
v[i]:=v0[i]+(M1[i]+2*M2[i]+2*M3[i]+M4[i])/6;  
x[i]:=x0[i]+(K1[i]+2*K2[i]+2*K3[i]+K4[i])/6; end;  
end;  
var n,i,j,ned:integer;h,tt0,eps:extended; p:boolean;  
xc,xcp,vc,vcp,xx0,vv0:anec;  
begin //începutul procedurii RSED2_RK4  
ned:=high(x0); eps:=1E-10; h:=t-t0; n:=1;  
RSED2RK4(t0,x0,v0,pfs,t,xc,vc); // se determină soluțiile în primă  
aproximație  
Repeat // etapa iterativă de ameliorare a soluțiilor  
for i:=0 to ned do begin  
xcp[i]:=xc[i];vcp[i]:=vc[i];xx0[i]:=x0[i];vv0[i]:=v0[i];end;  
h:=h/2;n:=n*2; tt0:=t0; // se înjumătățește intervalul de  
integrare  
for j:=1 to n do begin  
RSED2RK4(tt0,xx0,vv0,pfs,tt0+h,xc,vc); //  
for i:=0 to ned do begin xx0[i]:=xc[i]; vv0[i]:=vc[i];end;
```

```
tt0:=tt0+h;
end;
p:=true;//se verifică precizia
for i:=0 to ned do p:=p and (abs((xc[i]-xp[i])/(xc[i]+xp[i]))<eps)
and (abs((vc[i]-vp[i])/(vc[i]+vp[i]))<eps);
until p;
for i:=0 to ned do begin
    x[i]:=(xc[i]+xp[i])/2;v[i]:=(vc[i]+vp[i])/2;end;
end; // sfârșitul procedurii RSED2_RK4
```

Etapa 6. În baza ecuațiilor (3)-(4) se implementează procedura FF care în variabila f:anec calculează funcțiile din partea dreaptă a sistemului de ecuații diferențiale.

```
procedure FF(t:extended;x,v:anec;var f:anec);
var i,j:integer; sx,sy,xyp32,xx,yy:extended;
begin
    for i:=0 to ncs-1 do
        begin
            sx:=0;sy:=0;
            for j:=0 to ncs-1 do if j<>i then
                begin
                    xx:=x[2*j]-x[2*i];yy:=x[2*j+1]-x[2*i+1];
                    xyp32:=power((sqr(xx)+sqr(yy)),3/2); // necesită atașarea
                    unitului math
                    sx:=sx+mcp[j]*xx/xyp32; sy:=sy+mcp[j]*yy/xyp32;
                end;
            f[2*i]:=sx*G;
            f[2*i+1]:=sy*G;
        end;
    end;
end;
```

Etapa 7. Se implementează procedura DrawTreck cu statut global

```
Procedure TForm1.DrawTreck (img:timage);
var i:integer;xcp,ycp:extended; {alfa,ee,vs:extended;}
Myrect:TRectF;xobs,yobs:single; obs:integer;
begin
    Img.Bitmap.SetSize(Round(Img.Width*ssc), Round(Img.Height*ssc));
    Img.Bitmap.Clear(TAlphaColors.White);
    repeat
        application.ProcessMessages; sct:=50;
        ts:=ts+sct; RSED2_RK4(ts0,x0,v0,ff,ts,xx,vv);
        for i:=0 to ncs-1 do begin
            x0[2*i]:=xx[2*i]; x0[2*i+1]:=xx[2*i+1];
            v0[2*i]:=vv[2*i]; v0[2*i+1]:=vv[2*i+1];end;
        ts0:=ts;
        xc:=0; yc:=0;mps:=0;// Calculare coordonate Centru masa
        for I :=0 to ncs-1 do begin
            xc:=xc+mcp[i]*x0[2*i]; yc:=yc+mcp[i]*x0[2*i+1];
```

```
        mps:=mps+mcp[i];
    end;
    xc:=xc/mps; yc:=yc/mps;
    obs:=2; //obs=0 -observator pe Pamant;obs=1 -observator Centru
    Masa;
    //obs=2 -observator pe Luna
    xobs:=xx[2*obs];yobs:=xx[2*obs+1];
    img.Bitmap.Canvas.BeginScene;
    for i:=0 to ncs-1 do
    begin
        xcp:=img.Width/2+ (xx[2*i]-xobs)/fscal;
        ycp:=img.Height/2-(xx[2*i+1]-yobs)/fscal;
        sh[i].Position.x:=xcp-sh[i].Width/2;
        sh[i].Position.y:=ycp-sh[i].Height/2;
        MyRect      :=TRectF.Create(xcp-0.5,ycp-0.5,      xcp+0.5,
        ycp+0.5);
        img.Bitmap.Canvas.DrawEllipse(MyRect, 1);
    end;
    img.Bitmap.Canvas.EndScene;
    caption:='zile= '+floattostr(ts/3600/24); //Afisate timp,zile
until stop>0;
end;
```

Etapa 8. Se implementează codul evenimentului Button1Click

```
procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
var i:integer;
begin
    stop:=0;
    mcp[0]:=5.97237e24; //Masa Pamant, kg
    mcp[1]:=3.30E+3; // Masa satelit, kg
    mcp[2]:=7.349E+22; // Masa Luna, kg
    rsp[0]:=20; //Raza Pamant, pixeli
    rsp[1]:=5; //Raza satelit, pixeli;
    rsp[2]:=10; //Raza Luna, pixeli
    ts0:=0;
    // condițiile inițiale pentru satelit
    x0[2]:=0; x0[3]:=30000000; //orbită joasă
    v0[2]:=3500; v0[3]:=0;
    //condițiile inițiale pentru Luna
    x0[4]:=0;x0[5]:=384.4E+6; // distanta Pamant Luna
    v0[4]:=sqrt(G*mcp[0]/x0[5]);v0[5]:=0;
    //condițiile inițiale pentru Pământ
    x0[0]:=0; x0[1]:=0;
    v0[0]:=-v0[4]*mcp[2]/mcp[0]; //viteza initiala a Pamantului
    //se determina din legea conservarii impulsuli pentru pamant-Luna
    v0[1]:=0;
```



```
for I :=0 to ncs-1 do begin sh[i].Parent:=image1;
    sh[i].Width:=round(2*rsp[i]); sh[i].Height:=sh[i].Width; end;
ts:=0;
DrawTreck(image1);
end;
```

Etapa 9. Se implementează codul evenimentului Button2Click

```
procedure TForm1.Button2Click(Sender: TObject);
begin stop:=1; end; //stoparea animației
```

După realizarea acestor etape, aplicația este funcțională și poate fi utilizată pentru realizarea experimentelor numerice.

4. Exemple de simulări ale lansării satelitului în câmpul de gravitație Pământ-Lună

4.1. Lansarea satelitului pe orbită joasă

Pentru realizarea experimentelor de lansare a satelitului, utilizatorul modifică condițiile inițiale care se setează în evenimentul Button1Click codul căruia a fost implementat la etapa 7. În fig.2 sunt reprezentate trei exemple de lansare a satelitului pe orbite joase. Condițiile inițiale pentru satelit sunt indicate în imagine. Aceste exemple demonstrează faptul că orbitele joase ale satelitului nu sunt influențate de prezența Lunii.



Figura 2. Exemple de lansare a satelitului pe orbite joase

4.2. Lansarea satelitului pe orbită geostaționară

Parametrii lansării satelitului pe orbită circulară geostaționară (viteza și raza orbitei) se determină din condițiile:

- a) Forța de atracție universală este egală cu forța centrifugă:

$$G \frac{m_s M_p}{R^2} = \frac{m_s v^2}{R} \quad (5a)$$

- b) Lungimea circumferinței geostaționare este egală cu drumul parcurs de satelit cu viteză constantă timp de 24 ore:

$$2\pi R = vT, \quad T = 24ore = 24 * 3600s \quad (5b)$$

Din aceste două relații obținem formulele pentru calcularea razei și vitezei satelitului pe orbită geostaționară:

$$R = \sqrt[3]{\frac{GM_p T^2}{4\pi^2}}, \quad v = \sqrt{\frac{GM_p}{R}} \quad (6)$$

În baza formulelor (6) se modifică condițiile inițiale pentru lansarea satelitului pe care utilizatorul le setează în evenimentul `Button1Click` respectând sintaxa `ObjectPascal`:

```
rogst:=power(((G*sqr(24.0*3600)*Mcp[0])/(4*sqr(pi))),1/3);
x0[2]:=0;x0[3]:=rogst;
v0[2]:=sqrt(G*mcp[0]/rogst); v0[3]:=0;
```

Poziția observatorului se setează prin modificarea valorii variabilei **obs** din procedura `DrawTreck` atribuindu-i valorile: 0- pentru Pământ, 1- satelit și 2-Lună.

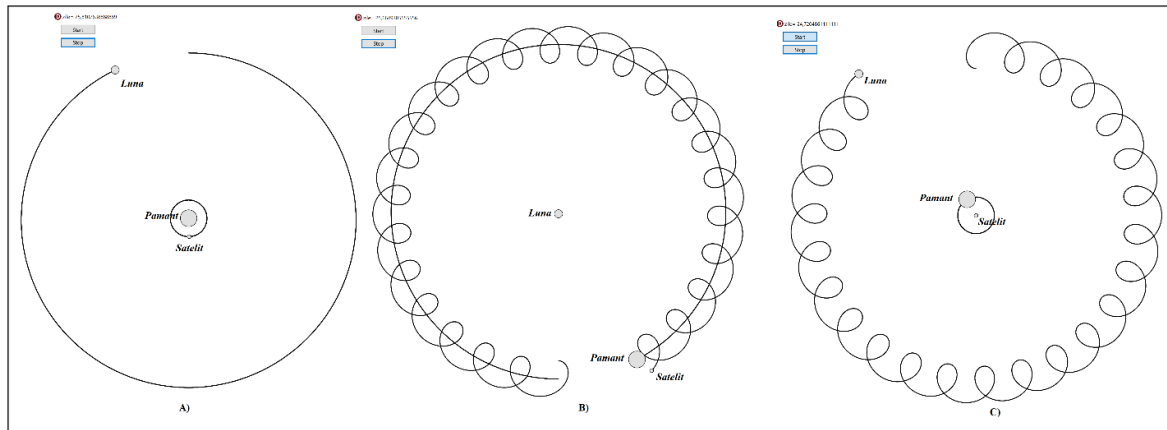


Figura 3. Exemple de orbite observate a) de pe Pământ; b) de pe Lună; c) din satelit

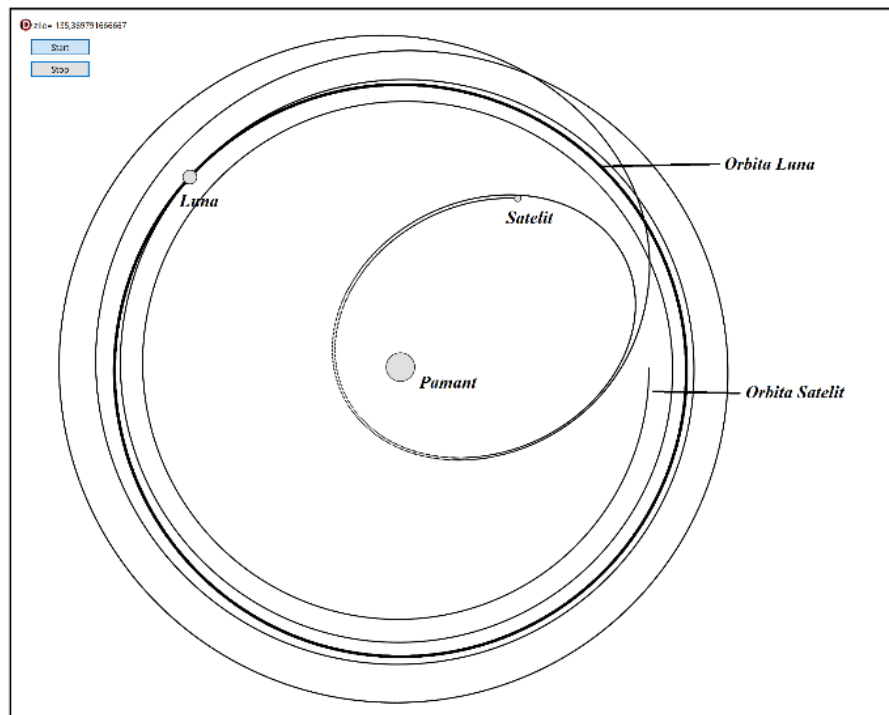


Figura 4. Exemplu de lansare a satelitului pe orbită înaltă

Corectitudinea experimentului numeric se verifică prin calcularea experimentală a timpului de rotire a satelitului în jurul pământului. Această valoare se afișează pe bara de titlu a aplicației. în unități de timp -zile (24 ore). Menționăm că viteza de rulare a animației poate fi modificată (mărind/micșorând) valoarea atribuită variabilei `sct` în procedura `DrawTreck`.

4.3. Lansarea satelitului pe orbită înaltă

Conform teoriei, în cazul orbitelor înalte, influența gravitațională a Lunii asupra satelitului trebuie să fie semnificativă. În fig.4 este reprezentat rezultatul experimentului numeric în care satelitul a fost lansat în apropierea orbitei lunii. După patru rotiri în jurul Pământului, satelitul este preluat de Lună.

Concluzii

În baza investigațiilor realizate și a codurilor de programare Pascal, prezente în lucrare, utilizatorul final (elevii, studenții, masteranzii, cadrele didactice), cu eforturi minimale și cunoștințe medii de programare Delphi poate restabili aplicațiile descrise și dezvolta în continuare alte aplicații de modelare-simulare de concepție proprie pentru diverse cazuri de lansare a sateliților.

Notă. Cercetarea este realizată în cadrul subprogramului de cercetare inovare „Digitalizarea procesului de formare inițială a cadrelor didactice pentru asigurarea unui demers didactic eficient, în contextul solicitărilor pieței muncii”

Bibliografie

1. Fizică. Astronomie: Curriculum național: Clasele 10-12: Curriculum disciplinar/
https://mecc.gov.md/sites/default/files/ed_fizica_liceu_ro.pdf

UDC: 519.7

MODELING OF INFORMATION SYSTEM SECURITY BY FUZZY LOGIC METHODS

Violeta BOGDANOVA, PhD

<https://orcid.org/0000-0003-4140-6317>

e-mail: bogdanovaleta@gmail.com

Liubomir CHIRIAC, habilitated doctor, professor

<https://orcid.org/0000-0002-5786-5828>

e-mail: llchiriac@gmail.com

Department of Informatics and Information Technologies

"Ion Creangă" State Pedagogical University in Chisinau, Republic of Moldova

Abstract. The article discusses the use of a fuzzy logic algorithm for modelling information security threats in the engineering and mathematical calculation environment Scilab. The organization's information security system is complex, consisting of many subsystems. Processes in the field of information security are difficult to describe only by quantitative parameters. Modelling the implementation of information security threats related to employee competence can be demonstrated using fuzzy logic.

Keywords: fuzzy logic, information assets, scilab, information security, informational competencies.

MODELAREA SECURITĂȚII SISTEMULUI INFORMAȚIONAL FOLOSIND METODE LOGICE FUZZY

Rezumat. Articolul discută despre utilizarea unui algoritm de logică fuzzy în mediul de calcul matematic și inginerie Scilab pentru modelarea amenințărilor de securitate a informațiilor. Sistemul de securitate a informațiilor al unei organizații este complex, constând din multe subsisteme. Procesele din domeniul securității informațiilor sunt greu de descris doar în termeni cantitativi. Modelarea implementării amenințărilor de securitate a informațiilor legate de competența angajaților poate fi demonstrată folosind logica fuzzy.

Cuvinte cheie: logica fuzzy, active informaționale, scilab, securitatea informațiilor, competențe informaționale.

Introduction

At the current level of information technology development, special attention is paid to the issues of information security of organizations. Depending on the types of information assets, various methods and levels of protection are used.

Information security of an organization is a complex system consisting of various components, such as: threats to information security (integrity, confidentiality, availability), information protection tools, methods of access control and user authentication, etc. Each element of this complex system should be divided (decomposed) into small subsystems, each of which can be analysed separately from other components.

Modelling the implementation of information security threats in an organization can be demonstrated using fuzzy logic.

Applied methods and materials

Many complex processes are difficult to describe and analyse using only quantitative parameters. This is mainly due to the effects that arise in complex systems:

- 1) the existence of chaos;
- 2) the rapid growth of the number of possible solutions;
- 3) the impossibility of accurately measuring some signals when working with systems [1, p. 18].

The mathematical theory of fuzzy sets and fuzzy logic was formulated by the American scientist of Azerbaijani origin Lotfi Asker Zadeh in 1965. The proposed approach allows analysing complex systems and processes without using quantitative methods of analysis. Distinctive features of the method are: 1) the use of "linguistic" variables instead of or in addition to numerical ones; 2) the use of fuzzy statements to describe simple relationships between variables; 3) the use of fuzzy algorithms to describe complex relationships [2, p.28].

Japanese corporations showed particular interest in this theory in the 90s of the 20th century, introducing fuzzy logic algorithms into control systems for various complex systems. [1, p.20-21].

Recently, fuzzy logic algorithms have been actively used in intelligent systems. In the Republic of Moldova, about 200 scientific papers have been published in the field of application of fuzzy logic apparatus.

Systems can be modelled using fuzzy logic using specialized software or mathematical packages MatLab, Maple, MathCAD. A free and open-source alternative to MatLab for performing engineering and scientific calculations is the Scilab –package of applied mathematical programs.

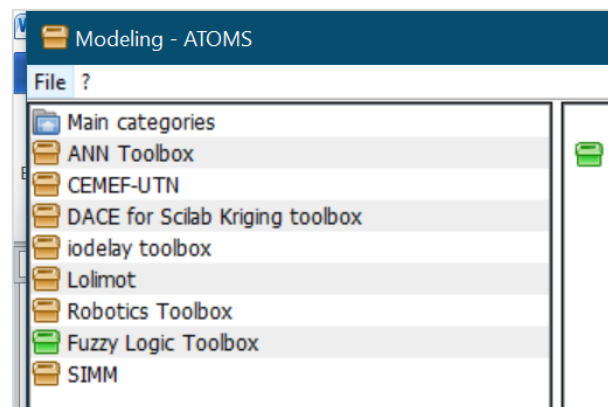


Figure 1. Installing the Fuzzy Logic Toolbox in Scilab

To model a fuzzy system, you need to load the FuzzyLogicToolbox package into Scilab. To do this, in the Scilab program, go to the Applications ModuleManagers-

ATOMS menu [3,4]. In the window that opens, in the Modelling section, you need to select the Fuzzy Logic Toolbox package (fig. 1).

After restarting Scilab, a message will appear in the console window indicating that the FuzzyLogicToolbox module has been successfully loaded (fig. 2).

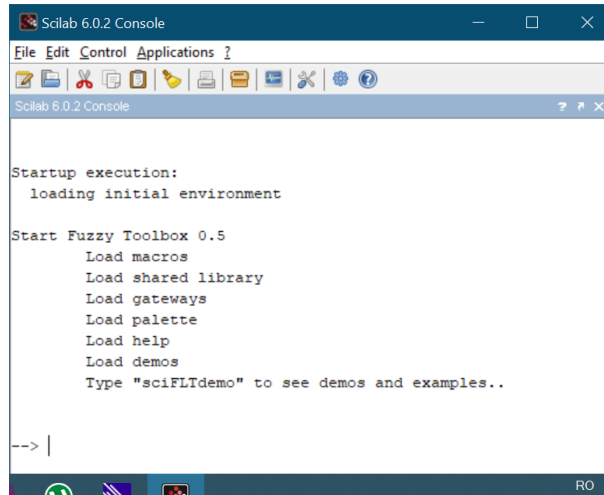


Figure 2. Message about successful loading of Fuzzy Logic Toolbox module

Problem statement

For most organizations, including educational institutions, there are many information security risks. Let's list some of them:

- violation of confidentiality through information leakage;
- violation of data integrity (loss, distortion, destruction of data);
- violation of data availability (denial of service, loss of access);
- unauthorized exploitation of information resources (creation of a botnet);
- reputational losses and others.

An analysis of specialized literature shows the special role of the human factor in the implementation of information threats.

As an example, let us consider how 1) the social factor (the level of competence of employees in the field of information security) and 2) the likelihood of attacks on the information assets and resources of an educational organization influence 3) the level of threats to information security.

It is quite difficult to calculate a quantitative risk assessment using traditional methods. The information security risk assessment was carried out using an expert method. The risk itself and its properties, i.e. the probability and its threat, are characterized by some vagueness: they are described verbally and use vague terms - linguistic variables [5].

We will describe the factors “competence of employees in the field of information security”, “the probability of attacks on information assets and resources of the

educational organization” and the result “the level of threats of information security breach” using the linguistic variables “low”, “medium”, “high”.

Using the fuzzy logic apparatus, we will construct a function graph in Scilab, on which we will be able to see the results of this study and draw conclusions about the level of security of the educational institution’s information system depending on the level of employees’ competence in cyber security and the likelihood of attacks on the educational institution.

Obtained results

In the Scilab prompt, type the command *editfls*, which will open the editor window (fig. 3).

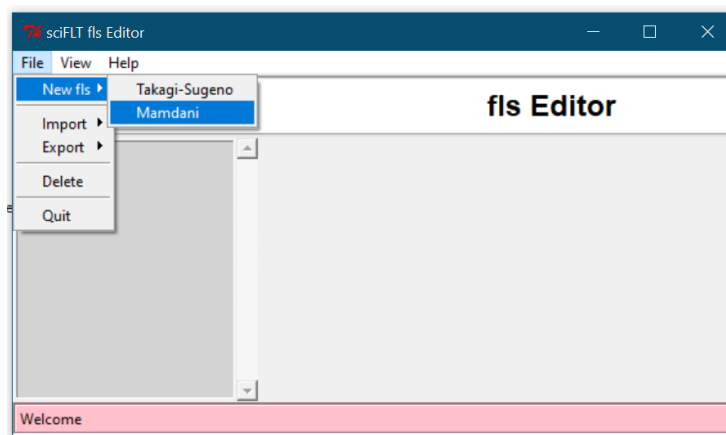


Figure 3. Fuzzy Logic Toolbox window in Scilab

A fuzzy logic system was created by using the Mamdani algorithm. Select File – New fls – Mamdani and set some features of the model (fig. 4).

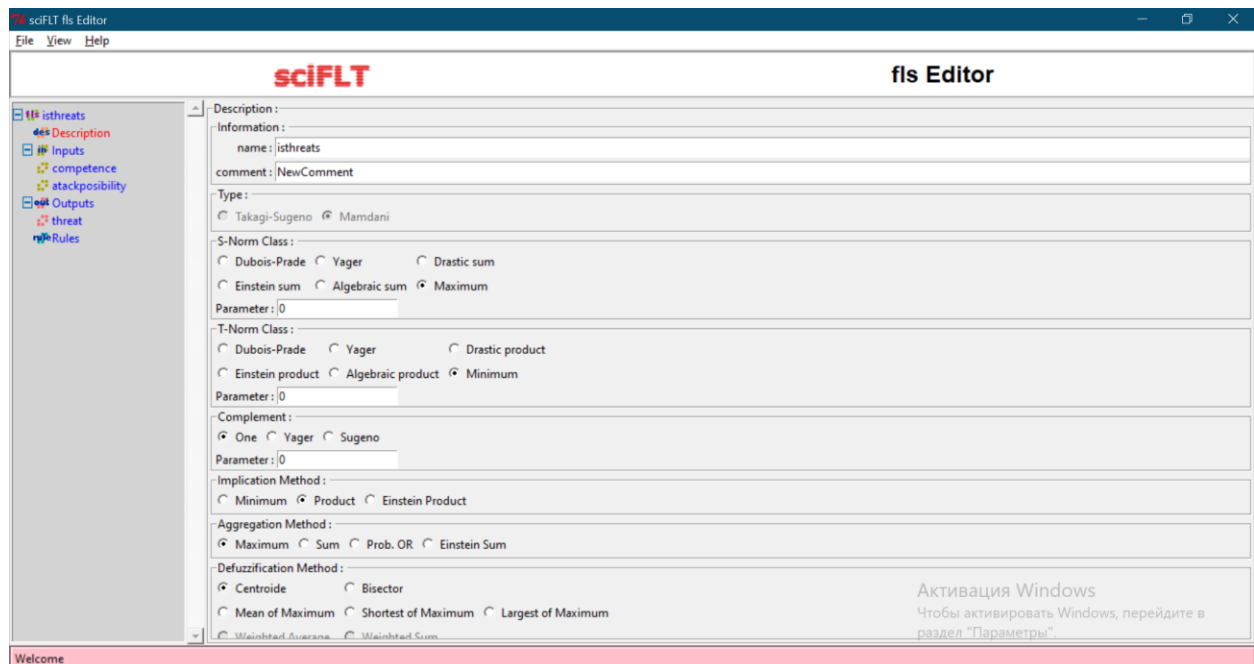


Figure 4. System settings window

The variable "level of employee information security competence" is added to the Inputs tab. The following parameters are available in the editing field: name (variable name) and range (value range). Below is the editing field for function members, which we add using the Add button. Each function member can be assigned a name, type, par (parameters).

The new variable is named "*competence*", set the interval from 0 to 10 and add three terms of levels - low, medium and high, with the type *trapmf*, which means the membership function is in the form of a trapezoid (fig. 5).

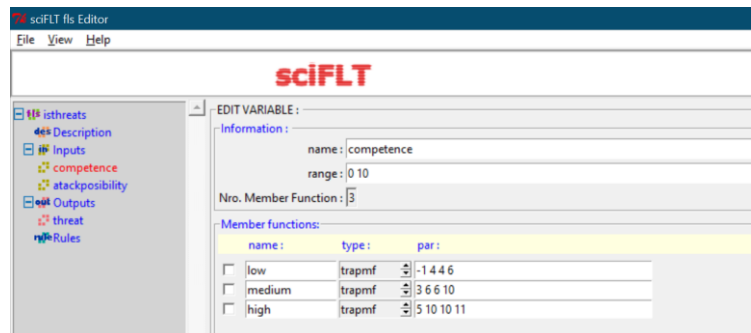


Figure 5. Setting of the "competence" parameter

The variable "probability of attacks on information assets and resources of an educational organization" is added to the Inputs tab. The new variable is named "*atackposibility*", set the interval from 0 to 10 and add three terms of levels - low, medium and high, with the type *trapmf*, which means the membership function is in the form of a trapezoid (Fig. 6).

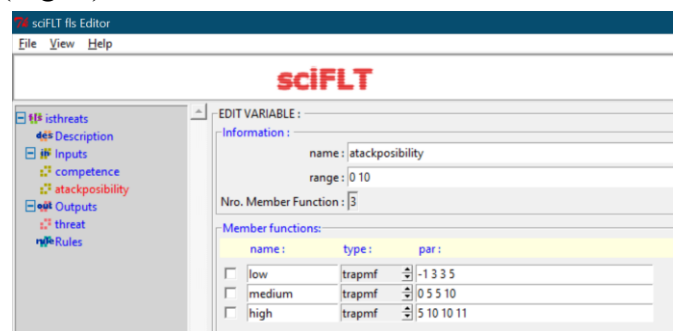


Figure 6. Setting of the "atackposibility" parameter

The variable "information security breach threat level" is added to the Outputs tab.

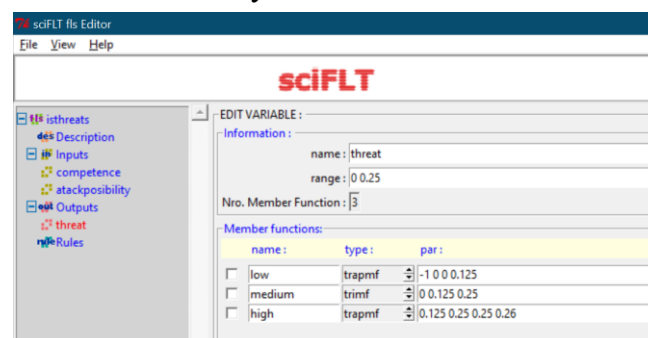


Figure 7. Settings of the parameter "threat"

The new variable is named “*threat*”, set the interval from 0 to 0.25 and add three members - low, medium and high level, with the *trapmf* type, which means a trapezoid membership function (fig. 7).

The final stage of creating a system with fuzzy logic is creating rules in the Rules tab. We will create rules on the basis of which the level of threats to information security will be formed (fig. 8).

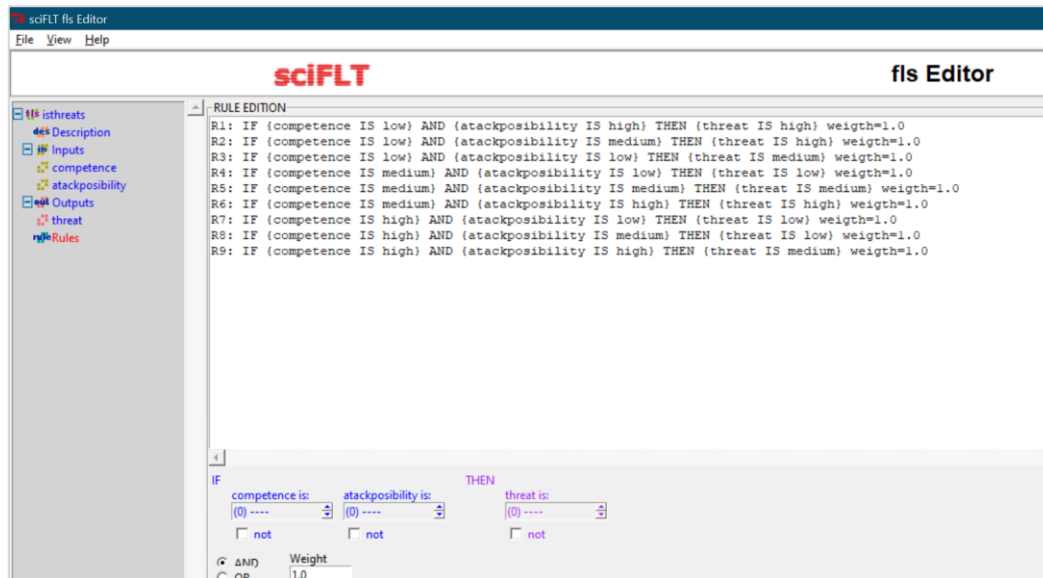


Figure 8. Rules editing window

This completes the creation of a system with fuzzy logic using the Mamdani algorithm. It is necessary to export the system to the SciLab workspace or save it as a separate *.sci file. To do this, go to the File tab – Export – to workspace, enter the name of the variable by which SciLab will determine the system described above, for example, *inffls*.

In the SciLab console, enter the command to build a three-dimensional graph → *plotsurf(inffls)*. In the window that opens, set the graph parameters (fig. 9).

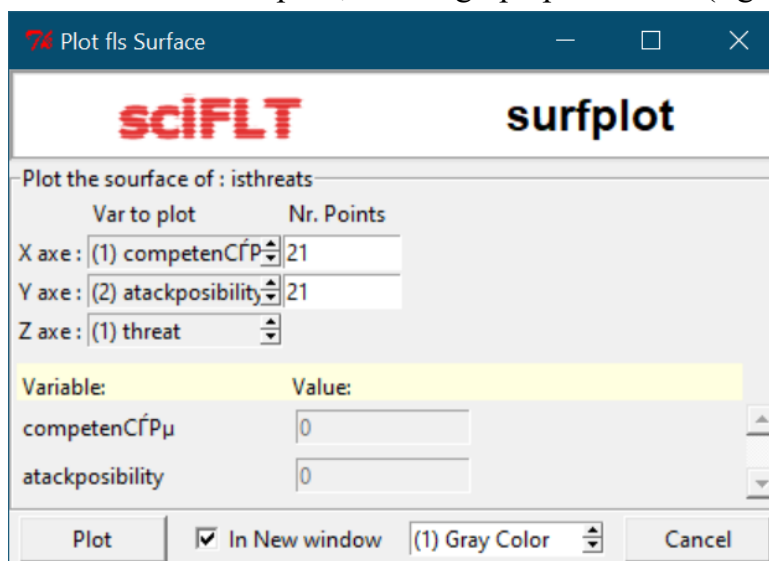


Figure 9. Graphic settings window

After pressing the Plot button, the graph shown in the figure 10 will be displayed on the screen.

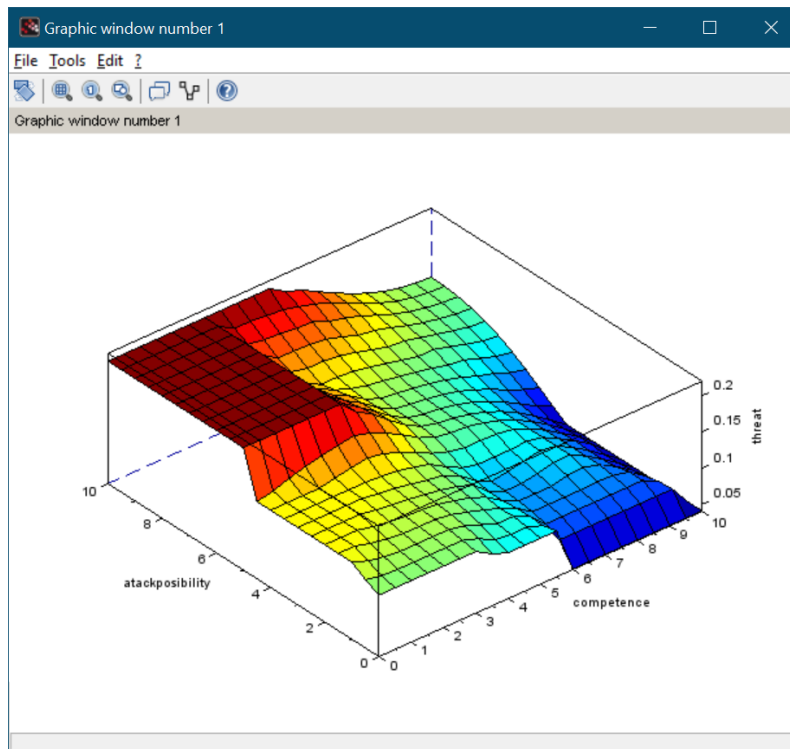


Figure 10. Output graph using Mamdani algorithm

The x and y axes of the graph contain the input variables *competence* and *attackposibility*, and the z axis contains the output variable *threat*.

Based on this graph, the following conclusions can be drawn:

- if the probability of attacks on the organization's information resources is high and the level of employees' competencies in the cyber security is low, then the threats of information security breaches will be very high;
- if the level of employees' competence in the cyber security is high, and the probability of attacks on the organization's information resources is high, then the threats of information security breaches will be average;
- minimal threats of information security breaches in the organization with a high level of employee competence in the cyber security and a low or medium probability of attacks on the organization's information resources and assets.

Based on this graph, one can make many other intermediate considerations and select the optimal characteristics of the level of employee training in the cyber security, the level of risk of information attacks, at which threats will have the least consequences for the information assets and resources of the organization.

Conclusions

As a result of the work, a model of the implementation of information security threats in an organization was built in the SciLab program with the FuzzyLogicToolbox

toolkit using the Mamdani algorithm. The influence of the human factor on the entire information security system of the organization is shown. This model can include a larger number of parameters with a greater degree of detail (not 3, but, for example, 5 levels for each input and/or output parameter).

Currently, many organizations, including educational ones, need to assess the risks of information threats, which will allow them to be minimized and improve the efficiency of their activities.

Article produced within the scientific research project "Global Issue-Oriented STEAM Teaching to Create a more Sustainable Future", code 24.80013.0807.2TR, within the Moldovan-Turkish bilateral projects (2024-2025), strategic priority IV "Societal Challenges", with the financial support provided by the National Agency for Research and Development

Bibliography

1. ПЕГАТ, А. *Нечеткое моделирование и управление*. М.: Лаборатория знаний, 2020. 801 с. ISBN 978-5-00101-742-4.
2. ZADEH, L. A. Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes. In: *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, SMC-3(1), 1973. pp. 28–44. doi:10.1109/tsmc.1973.5408575.
3. ЯРУШКИНА, Н.Г., ЯСТРЕБОВА, Н.Н., ЧЕКИНА, А.В. *Нечеткие интеллектуальные системы в среде SciLab*. Ульяновск: Типография УлГТУ, 2009. 28 с.
4. КОМАРОВ, М. В., БАЖЕНОВ, Р. И. Реализация системы с нечёткой логикой в SciLab In: *Постулат*, 2016. №5. ISSN 2414-4487.
5. БОЛДЫРЕВСКИЙ, П.Б. КИСТАНОВА, Л.А. Управление рисками информационной безопасности бизнес-процессов. In: *Сборник научных статей по итогам научно-практической конференции с международным участием «Цифровые технологии и информационная безопасность бизнес-процессов»*, 25 мая 2023 г., с. 14-19.

UDC: 378:519.17

INTEGRAREA TEORIEI GRAFURILOR ÎN EDUCAȚIE PRIN ABORDAREA STEAM

Marina BOSTAN, asistent universitar

<https://orcid.org/0000-0002-1191-9501>

e-mail: bostan.marina@upsc.md

Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău

Rezumat. Această lucrare explorează rolul esențial al teoriei grafurilor în educația modernă, în special în cadrul STEAM. Examinând intersecțiile dintre matematică, informatică și aplicații din lumea reală, demonstrăm modul în care teoria grafurilor poate cultiva gândirea critică și abilitățile de rezolvare a problemelor. Aprofundăm în strategii eficiente pentru integrarea teoriei grafurilor în programele STEAM, inclusiv proiecte interdisciplinare, activități practice și utilizarea instrumentelor digitale. Abordăm provocările cu care se confruntă în implementarea teoriei grafurilor și propunem soluții pentru a depăși aceste obstacole.

Cuvinte cheie: teoria grafurilor, STEAM, educație, transdisciplinar, integrare.

INTEGRATION OF GRAPH THEORY IN EDUCATION THROUGH THE STEAM APPROACH

Abstract. This paper explores the pivotal role of graph theory in modern education, particularly within the STEAM framework. By examining the intersections of mathematics, computer science, and real-world applications, we demonstrate how graph theory can cultivate critical thinking and problem-solving skills. We delve into effective strategies for integrating graph theory into STEAM curricula, including interdisciplinary projects, hands-on activities, and the use of digital tools. We address the challenges faced in implementing graph theory and propose solutions to overcome these obstacles.

Keywords: Graph theory, STEAM, education, transdisciplinary, integration.

1. Introducere

În era digitală și a informației, educația se află într-o continuă transformare, necesară pentru a se adapta la noile cerințe și provocări ale societății moderne. Una dintre direcțiile inovatoare în educație este integrarea abordării STEAM (Știință, Tehnologie, Inginerie, Arte și Matematică), care își propune să dezvolte competențele esențiale pentru viitor printr-o metodologie interdisciplinară. În acest context, teoria grafurilor se dovedește a fi un instrument valoros, capabil să sprijine procesul educațional prin aplicabilitatea sa vastă și prin potențialul de a stimula gândirea critică și creativitatea elevilor.

„Teoria grafurilor este o ramură a matematicii și informaticii care studiază rețele de puncte conectate prin intermediul liniilor ... Dezvoltarea accelerată a teoriei grafurilor se datorează în primul rând aplicabilității semnificative a teoriei respective în diverse ramuri ale științelor și economiei moderne cât și progresul dezvoltării tehnologiilor informaționale” [1, p.5-6].

În această lucrare, vom explora importanța teoriei grafurilor în educație și cum abordarea STEAM poate integra eficient aceste concepte. Vom analiza relevanța teoriei grafurilor în curriculumul modern, beneficiile sale în dezvoltarea gândirii critice și metodele prin care aceasta poate fi predată în mod interactiv și aplicabil. De asemenea, vom discuta provocările întâlnite în implementarea acestei teorii și vom oferi soluții practice pentru a sprijini profesorii în acest demers. În final, vom prezenta studii de caz și exemple de succes care demonstrează impactul pozitiv al integrării teoriei grafurilor în educație.

2. Importanța Teoriei Grafurilor în Educație

Teoria grafurilor este o ramură a matematicii care studiază relațiile dintre obiecte, reprezentate prin noduri (sau vârfuri) și muchii (sau arce). Un graf este, în esență, o colecție de puncte conectate prin linii. Aceste structuri sunt utilizate pentru a modela o varietate de sisteme complexe, de la rețele de comunicare și circuite electrice, până la interacțiuni sociale și ecologice. Prin intermediul teoriei grafurilor, elevii/studentii pot învăța să vizualizeze și să analizeze aceste relații, dezvoltându-și simultan abilitățile matematice și logice.

În curriculumul modern, integrarea teoriei grafurilor poate aduce numeroase beneficii. În primul rând, ea oferă un context aplicat pentru concepte abstracte, permițând elevilor să vadă utilitatea matematicii în viața reală.

De asemenea, teoria grafurilor este interconectată cu alte domenii de studiu, cum ar fi informatica, biologia și economia, facilitând o abordare interdisciplinară. Această relevanță transversală permite elevilor să aplice cunoștințele matematice în diverse domenii, încurajându-i să devină gânditori critici și inovatori.

Dezvoltarea gândirii critice este un obiectiv central al educației moderne, iar teoria grafurilor joacă un rol esențial în acest proces. Prin analiza și rezolvarea problemelor de teorie a grafurilor, elevii învață să abordeze situații complexe și să găsească soluții eficiente.

De exemplu, problemele de optimizare, cum ar fi găsirea celei mai scurte rute într-o rețea sau maximizarea fluxului într-un sistem, solicită elevilor să gândească strategic și să ia decizii bazate pe dovezi. Acest tip de gândire analitică și deductivă este esențial pentru succesul în carierele științifice și tehnice, dar și în viața de zi cu zi.

Teoria grafurilor reprezintă o componentă valoroasă a educației moderne, oferind un cadru pentru înțelegerea și aplicarea matematicii în contexte reale. Prin integrarea acesteia în curriculum, educația poate deveni mai relevantă, interdisciplinară și orientată spre dezvoltarea abilităților de gândire critică ale elevilor.

3. Abordarea STEAM și Integrarea Teoriei Grafurilor

1) Ce este STEAM?

Abordarea STEAM reprezintă o metodologie educațională interdisciplinară care integrează cinci domenii fundamentale: Știință, Tehnologie, Inginerie, Arte și Matematică. Aceasta pune accent pe învățarea practică și aplicată, promovând dezvoltarea abilităților critice și creative necesare în secolul XXI. Prin combinarea acestor discipline, STEAM încurajează elevii să își folosească imaginația, să colaboreze și să abordeze probleme complexe din diferite perspective.

STEAM nu este doar un acronim care reprezintă cinci discipline separate, ci mai degrabă o abordare interdisciplinară a învățării, în care conceptele academice riguroase de știință, tehnologie, inginerie, arte și matematică sunt aplicate în contexte din lumea reală care generează conexiuni între școală, comunitate, muncă [2, p.4].

2) Metode de Integrare a Teoriei Grafurilor

Integrarea teoriei grafurilor în curriculumul STEAM poate fi realizată prin diverse metode interactive și practice care să stimuleze interesul elevilor și să le ofere o înțelegere profundă a conceptelor. „În practica educațională, se evidențiază următorul specific al STEAM:

1. Educația STEM/STEAM – realizarea orelor STE(A)M incluse în Planul Cadru de învățământ și, deci, în orarul școlii.

2. Activități STEM/STEAM – realizate de către profesor în cadrul lecțiilor la disciplina pe care o predă (Matematica, Fizica, Chimia, Biologia, Informatica).

3. Proiecte STEM/STEAM - proiecte transdisciplinare, realizate, de regulă în cadrul ariei curriculare Matematică și Științe, cu participarea cadrelor didactice, care predau discipline socioumanistice, Arte etc” [3, p.11].

Iată câteva metode eficiente:

1) Proiecte Interdisciplinare:

- Știință: elevii/studentii pot utiliza grafurile pentru a modela ecosisteme, rețele alimentare sau relații simbiotice.
- Tehnologie: crearea de programe/aplicații software care utilizează algoritmi de grafuri pentru navigare sau optimizare de rețele.
- Inginerie: proiecte de design și simulare de rețele de transport sau distribuție de resurse.
- Arte: utilizarea graficii computerizate pentru a crea reprezentări vizuale ale grafurilor.
- Matematică: studierea teoremelor și algoritmilor de grafuri în contextul rezolvării problemelor reale.

2) *Activități practico-aplicative:*

- jocuri educaționale: dezvoltarea de jocuri care utilizează concepte de grafuri, cum ar fi jocuri de traseu, labirinturi sau puzzle-uri.
- proiecte hands-on: construirea de modele fizice ale grafurilor folosind materiale precum fire, noduri sau lego.

3) *Laboratoare virtuale și simulări:*

- utilizarea platformelor digitale care permit elevilor/studentilor să experimenteze și să vizualizeze grafuri în diverse scenarii și aplicații.

3) Proiecte practice și exemple

Integrarea teoriei grafurilor prin proiecte practice poate transforma învățarea într-o experiență captivantă și relevantă. Iată câteva exemple de proiecte care pot fi implementate în cadrul abordării STEAM:

- Cartografierea rețelelor sociale: elevii/studentii pot analiza rețelele de socializare pentru a înțelege structura și dinamica acestora. Aceștia pot crea grafuri care reprezintă conexiunile dintre utilizatori și pot aplica algoritmi de analiză pentru a identifica influențatori și comunități.
- Optimizarea rutelor de transport: proiecte care implică dezvoltarea unor algoritmi de optimizare a rutelor pentru transportul public sau logistică, utilizând grafuri pentru a găsi cele mai eficiente trasee.
- Modelarea rețelelor de comunicații: proiecte de simulare a rețelelor de internet sau telefonie, unde elevii/studentii pot învăța despre redundanță, latență și eficiența transferului de date.
- Explorarea rețelelor biologice: studierea rețelelor neuronale sau a rețelelor de interacțiuni proteice, utilizând grafuri pentru a modela și analiza complexitatea acestor sisteme biologice.

Prin implementarea acestor metode și proiecte, elevii/studentii nu numai că vor învăța conceptele teoriei grafurilor, dar vor dezvolta și abilități esențiale precum gândirea critică, rezolvarea creativă a problemelor și colaborarea interdisciplinară, pregătindu-i astfel pentru provocările viitoare din diverse domenii.

4. Provocări și Soluții în Implementarea Teoriei Grafurilor

Implementarea teoriei grafurilor în educație, mai ales prin abordarea STEAM, poate aduce numeroase beneficii, dar și provocări semnificative. În această secțiune, vom explora principalele obstacole în calea acestei implementări și vom propune soluții pentru a le depăși.

1) Provocări educaționale curente:

- Lipsa de resurse educaționale adecvate. Una dintre cele mai mari provocări este lipsa materialelor didactice adecvate și accesibile pentru predarea teoriei grafurilor. Aceasta include manuale, ghiduri pentru profesori și aplicații interactive care să faciliteze înțelegerea conceptelor complexe.
- Formarea insuficientă a profesorilor. Lipsa cursurilor de formare continuă pentru instruirea profesorilor de a preda teoria grafurilor. Aceasta poate duce la o predare inefficientă și la o înțelegere superficială a conceptelor de către elevi/studenți [4, p. 66-67].
- Complexitatea subiectului. Teoria grafurilor poate părea abstractă și dificilă pentru elevi/studenți, mai ales pentru cei care nu sunt familiarizați cu matematica avansată. Aceasta poate duce la o lipsă de interes și motivație din partea elevilor/studenților.
- Integrarea interdisciplinară. Abordarea STEAM implică o integrare profundă a mai multor domenii. Coordonarea și realizarea unei astfel de integrări, care să includă și teoria grafurilor, poate fi complexă și necesită o planificare atentă.

2) Resurse și suport pentru profesori

- Dezvoltarea materialelor didactice. Este esențial să se dezvolte și să se distribuie resurse educaționale accesibile și de calitate. Acestea pot include manuale, ghiduri, fișe de lucru, aplicații interactive și jocuri educaționale care să faciliteze învățarea teoriei grafurilor.
- Programe de formare continuă pentru profesori. Organizarea de cursuri și seminare de formare pentru profesori, astfel încât aceștia să dobândească competențele necesare pentru a preda eficient teoria grafurilor. Aceste programe ar trebui să includă atât aspecte teoretice, cât și practice, oferind exemple concrete de aplicare în clasă.
- Platforme de colaborare și schimb de bune practici. Crearea unor platforme online unde profesorii pot împărtăși resurse, idei și experiențe legate de predarea teoriei grafurilor. Aceste platforme pot facilita colaborarea și învățarea continuă între cadrele didactice.

3) Studii de caz și succese

- Exemple de bune practici. Prezentarea unor studii de caz din școli care au implementat cu succes teoria grafurilor în curriculumul lor. Aceste exemple pot oferi inspirație și ghidare pentru alte instituții care doresc să adopte această abordare.
- Evaluarea impactului. Realizarea de studii și evaluări pentru a măsura impactul integrării teoriei grafurilor asupra performanței academice și dezvoltării gândirii

critice a elevilor. Aceste date pot fi utilizate pentru a ajusta și îmbunătăți metodele de predare.

- Proiecte pilot. Implementarea unor proiecte pilot în diverse școli, care să testeze diferite metode de integrare a teoriei grafurilor. Aceste proiecte pot oferi informații valoroase despre ce funcționează și ce trebuie îmbunătățit.

Integrarea teoriei grafurilor în educație prin abordarea STEAM poate întâmpina numeroase provocări, există soluții viabile pentru a depăși aceste obstacole. Prin dezvoltarea de resurse educaționale adecvate, formarea continuă a profesorilor și utilizarea exemplelor de bune practici, putem asigura o implementare eficientă și benefică pentru elevi/studenți.

Concluzii

Integrarea teoriei grafurilor în educație prin abordarea STEAM reprezintă o oportunitate semnificativă pentru a îmbunătăți și moderniza procesul de învățare. Pe parcursul acestui articol, am evidențiat multiplele beneficii ale teoriei grafurilor, printre care se numără dezvoltarea gândirii critice, creșterea capacității de rezolvare a problemelor și îmbunătățirea competențelor analitice și digitale ale elevilor/studenților.

Prin definirea clară a teoriei grafurilor și relevanța sa în curriculumul modern, am subliniat necesitatea integrării acestei discipline în sistemul educațional. Abordarea STEAM, care combină știința, tehnologia, ingineria, artele și matematica, oferă un cadru propice pentru a introduce conceptele teoriei grafurilor în moduri inovative și interactive. Metodele de integrare, împreună cu exemple practice și proiecte concrete, demonstrează cum elevii/studenții pot aplica teoria grafurilor în contexte reale, sporindu-le astfel interesul și înțelegerea.

Cu toate acestea, implementarea teoriei grafurilor nu este lipsită de provocări. Educația se confruntă cu diverse obstacole, de la resursele limitate disponibile pentru profesori până la necesitatea de formare continuă și adaptare a materialelor didactice. Soluțiile propuse, inclusiv accesul la resurse suplimentare și suportul pentru cadrele didactice, sunt esențiale pentru a depăși aceste dificultăți. Studii de caz și exemple de succes evidențiază potențialul și impactul pozitiv pe care teoria grafurilor îl poate avea asupra elevilor/studenților atunci când este integrată eficient.

Adoptarea teoriei grafurilor în educație prin abordarea STEAM nu doar că sprijină dezvoltarea competențelor esențiale pentru viitor, dar contribuie și la formarea unei generații de elevi/studenți mai bine pregătiți pentru provocările complexe ale lumii moderne. Este esențial ca educatorii, administratorii și factorii de decizie să colaboreze pentru a facilita această integrare, asigurându-se că toți elevii/studenții beneficiază de oportunitățile educaționale oferite de teoria grafurilor.

Articol realizat în cadrul proiectului de cercetări științifice „Metodologia implementării TIC în procesul de studiere a științelor reale din perspectiva conceptului STEAM și Inteligenței Artificiale”, codul 040101, din cadrul Programului instituțional de cercetare (2024-2027), aprobat prin Ordin MEC nr. 102 din 01.02.2024

Bibliografie

1. CHIRIAC, Liubomir; BOSTAN, Marina. *Elemente de Teoria Grafurilor*. Chișinău: „Tipografia centrală”, 2022. 316 p., ISBN 978-5-88554-150-3.
2. CAMILO, Rodriguez-Nieto; ÁNGEL, Alsina. Networking between ethnomathematics, STEAM education, and the globalized approach to analyze mathematical connections in daily practices. In: *Modestum. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 2022, 18(3), em2085, 22p. ISSN 1305-8223 (online) Disponibil: <https://doi.org/10.29333/ejmste/11710>
3. ACHIRI, Ion. Învățarea transdisciplinară prin proiecte STE(A)M. In: *Materialele Conferinței științifice internaționale „Abordări inter/transdisciplinare în predarea științelor reale, (concept STEAM)”*, ediția a doua, 28-29 octombrie 2022, 527p. ISBN 978-9975-76-411-7. Disponibil: https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag_file/UST_conferinta_STEAM_28-29_10_2022_0.pdf
4. CHIRIAC, Liubomir (coordonator); GREMALACHI, Anatol; CHIRIAC, Eugenia. [et al.] *Reconceptualizarea procesului de studiere științelor reale din perspectiva inter/transdisciplinarității și valorificării educației STEAM*. Chișinău: Bons Offices, 2023. 80 p. ISBN 978-5-36241-116-9.

UDC: 37.02:51+004

PROVOCĂRI NOI ÎN EDUCAȚIA PENTRU MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ: STUDIU DE CAZ - REPUBLICA MOLDOVA

Andrei BRAICOV, dr., conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0001-6416-2357>

e-mail: braicov.andrei@upsc.md

Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău

Rezumat. Educația pentru matematică și informatică din Republica Moldova se află într-un proces continuu de transformări, care survin din evoluțiile tehnologice, dar și din tendințele de dezvoltare, problemele sociale globale și cele locale: creșterea frecvenței situațiilor de criză; apariția necesităților de cercetare a unor subiecte trans- și inter-disciplinare, diminuarea interesului tinerei generații față de științele reale; deficitul de cadre didactice; scăderea motivației de învățare; rating modest al rezultatelor academice în evaluări internaționale gen PISA etc.

A fost analizată situația actuală a acestei educații din perspectiva modificărilor curriculare, a suportului metodologic pentru formarea cadrelor didactice și a provocărilor noi, generate de transformările menționate.

S-a constatat că cele 7 centre de formare profesională continuă care au drept grup-țintă cadre didactice de matematică și informatică din învățământul general, oferă pentru ei 22 de programe formare, care acoperă doar circa 50 % din noile subiecte de învățare, stipulate în curriculum prin cursurile opționale. În același timp, de rând cu posibilele perspective de individualizare a învățării, de adaptare a conținutului educațional la contextul sociocultural național și internațional, există probabilitatea apariției unui șir de riscuri și provocări: rezistența la schimbare; formarea inadecvată a profesorilor; deficitul de resurse și infrastructură; supraîncărcarea curriculumului; evaluarea anevoioasă și ineficientă; adaptarea diferențiată la nevoile elevilor; coordonarea și coerența proceselor transformaționale; impactul nesemnificativ asupra performanțelor elevilor etc.

Pentru diminuarea acestor riscuri se propune oferirea unui suport continuu pentru profesorii de matematică și informatică prin reconceptualizarea programelor de formare profesională a cadrelor didactice, care vor include subiecte de învățare axate pe modele pedagogice, instrumente și metodologii noi, menite să crească motivația de învățare și bazate pe implicarea elevilor în procesul educațional, cum ar fi strategia *Conditional knowledge*, educația matematică realistă, metoda *Clasei Inversate*, video-pedagogia, tehnologii de realitate virtuală, realitate augmentată și realitate mixtă etc.

Cuvinte cheie: educație, matematică, informatică, curriculum.

NEW CHALLENGES IN MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE EDUCATION: CASE STUDY - REPUBLIC OF MOLDOVA

Abstract. Mathematics and computer science education in the Republic of Moldova is undergoing continuous transformations, driven by technological advancements as well as global and local developmental trends and social challenges: the increasing frequency of crises, the emergence of the need to research trans- and inter-disciplinary topics, the declining interest of the younger generation in the natural and real sciences, the shortage of teaching staff, decreasing learning motivation, modest ratings in international assessments such as PISA, etc.

The current state of this education has been analyzed from the perspective of curriculum changes, methodological support for teacher training, and new challenges generated by the mentioned transformations.

It has been found that the seven centers for continuous professional development, which target mathematics and computer science teachers in general education, offer 22 training programs that cover only about 50% of the new learning topics stipulated in the curriculum through elective courses. At the same time, alongside potential perspectives for individualized learning, adapting educational content to the national and international socio-cultural context, there is a likelihood of various risks and challenges arising: resistance to change, inadequate teacher training, lack of resources and infrastructure, curriculum overload, challenging and inefficient assessment, differentiated adaptation to student needs, coordination and coherence of transformational processes, insignificant impact on student performance, etc.

To mitigate these risks, continuous support is proposed for mathematics and computer science teachers by reconceptualizing teacher professional development programs, which will include learning topics focused on new pedagogical models, tools, and methodologies aimed at increasing learning motivation and involving students in the educational process, such as Conditional knowledge strategy, realistic mathematics and computer science education, the flipped classroom method, video pedagogy, virtual reality technologies, augmented reality, mixed reality, etc.

Keywords: education, mathematics, informatics, curriculum.

Article produced within the scientific research project "Global Issue-Oriented STEAM Teaching to Create a more Sustainable Future", code 24.80013.0807.2TR, within the Moldovan-Turkish bilateral projects (2024-2025), strategic priority IV "Societal Challenges", with the financial support provided by the National Agency for Research and Development

Bibliografie

1. BIANCHI, G., PISIOTIS, U., CABRERA GIRALDEZ, M. GreenComp – The European sustainability competence framework. Bacigalupo, M., Punie, Y. (editors), EUR 30955 EN, Publications Office of the European Union, Luxembourg, 2022; ISBN 978-92-76-46485-3, doi:10.2760/13286, JRC128040. Council of Europe. Disponibil la <https://publications-jrc.ec.europa.eu/repository/handle/JRC12804>
2. THOMAS, JW. A review of research on Project-Based Learning. San Rafael, CA: Autodesk Foundation, 2000.
3. GREMALSCHI, A., CHIRIAC, L., CHIRIAC, E. ș.a. *Reconceptualizarea procesului de studiere a științelor reale din perspectiva intre/transdisciplinarității și valorificării educației STEAM*. Chișinău, 2023. 80 p. ISBN 978-5-36241-116-9.
4. RUTKAUSKIENĖ, D., BRAICOV, A., CORLAT, S. ș. a. *ICT enhanced learning. Monograph* /Eds.: Danguole Rutkauskiene, Oleksandr Suk, Daina Gudoniene. Kharkiv: Planeta print, 2017. 309 p. ISBN: 9786177229734.

5. CORLAT, S., KARLSSON, G., BRAICOV, A. ș.a. *Metodologia utilizării Tehnologiilor Informaționale și de Comunicație în învățământul superior*. Chișinău: Tipografia Centrală, 2012. 204 p. ISBN 978-9975-76-070-6.
6. BRAICOV, A., VEVERIȚA, T. *Metode de instruire activă la Informatică*. Chișinău: S. n., 2022 (Tipografia UST). 209 p. ISBN 978-9975-76-378-3.
7. BRAICOV, A., VEVERIȚA, T. Reflecții asupra documentelor și inițiativelor naționale de promovare a educației STEAM în învățământul general. În: *Acta et Commentationes, Sciences of Education*, nr. 1(35), 2024, ISSN 1857-0623, E-ISSN 2587-3636 p. 21-34, DOI: 10.36120/2587-3636.v35i1.21-34.
8. BRAICOV, A., VEVERIȚA, T. Implementarea conceptului *Instruirea în bază de proiect* în predarea unor cursuri de Informatică. În: *Acta et commentationes. Științe ale Educației*, Nr. 2 (24), Categoria B, 2021, ISSN 1857-0623 / e-ISSN 2587-3636, p. 30 – 41 <https://doi.org/10.36120/2587-3636.v24i2.30-41>
9. ACHIRI, I., BAȘ, L., BRAICOV, A. ș.a. *Matematică. Clasele V–IX. Curriculum disciplinar. Ghid de implementare*. Chișinău: Lyceum, 2020. 180 p. ISBN 978-9975-3438-7-9.
10. ACHIRI, I., BAȘ, L., BRAICOV, A. ș.a. *Matematică. Clasele X–XII. Curriculum disciplinar. Ghid de implementare*. Chișinău: Lyceum, 2020. 192 p. ISBN 978-9975-3438-6-2.
11. Planul-cadru pentru învățământul primar, gimnazial și liceal anul de studii 2023-2024. https://mecc.gov.md/sites/default/files/ordin_si_plan_cadru_2023-2024_aprobat_si_plasat_pe_site.pdf
12. GUȚU, V., GREMALSCI, A., ANDRIȚCHI, V., ȚÎBULEAC, A. *Conceptul dezvoltării curriculumului școlar*. Chișinău, 2024. 40 p. https://mec.gov.md/sites/default/files/concept-26-aprilie-compressed_6630a85a97a2e.pdf
13. <https://mecc.gov.md/ro/content/centre-de-formare-continua-0>
14. INCI, A. M., PEKER, B., KUCUKGENCAY, N. Realistic mathematics education. In: O. Cardak & S. A. Kiray (Eds.), *Current Studies in Educational Disciplines* 2023. ISRES Publishing. pp. 66-83.
15. BORKO, H., JACOBS, J., EITELJORG, E., PITTMAN, M. E. Video as a Tool for Fostering Productive Discussions in Mathematics Professional Development. În: *Teaching and Teacher Education: An International Journal of Research and Studies*, 2008. nr. 24(2), pp. 417–436.
16. VAN ES, E.A., CASHEN, M., BARNHART, T., AUGER, A. Learning to notice mathematics instruction: Using video to develop preservice teachers' vision of ambitious pedagogy. În: *Cognition and Instruction*, 2017. nr. 35(3), pp. 165–187.

UDC: 37.02:51

DEZVOLTAREA ABILITĂȚILOR DE CERCETARE LA MATEMATICĂ PRIN REZOLVAREA PROBLEMELOR CU PARAMETRI

Laurențiu CALMUTCHI, doctor habilitat, profesor universitar

<https://orcid.org/0000-0001-6665-7927>

e-mail: calmutchi.laurentiu@upsc.md

Ozkan TURAN, doctorand

Catedra Algebră, Geometrie și Topologie, UPS „Ion Creangă” din Chișinău

Rezumat. Modernizarea în învățământul preuniversitar implică crearea condițiilor pentru îmbunătățirea calității educației utilizând metode de predare eficiente. Această modernizare include și reformarea educației matematice. În articol se prezintă un punct de vedere privitor la definirea specificului organizării procesului de rezolvare a problemelor cu parametri în formarea și dezvoltarea abilităților de cercetare la elevi la studierea matematice.

Cuvinte-cheie: Abilități de cercetare, probleme cu parametri, activitatea de cercetare, modernizarea învățământului, parametru, rezolvarea problemelor cu parametri.

DEVELOPING MATHEMATICS RESEARCH SKILLS THROUGH PARAMETER PROBLEM SOLVING

Abstract. Modernization in pre-university education involves the creation of conditions for improving the quality of education using effective teaching methods. This modernization also includes reforming mathematics. The article presents point of view regarding the definition of the specifics of the organization of the process of solving problems with parameters in the formation and development of skills when studying mathematics.

Keywords: Research skills, problems with parameters, research, activity, modernization education, parameter, solving problems with parameters.

Introducere

Noile standarde educaționale, progresul tehnologiilor informaționale, perceperea informațiilor de către noile generații de elevi necesită restructurarea învățământului matematic din instituțiile preuniversitare. Starea actuală a științei necesită o astfel de pregătire care echipează elevii cu abilitățile de a dobândi independent cunoștințe.

Metoda de cercetare descrisă în literatura modernă este interpretată ca un model integral, sistemic, pe mai multe niveluri, dinamic, deschis, procedural și personal al activităților educaționale, de cercetare, reflectând în funcție de specificul situației de cercetare, integrarea variabilă a metodelor logice, euristice, empirice în raport cu care îndeplinește rolul de formare a unui sistem.

Activitatea de cercetare a elevului se prezintă ca o activitate asociată cu rezolvarea unei probleme de cercetare cu o soluție necunoscută anterior. Cercetarea este

una dintre noile direcții metodologice în procesul de învățământ preuniversitar. Ea implică studiul științific al unui subiect.

În practica școlară se folosesc două tipuri de activități de cercetare:

- *Cercetarea științifică* – preconizează dobândirea cunoștințelor despre lumea din jurul nostru;
- *Cercetarea educațională* – preconizează modul universal de dobândire a cunoștințelor.

Relevanța cercetării constă în descoperirea unor modalități de utilizare sistematică a cercetării în procesul de predare a matematicii prin rezolvarea problemelor cu parametri.

Rezolvarea problemelor cu parametri necesită cercetare, chiar dacă acest cuvânt nu este menționat în formularea problemei. Problemele cu parametri sunt importante în formarea și dezvoltarea gândirii logice, creativității, în îmbunătățirea competențelor subiectului, în dezvoltarea abilităților de cercetare și a culturii matematice. Problemele cu parametri poartă caracter exploratoriu, iar acest lucru este asociat cu semnificația metodologică a acestui tip de probleme, cât și cu dificultățile de dezvoltare a abilităților de cercetare a elevului. Dezvoltarea abilităților de cercetare este imposibilă în afara situațiilor problematice, prin urmare problemele non-standard, problemele cu parametri au o deosebită importanță în învățarea cu succes a matematicii.

Abilitățile de cercetare sunt considerate ca abilități complexe. Ele sunt alcătuite din componentele indicate în Figura 1.

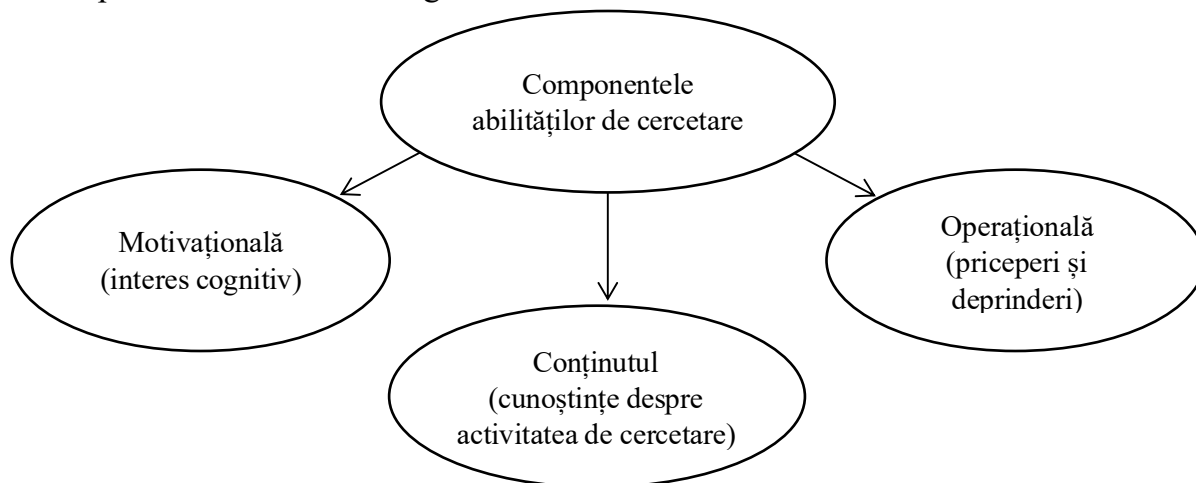


Figura 1. Componentele abilităților de cercetare

Dacă elevul are una dintre componente lipsă sau insuficient formată, atunci dezvoltarea abilităților de cercetare nu va avea loc. Dacă combinăm aceste abordări atunci: *Abilitățile de cercetare pot fi înțelese ca un sistem complex de operațiuni mentale și acțiuni aplicate, care sunt efectuate de elevi, însoțiți de profesor, ceea ce permite să efectueze cercetări educaționale sau unele etape individuale cu ajutorul cărora se formează competențe matematice.*

Abilitățile de cercetare pot fi grupate în:

1. Abilități informaționale;
2. Abilități practic- organizaționale;
3. Abilități de a utiliza metode, variante de soluționare a problemei;
4. Abilități de apreciere a soluționării problemei, participare în discuții.

Rezolvarea problemelor cu parametri joacă un rol deosebit în dezvoltarea abilităților de cercetare. Activitatea de cercetare necesită respectarea anumitor etape: formularea problemei; cercetarea informației la temă; alegerea metodelor de cercetare; selecționarea informațiilor proprii; analiza rezultatelor obținute; formularea concluziilor [4].

Scopul cercetării constă în stabilirea specificului organizării procesului de formare a abilităților de cercetare prin rezolvarea problemelor cu parametri la lecțiile de matematică.

Exemplul 1. Pentru ce valori a parametrului p ecuația $|x + 3| + |x - 1| = p$ nu are soluții, are o singură soluție, are două soluții, are o infinitate de soluții?

1) **Metoda algebrică.** Împărțim axa numerică în trei intervale (fig. 2)

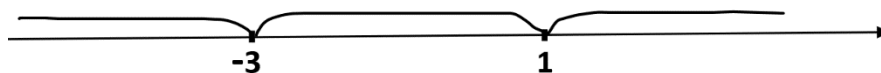


Figura 2.

Dacă $x < -3$, obținem:

$$-x - 3 - x + 1 = p, -2x = 2 + p, x = -\frac{2+p}{2}.$$

Ecuția va avea soluție dacă $-\frac{2+p}{2} < -3$, $-2 - p < -6$, $p > 4$. Pentru, $p \leq 4$ ecuația nu are soluții.

Dacă $-3 \leq x < 1$, avem:

$$x + 3 - x + 1 = p, \text{ de unde } p = 4.$$

În acest caz, ecuația are o infinitate de soluții pentru $p = 4$, dacă însă $p \neq 4$ ecuația nu are soluții.

Dacă $x \geq 1$, avem:

$$x + 3 + x - 1 = p, 2x = p - 2, x = \frac{p-2}{2}.$$

Ecuția are soluții dacă $\frac{p-2}{2} \geq 1$, de unde $p \geq 4$. Pentru, $p < 4$ ecuația nu are soluții.

Răspuns: Pentru $p < 4$ ecuația nu are soluții; pentru $p = 4$ ecuația are o infinitate de soluții; dacă $p > 4$ ecuația are două soluții; o singură soluție ecuația nu poate avea nici pentru o valoare p .

2) **Metoda geometrică.** În limbaj geometric ecuația $|x + 3| + |x - 1| = p$ are un sens bine determinat și anume: se cere de aflat așa punct $M(x)$, suma distanțelor de la care până la punctele $A(-3)$ și $B(1)$ să fie egală cu p .

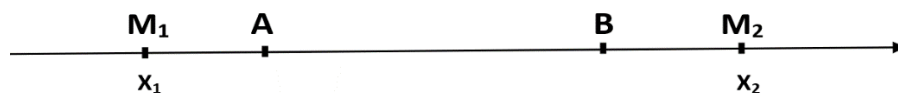


Figura 3.

În fig.3 se vede, că $AB = 4$, de aceea: dacă $p < 4$, atunci așa punct $M(x)$, suma distanțelor de la care până la punctele $A(-3)$ și $B(1)$ să fie egală cu p nu există, deoarece pentru toate punctele segmentului AB suma distanțelor până la punctele A și B este egală cu 4, iar pentru toate punctele situate în afara segmentului AB suma acestor distanțe este mai mare decât 4. Urmează, că pentru $p < 4$ ecuația nu are soluții; dacă $p > 4$, atunci întotdeauna există două puncte $M_1(x_1)$ și $M_2(x_2)$, situate în afara segmentului AB și simetrice în raport cu segmentul AB , astfel încât suma distanțelor de la fiecare din care până la punctele A și B să fie egală cu p . În așa caz, ecuația are două soluții: dacă $p = 4$, atunci există o infinitate de puncte $M(x)$, suma distanțelor lor de la care până la punctele A și B să fie egală cu 4 (toate ele aparțin segmentului AB). Prin urmare, în acest caz ecuația are o infinitate de soluții. Evident, răspunsul este același.

Să menționăm, că poate fi folosit planul de coordonate la rezolvarea ecuației inițiale. În așa caz se obține o altă variantă a metodei geometrice. Răspunsul însă, va fi același.

Un interes deosebit prezintă rezolvarea problemelor geometrice cu parametri. La rezolvarea ecuațiilor cu parametri deseori se folosesc graficele funcțiilor.

Exemplul 2. Pentru ce valori a parametrului p ecuația $x - a = ||2x| - 1|$ are exact 3 rădăcini?

Soluție. Construim graficele funcțiilor $y_1 = ||2x| - 1|$ și $y_2 = x - a$ (Fig.4)

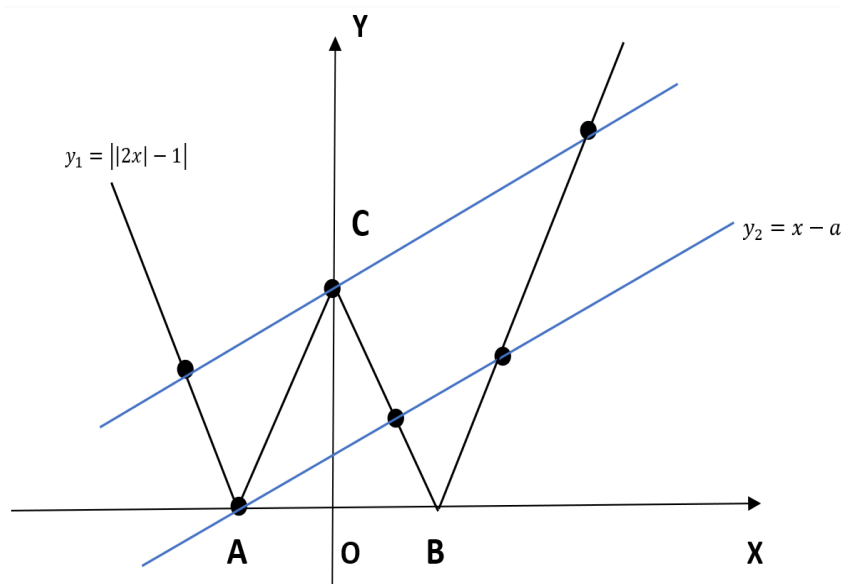


Figura 4.

Graficul funcției y_1 este tangent la axa Ox în punctele $A(-0.5; 0)$ $B(0.5; 0)$. Dreapta $y_2 = x - a$ va avea exact 3 puncte de intersecție cu graficul funcției y_1 atunci și numai atunci când ea va trece prin punctul $A(-0.5; 0)$ sau prin punctul $C(0, 1)$. În toate celelalte

cazuri numărul de puncte de intersecție a graficelor funcțiilor y_1 și y_2 va fi mai mare sau mai mic decât 3. Să determinăm valorile parametrului a în primul și cel de al doilea caz. Fie dreapta $y_2 = x - a$ trece prin punctul A, atunci $0 = -\frac{1}{2} - a$, adică $a = -\frac{1}{2}$. Dacă dreapta $y_2 = x - a$ trece prin punctul C, atunci $a = -1$.

Răspuns: $a = -\frac{1}{2}$ sau $a = -1$.

Exemplul 3. O asociație agricolă a sădit n pomi situați în rânduri, iar în fiecare rând același număr de pomi. Dacă în fiecare rând se sădesc cu câte 3 pomi mai puțin, iar numărul rândurilor se mărește cu 4, atunci numărul pomilor în livadă rămâne același. Câte rânduri de pomi au fost sădite în livadă?

Soluție. Fie în livadă au fost sădite x rânduri de pomi, atunci în fiecare rând erau câte $\frac{n}{x}$ pomi. Dacă în fiecare rând se sădește cu 3 pomi mai puțin, atunci fiecare rând au fost sădiți $(\frac{n}{x} - 3)$ pomi, dar atunci numărul rândurilor va fi $x + 4$. Din condiția problemei, numărul de pomi nu s-a schimbat și deci:

$$\left(\frac{n}{x} - 3\right)(x + 4) = n \quad (1)$$

Transformând această ecuație, obținem:

$$x^2 + 4x - \frac{4n}{3} = 0 \quad (2)$$

Soluțiile ecuației (2) sunt:

$$x_1 = -2 - 2\sqrt{1 + \frac{n}{3}}, \quad x_2 = -2 + 2\sqrt{1 + \frac{n}{3}}$$

Să efectuăm cercetarea:

- Din condiția problemei x și n sunt numere naturale. Așa cum la micșorarea numărului pomilor în fiecare rând cu 3, numărul rândurilor s-a mărit cu 4, urmează că numerele x și n sunt numere naturale pare, iar $(\frac{n}{x} - 3)$ este număr natural, adică $n > 3x$. Să observăm că $x \geq 2$, dar atunci $n \geq 6$.
- Deoarece discriminantul ecuației (2) $D = \left(1 + \frac{n}{3}\right) > 1$, urmează că rădăcinile ecuației (2) sunt reale. Conform teoremei lui Viète, $x_1 x_2 = -\frac{4n}{3} < 0$; adică $x_1 < 0$ iar $x_2 > 0$.
- $x_1 < 0$ nu satisface condițiile problemei, deoarece x trebuie să fie număr natural; $x_2 > 0$ satisface condiției problemei, dacă n este număr natural par, pentru care x_2 deasemenea este număr natural par. Aceasta este posibil doar în cazul când expresia $\left(1 + \frac{n}{3}\right)$ va fi un pătrat exact în mulțimea numerelor naturale.

Să notăm $1 + \frac{n}{3} = q^2$, unde q este un număr natural. Atunci:

$$n = 3(q^2 - 1) \text{ sau } n = 3(q - 1)(q + 1)$$

Din condiția problemei n este număr natural par nu mai mic decât 6. Deoarece $q - 1$ și $q + 1$ sunt simultan pare sau impare, atunci pentru q par, n va fi impar și prin urmare nu va satisface condițiile problemei, iar pentru q impar, n va fi număr par. Să notăm, $q = 2k + 1$, atunci $n = 12k(k + 1)$.

Așa cum $n \geq 6$, obținem:

$$12k(k + 1) \geq 6; k \geq 1, \text{ adică } k = 1, 2, 3, \dots$$

Prin urmare, pentru rezolvarea problemei date sunt posibile doar acele valori a numărului n care au forma $n = 12k(k + 1)$, unde $k = 1, 2, 3, \dots$

Răspuns: În livadă au fost sădite $-2 + 2\sqrt{1 + \frac{n}{3}}$ rânduri, unde $n = 12k(k + 1)$, $k = 1, 2, 3, \dots$

Exemplul 4. Două puncte A și B se mișcă pe laturi diferite a unui unghi drept spre vârful unghiului cu viteze, corespunzător egale a m/s și b/s . În momentul dat, punctele se apropie de vârful unghiului astfel încât, punctul A se află la distanța m cm, iar B se află la distanța n cm. Peste câte secunde după acest moment distanța dintre puncte va fi egală cu d cm?

Soluție. Pentru analiză facem un desen schematic (fig. 5)

Fie distanța dintre punctele A și B peste x secunde va fi egală cu d cm. Atunci punctul A peste x secunde va parcurge distanța $AA_1 = ax$, iar punctul B va parcurge distanța $BB_1 = bx$. Atunci, distanța punctului A de la vârful unghiului $OA = (m - ax)$, iar distanța $OB_1 = (n - bx)$. Din triunghiul dreptunghic A_1OB_1 conform Teoremei lui Pitagora, determinăm:

$$(m - ax)^2 + (n - bx)^2 = d^2$$

După unele transformări această ecuație are forma:

$$(a^2 + b^2)x^2 - 2(am + bn)x + m^2 + n^2 - d^2 = 0.$$

Rezolvând această ecuație, obținem:

$$x_1 = \frac{am + bn - \sqrt{(am + bn)^2 - (a^2 + b^2)(m^2 + n^2 - d^2)}}{a^2 + b^2}$$

$$x_2 = \frac{am + bn + \sqrt{(am + bn)^2 - (a^2 + b^2)(m^2 + n^2 - d^2)}}{a^2 + b^2}$$

Să facem cercetarea:

a) Din condițiile problemei, avem:

$$a > 0, b > 0, m > 0, n > 0, d > 0, x \geq 0, \text{ încât}$$

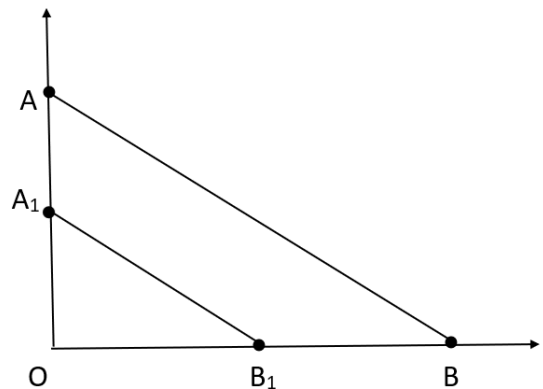


Figura 5.

$$ax \leq m, bx \leq n \text{ și } d^2 \leq m^2 + n^2$$

b) rădăcinile ecuației x_1 și x_2 sunt reale pentru

$$D = (am + bn)^2 - (a^2 + b^2)(m^2 + n^2 - d^2) \geq 0 \text{ sau}$$

$(a^2 + b^2)d^2 - (an - bm) \geq 0$, adică parametrii din problemă sunt aleși astfel încât ei să satisfacă ultimei inegalități. Să determinăm semnele acestor rădăcini.

Conform Teoremei Viete

$$x_1 + x_2 = \frac{2(am + bn)}{a^2 + b^2} > 0,$$

$x_1 x_2 = \frac{m^2 + n^2 - d^2}{a^2 + b^2} \geq 0$, Adică ori ambele rădăcini sunt pozitive, ori $x_1 = 0, x_2 > 0$ pentru

$$a^2 + b^2 - d^2 = 0;$$

c) Soluției problemei satisface acele rădăcini, ce satisface sistemul

$$\begin{cases} ax \leq m \\ bx \leq n \end{cases}$$

Pentru a compara rădăcinile cu valorile x , ce satisfac ultimului sistem de inecuații, înmulțim inecuațiile sistemului corespunzător la $a > 0, b > 0$, le adunăm și obținem:

$$(a^2 + b^2)x \leq am + bn, \text{ sau } x \leq \frac{am + bn}{a^2 + b^2}.$$

Comparând x_1 și x_2 cu expresia $\frac{am + bn}{a^2 + b^2}$, conchidem că $x_1 < \frac{am + bn}{a^2 + b^2}$ satisface soluției problemei, iar $x_2 > \frac{am + bn}{a^2 + b^2}$ nu satisface condiției.

Răspuns: Distanța dintre punctul A și B va fi egală cu d peste

$$\frac{am + bn - \sqrt{(am + bn)^2 - (a^2 + b^2)(m^2 + n^2 - d^2)}}{a^2 + b^2} \text{ (s)}$$

Exemplul 5. Conul și cilindrul au aceeași înălțime. Aria totală a conului se raportează la aria totală a cilindrului cu $1:n$. De aflat unghiul dintre generatoarea conului și planul bazei.

Soluție. Să analizăm secțiunea axială a acestor figuri (fig. 6).

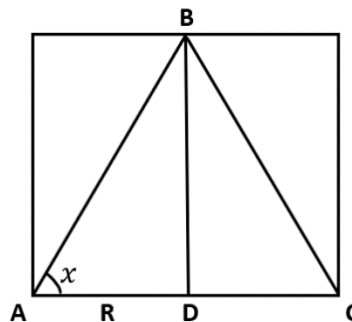


Figura 6.

Din condiția problemei:

$$\frac{\pi R(R + L)}{2\pi R(R + H)} = \frac{1}{n}, \quad \frac{R + L}{2(R + H)} = \frac{1}{n}$$

Dacă mărimi arcului $BAC = x$, atunci din $\triangle ABD$, avem:

$$R = L \cos x, H = L \sin x.$$

Urmează, $\frac{L \cos x + L}{2(L \cos x + L \sin x)} = \frac{1}{n}, \frac{1 + \cos x}{2(\cos x + \sin x)} = \frac{1}{n}.$

Exprimăm $\sin x$ și $\cos x$ prin tangenta jumătății argumentului și obținem:

$$tg^2\left(\frac{x}{2}\right) - 2tg\left(\frac{x}{2}\right) + n - 1 = 0, tg\left(\frac{x}{2}\right) = 1 \pm \sqrt{2-n} (n \leq 2)$$

Deoarece $\frac{x}{2} < 45^\circ$, urmează $tg\left(\frac{x}{2}\right) < 1$ și după $tg\left(\frac{x}{2}\right) = 1 + \sqrt{2-n}$ nu satisface condiția. Rămâne $tg\left(\frac{x}{2}\right) = 1 - \sqrt{2-n}$. Determinăm valorile parametrului n pentru care $0 < tg\left(\frac{x}{2}\right) < 1$. Pentru asta, dublăm inecuația dublă $0 < 1 - \sqrt{2-n} < 1$ și obținem: $1 < n < 2$.

Răspuns: $2 \arctan(1 - \sqrt{2-n})$, unde $1 < n < 2$.

Exemplul 6. O sferă cu diametrul d este înscrisă într-o piramidă triunghiulară regulată. De aflat lungimea muchiei laterale dacă latura bazei este egală cu a .

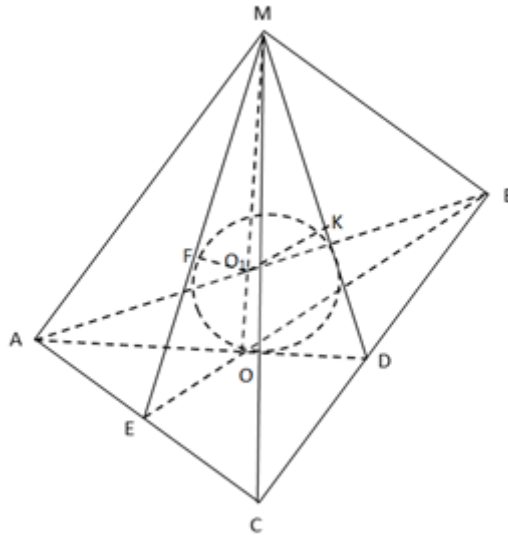


Figura 7.

Soluție. Sfera este tangentă tuturor fețelor piramidei: baza ABC în punctul O , punctul de intersecție a medianelor $[AD]$ și $[BE]$, fața laterală în punctele K și F , ce aparțin lui $[MD]$ și $[ME]$. Centrul sferei O_1 ce aparține înălțimii piramidei $[MO]$.

Observăm că $|O_1 O| = |O_1 K| = \frac{d}{2}$.

Deoarece piramida este regulată:

$$|MA| = |MB| = |MC|, |AB| = |AC| = |BC| = a$$

$$m\angle MAO = m\angle MBO = m\angle MCO, m\angle MDO = m\angle MEO$$

Pentru a afla muchia piramidei, mai întâi vom afla lungimile

$$|AO| \text{ și } |MO|, |AD| = \frac{a\sqrt{3}}{2}, |AO| = \frac{2}{3}, |AD| = \frac{a\sqrt{3}}{3}, |OD| = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

Observăm că $\triangle MOD$ și $\triangle MKO_1$ sunt triunghiuri dreptunghice și ambele au un unghi aschuiț egal. Din asemănarea triunghiurilor aflăm:

$$\frac{|O_1K|}{|OD|} = \frac{|O_1M|}{|MD|} \quad (1)$$

Dacă $|OM| = h$, atunci $|O_1M| = h - \frac{d}{2}$, din $\triangle MOD$ avem:

$$|MD| = \sqrt{h^2 + |OD|^2} \text{ sau } |MD| = \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{12}}$$

Substituim valorile pe care le-am obținut din $|O_1K|$, $|OD|$, $|O_1M|$ și $|MD|$ în (1) și avem:

$$\frac{\frac{d}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{6}} = \frac{h - \frac{d}{2}}{\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{12}}} \Rightarrow \frac{d^2}{a^2} = \frac{(2h - d)^2}{12h^2 + a^2}$$

Din ultima întrebare obținem:

$$h_1 = 0, h_2 = \frac{a^2d}{a^2 - 3d^2}. \text{ evident, } h = \frac{a^2d}{a^2 - 3d^2}$$

Problema are două soluții pentru $a > 0$, $h > 0$, $d > 0$ și $h > d\sqrt{3}$

Din $\triangle AOM$, avem:

$$\begin{aligned} |AM| &= \sqrt{|AO|^2 + |OM|^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{9} + \frac{a^4d^2}{(a^2 - 3d^2)^2}} = \\ &= \frac{a}{3(a^2 - 3d^2)} \sqrt{3(a^2 - 3d^2)^2 + 9a^2d^2} = \frac{a}{3(a^2 - 3d^2)} \sqrt{3a^4 + 27d^4 - 9a^2d^2} \end{aligned}$$

Răspuns: Pentru $a > 0$, $d > 0$, $a > d\sqrt{3}$

$$|AM| = \frac{a}{3(a^2 - 3d^2)} \sqrt{3a^4 + 27d^4 - 9a^2d^2}$$

Dacă analizăm rezolvările problemelor de mai sus, raționamentele acestora, ne încredințăm că rezolvând astfel de probleme într-adevăr putem forma la elevi abilități de cercetare. Toate aceste probleme și încă multe altele au fost rezolvate cu elevii din Liceul Teoretic „Orizont”. În rezultatul analizei exemplurilor rezolvate, putem evidenția abilitățile de cercetare care se formează:

- Abilități de a găsi valori ale parametrilor pentru care ecuația ia o formă anumită;
- De a determina tipul de ecuație în funcție de parametru;
- De a analiza o ecuație și de a selecta metoda soluției;
- De a efectua transformări în raport cu parametru;
- Abilități de a analiza graficul funcțiilor și de a găsi punctele de intersecție;
- Abilități de a exprima parametrul printr-o variabilă necunoscută;
- Capacitatea de a explora funcția la interval de descreștere și creștere;
- Capacitatea de a analiza rezolvarea exprimată în termeni de parametri;
- Abilități de a exprima rădăcinile unei ecuații parametrice prin parametri.

Concluzii

În concluzie menționăm, că rezolvarea problemelor cu parametri oferă oportunități majore formării și dezvoltării abilităților de cercetare la elevi în procesul de învățare a matematicii. Studiul efectuat clarifică aparatul conceptual legat de procesul de organizare a cercetării educaționale în învățarea matematicii. Materialul didactic a fost dezvoltat pentru organizarea cercetării educaționale de către cadrele didactice care activează în domeniu. Soluționarea sistematică a problemelor cu parametri dezvoltă la elevi abilități de observare, comparare, de a înainta și de a respinge ipoteze, de a sistematiza și generaliza informația privitor la problema dată. Un rol deosebit în organizarea și realizarea cercetării educaționale revine profesorului.

Bibliografie

1. CALMUȚCHI, L. *Metodologia rezolvării ecuațiilor și inecuațiilor cu parametri*. Chișinău; UST, 2010. 221p.
2. CALMUȚCHI, L. TURAN, O. *Methodology for solving problems with parameters*. Chișinău; 2022. 137 p.
3. ДАЛИНГЕР, В.А. *Методика обучения математике. поисково-исследователь-ская деятельность учащихся*: Москва. Издательство Юрайт, 2020. 460 с.
4. ГЛАДКОВА, Ю.М. Процесс формирования исследовательских умений во внеурочной деятельности. În: *Историческая и социально-образовательная мысль*. 2012. nr. 4, с. 91-95.

CZU: 58:582.99+51

INTERDEPENDENȚA DINTRE FLOAREA-SOARELUI, MATEMATICĂ ȘI CASA VIITORULUI

Eugenia CHIRIAC, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-5935-0414> e-mail: chiriac.eugenia@upsc.md

Sofia GRIGORCEA, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-4948-6430> e-mail: grigorcea.sofia@upsc.md

Boris NEDBALIUC, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-9116-4515> e-mail: nedbaliuc.boris@upsc.md

Nicolai ALUCHI, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0003-1874-8474> e-mail: aluchi.nicolae@upsc.md

Facultatea Biologie și Chimie

Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău

Odetta ȚIGANAȘ, doctor, conferențiar universitar

Instituția Publică Liceul Teoretic „Spiru Haret”, Chișinău, Republica Moldova

Abstract. Plantele în general, iar structura și funcțiile lor în particular, în procesul lor de creștere și dezvoltare, ascund multe enigme și regularități matematice, pe care unele din ele au fost și continua să fie descoperite, și analizate detaliat, de către oamenii de știință. Pe lângă faptul că sunt fascinante prin frumusețea lor, bucurând privirea, inflorescențele de floarea-soarelui reprezintă modele în spirală vizibile care se conformează regulilor matematice simple, dar subtile. Cercetătorii încep să înțeleagă cum mecanismele de creștere biologică generează aceste geometrii complicate.

Cuvinte-cheie: planta; floarea-soarelui; matematică; cercetare; casa viitorului.

THE INTERDEPENDENCE BETWEEN THE SUNFLOWER, MATHEMATICS AND THE HOUSE OF THE FUTURE

Abstract. Plants in general, and their structure and functions in particular, in their process of growth and development, hide many enigmas and mathematical regularities, some of which have been and continue to be discovered, and analysed in detail, by scientists. In addition to being mesmerizing in their beauty, pleasing to the eye, sunflower inflorescences represent visible spiral patterns that conform to simple but subtle mathematical rules. Researchers are beginning to understand how biological growth mechanisms generate these complicated geometries.

Keywords: the plant; sunflower; math; research; the house of the future.

Introducere

Actualmente, dezvoltarea rapidă a gândirii tehnice contribuie la resetarea disciplinelor biologice, iar unul dintre principalele obiective ale metodologiei de predare este de a trece de pasivitatea învățării biologiei, dezvoltând o perspectivă mai motivantă, prin identificarea unor răspunsuri mai complete și idei originale prin intermediul informațiilor altor discipline, cum ar fi: chimia, fizica, matematica, informatica, arta etc. Astfel, studiind natura, care prin definiție este perfectă, iar formele ei cu caracteristicile

morfo-funcționale sunt ideale, pe lângă faptul că produc admirație, motivează la descifrarea lor.

În acest context, studierea structurilor, funcțiilor, proceselor existente în natură, reprezintă un act de creativitate, însemnând pe de o parte cunoștințe care se completează din diferite discipline, pe de altă parte, aplicare și utilizare, or aceasta este imperativul vieții care evoluează atât de rapid în prezent [1].

Floarea-soarelui, caracteristici biologice

Floarea-soarelui în formă sălbatică avea o zonă mare de răspândire care se întindea din America de Nord până în America Centrală. Rezultatele arheologice arată că această plantă a apărut în jurul anului 2500 î. Hr. Pentru prima dată a fost cultivată pe pământurile americane, în regiunea Mississippi și în Mexico City. În Europa, floarea-soarelui a fost adusă din America de către marinarii spanioli în 1552, unde a fost cultivată inițial, ca plantă ornamentală.

Floarea-soarelui (*Helianthus annuus*) de cultură, este o plantă anuală, care face parte din familia Asteraceae (Compozitae), cu înălțimea de până la 2,5 m. Are rădăcina de până la 2 metri adâncime. Tulpina este dreaptă, groasă, neramificată, de culoare brună-gri. Frunzele sunt mari, alterne, cordat-ovate, acuminat, lung-pețiolate, de culoare verde. Dispunerea alternă (în spirală), maximizează expunerea la soare a fiecărei frunze și minimizează umbrirea unei frunze de către alta. Numărul de flori în inflorescențe, numite calatidii, variază între 100 și 8.000. Florile dispuse marginal sunt ligulate (în formă de limbă), asexuate, galbene-aurii, și au o reflexie UV mare. Cele centrale sunt tubuloase, bisexuate, galbene-cafenii, înfloresc în lunile iulie-august. Sunt polenizate de diferite insecte. Fructul este o achenă formată din pericarp (coajă) de culoare neagră sau dungată cu alb, având semințe albe. Acestea din urmă, conțin în mare parte ulei de înaltă calitate, bogat în acizi grași nesaturați și, în cantități mai mici, proteine, lecitină și vitamine. Este o plantă foarte activă din punct de vedere fotosintetic. Cu toate acestea, plantele sunt foarte dependente de lumină, adică, rata netă de fotosinteză este direct proporțională cu logaritmul intensității luminii, motiv pentru care plantele care sunt expuse la mai puțină lumină solară rămân semnificativ mai mici.

Inflorescența de floarea-soarelui, Secțiunea de Aur și șirul lui Fibonacci

La floarea-soarelui inflorescența se numește calatidiu (din grecescul „*kalathos*”, ceea ce în traducere înseamnă – coșuleț) care reprezintă o formă turtită (cu aspect de disc) cu un diametru care poate varia între 5 și 50 de centimetri, în jurul căreia se găsește un involucriu (totalitatea hipsofilelor (bracteilor) (fig.1). Această structură afișează modele în spirală, vizibile, care se conformează regulilor matematice simple, dar subtile.

Cercetătorii încep să înțeleagă cum mecanismele de creștere biologică generează aceste geometrii complicate din interiorul inflorescenței.

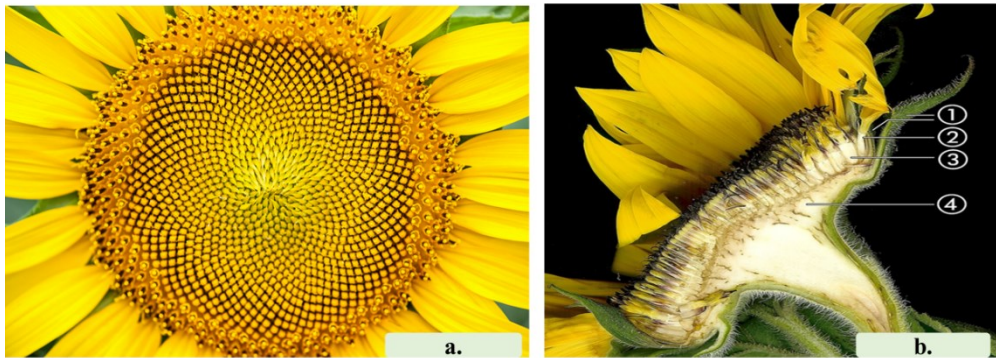


Figura 1. Inflorescența de floarea-soarelui privită din față (a.) și din profil, în secțiune longitudinală (b.): 1. bracteile; 2. florile ligulate (sterile); 3. florile tubuloase (fertile); 4. baza inflorescenței (sursa: Wikipedia)

Dezvoltarea inflorescenței este însoțită de formarea unor brațe spiralate care se formează atât conform acelor ceasornicului, cât și împotriva lor, fără a se suprapune una pe alta. Conform datelor matematicienilor, primul braț spiralat (arc) apare pe o parte a cercului inflorescenței, al doilea pe partea opusă la 180° față de primul. Al treilea braț spiralat de creștere este la un unghi puțin mai mic de 180° față de al doilea arc, deoarece în caz contrar ar fi direct deasupra primului. Acest model de influență continuă să micșoreze unghiul, apropiindu-se din ce în ce mai mult de aproximativ $137,5^\circ$ (fig. 2).

Aceste modele de creștere reflectă proprietăți matematice interesante. Dacă un cerc este împărțit în două arce, dintre care unul are un unghi de aproximativ $137,5^\circ$, dimensiunea arcului mai mare în comparație cu arcul mai mic este egală cu raportul dintre întregul cerc și arcul mai mare: 1.618 la 1. Aceasta este același model ca și în celebra succesiune Fibonacci, unde următorul număr este suma celor două anterioare (0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55...). Cu fiecare nouă adăugare la secvență, raportul ultimelor două numere se apropie din ce în ce mai mult de 1.618. Acest raport este cunoscut sub numele de Secțiunea de Aur, și reprezintă un principiu organizator al naturii. iar unghiul de $137,5^\circ$ este numit, Unghiul de Aur. Este interesant faptul, că ceea ce urmează este influențat într-un mod constant de ceea ce a apărut înainte, contribuind astfel la micșorarea unghiului dintre brațele spiralate de creștere, apropiindu-se din ce în ce mai mult de aproximativ $137,5^\circ$. Urmând acest model, florile umplu eficient spațiul disponibil din perimetrul inflorescenței. Or, aceasta duce la apariția unor forme uimitoare, cum ar fi și în cazul inflorescenței de floarea-soarelui, care are 34 de arce de spirală într-o direcție și 55 în cealaltă direcție. Fiecare floare din inflorescența de floarea-soarelui aparține unei spirale din stânga sau din dreapta structurii. Ceea ce este remarcabil este că numărul de spirale din secvența de numere Fibonacci în natură sunt, fără excepție, doar

numere învecinate din șirul de numere Fibonacci. La floarea-soarelui savanții au găsit combinații spirale de 21/34, 34/55, 55/89 și chiar 89/144 la unele inflorescențe cu diametrul mare [4].

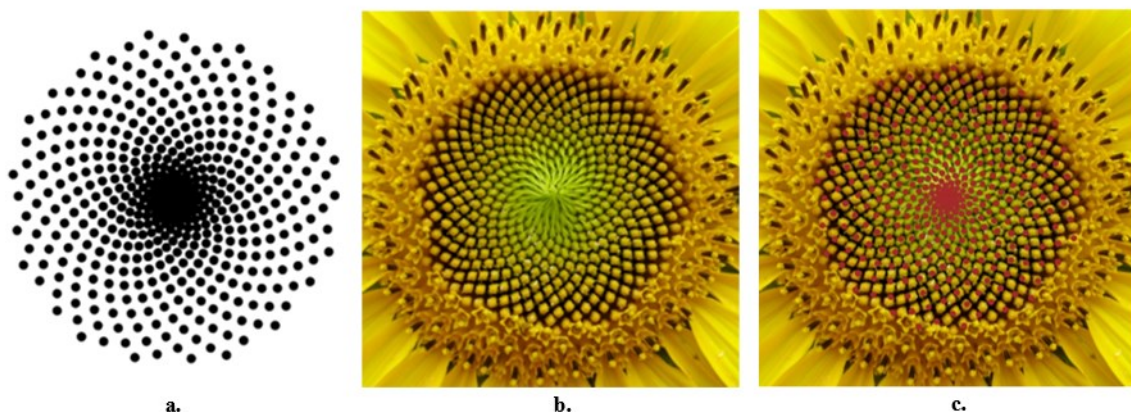


Figura 2. Simularea inflorescenței de floarea-soarelui și suprapunere de simulare:
a. algoritmul pentru crearea spiralelor Fibonacci cu ajutorul Javascript, HTML 5;
b. modelul din natură; c. suprapunerea de simulare
(sursa: <https://recreationalmathematics.neocities.org/Fibonacci-Nature>)

Plantele au dezvoltat și continuă să dezvolte strategii de dezvoltare auto-organizate care duc la proiectarea lor optimă. Proiectele umane care necesită o organizare spațială eficientă pot folosi aceste modele eficiente de la plante pentru diferite aplicații. De exemplu, inspirați de aranjarea florilor într-o inflorescență de floarea-soarelui, inginerii au reorganizat oglinzile într-o matrice de concentrator solar. Ei au descoperit că acest lucru le-a permis să concentreze aceeași cantitate de lumină solară ca înainte, dar a necesitat cu 20% mai puțină suprafață de teren [5].

Matematicieni precum *Pitagora*, *Euclid*, *Luca Pacioli* și *Leonardo din Pisa (Fibonacci)*, artiști precum *Botticelli*, *Michelangelo*, *Leonardo da Vinci*, *Dürer*, *Cézanne*, *Mondrian* și *Dalí*, arhitecți precum *Gaudí*, *Le Corbusier* și mulți alții au folosit unicitatea raportului de aur, aplicând-ul și prezentând-ul în munca lor ca o expresie a frumuseții, armoniei și eficienței [4].

Floarea-soarelui și construcțiile heliotropice

Plantele tinere de floarea-soarelui urmează soarele de la est la vest în timpul zilei, și apoi se reorientează în timpul nopții pentru a se îndrepta din nou spre est, în așteptarea răsăritului. Căile de semnalizare luminoasă stabilesc o rată de creștere a plantei, pe baza luminii disponibile. Inflorescența plantei este cea mai sensibilă la lumină. Ceasul circadian al plantei este influențat de direcția luminii și face ca tulpina să crească mai mult pe o parte decât pe cealaltă. În etapa finală, când plantele se maturizează, floarea-soarelui își încheie „traseele” solare și își întorc florile spre est, deoarece se încălzesc mai

repede dimineata, făcându-le mai atractive pentru insectele polenizatoare, cum ar fi de exemplu, albinele. Plantele de floarea-soarelui prezintă mișcare heliotropă chiar și în zilele înorate, fapt care sugerează că există un ritm diurn învățat, care este respectat în absența unei lumini direcționale puternice. Atât frunzele, cât și părțile inflorescenței se mișcă heliotropic. Heliotropismul floral, după cum afirmă specialiștii în domeniu, este controlat de celulele motorii situate chiar sub inflorescență.

Cercetătorii de la *Universitatea Berkley din California* (SUA) au căutat să explice modul în care tulpina de floarea-soarelui nu numai că pivotează cu calatidiul (inflorescența) după soare pe măsură ce poziția acestuia pe cer, se schimbă în timpul zilei, dar și se rotește cu 180 de grade în cursul nopții pentru a saluta din nou soarele a doua zi dimineata. Descoperirile lor includ faptul, că floarea-soarelui are ceasul său genetic intern, legat de creșterea tulpinii, astfel încât, în timpul zilei, partea dinspre est a tulpinii crește mai mult decât partea dinspre vest, facilitând astfel, întoarcerea tulpinii și inflorescenței din nou spre vest, pentru a urmări soarele în mișcarea sa. Noaptea, partea vestică a plantei crește mai repede, rotind inflorescența înapoi spre est, pentru a capta razele soarelui când acesta va răsări. Când planta a crescut până la maturitate, ceasul genetic oprește această creștere diferențiată, lăsând inflorescența cu fața spre est, pentru a aduna căldura soarelui de dimineata și a oferi albinelor o platformă caldă pentru polenizare. Echipa de cercetători a identificat o serie de gene care s-au manifestat la nivele mai ridicate pe partea expusă la soare a plantei în timpul zilei, și pe cealaltă parte în timpul nopții. Conform cercetătorilor *„Există două mecanisme de creștere pe baza cărora „lucrează” tulpina de floarea-soarelui: primul stabilește o rată de creștere principală, pentru plantă, în funcție de lumina disponibilă; al doilea, controlat de ceasul circadian și influențat de direcția luminii, face ca tulpina să crească mai mult pe o parte decât pe cealaltă și, prin urmare, balansează de la est la vest, pe durata unei zile”*. De asemenea, echipa de cercetători a investigat de ce floarea-soarelui matură are întotdeauna inflorescența îndreptată spre est. Astfel, savanții au constatat că în această poziție, planta se încălzește mai repede dimineata și atrage de cinci ori mai multe insecte polenizatoare. *„Acesta este primul exemplu de ceas al unei plante care modulează creșterea într-un mediu natural și care are repercusiuni reale pentru plantă”*, a adăugat Stacey Harmer, profesor la *Universitatea Davis din California* (SUA) [1].

Floarea-soarelui, model bionic pentru Casa viitorului

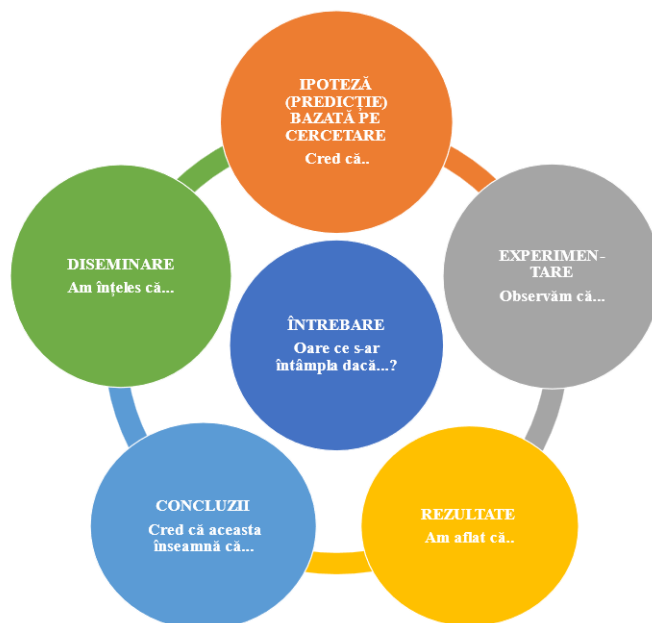
Arhitectul australian, *Koichi Takada* a prezentat o viziune progresivă pentru viitorul arhitecturii, abordând actuala urgență climatică cu care se confruntă lumea. Scopul a fost de a alege un loc în Europa pentru a proiecta o casă de locuit, care să se potrivească climei și să producă mai multă energie decât folosește. *„Pentru viitorul planetei, trebuie să trecem de la industrial la natural. Avem nevoie de o arhitectură cinetică, vie, care să*

respecte mediul înconjurător, sporind în același timp bunăstarea oamenilor care îl locuiesc”, spune Takada. Împreună cu colegii lui, abordând noua mișcare europeană Bauhaus, au proiectat Casa „floarea-soarelui” pentru regiunea italiană Umbria, renumită pentru terenurile agricole „ondulate” și câmpurile galbene de floarea-soarelui, unde valurile de căldură în ultima perioadă, au devenit mai dese și mai extreme. „Structurile artificiale necesită fundații mari, dar cu floarea-soarelui, natura realizează un frumos act de echilibru. Există o intervenție minimă la sol, astfel încât pământul să aibă loc pentru alte activități, dar floarea-soarelui „dă magic din cap” pentru a se scălda în lumină” spune Takada. Conform datelor arhitecților, structura Casei „floarea-soarelui” se rotește în jurul unei „tulpini” centrale pentru a urma soarele, permițând „buchetelor de discuri” în mișcare, să producă cu până la 40% mai multă energie decât panourile statice. Energia care nu poate fi folosită ar putea fi alimentată în rețea sau stocată în așa numitele „semințe” de baterii, iar apa de ploaie urmează să fie colectată și utilizată pentru irigare și spălarea toaletei. Perimetrul din jurul acoperișului ar umbri ferestrele de dedesubt și ar ajuta la ventilație. Un mecanism secundar, rotativ, peste pereții de sticlă, va proteja clădirea de radiațiile solare. Fiecare etaj al Casei „floarea-soarelui” va găzdui un apartament cu două sau trei dormitoare, iar fiecare clădire poate avea trei etaje. Acest model deschide posibilitatea de a crea un cartier pozitiv pentru climă, inspirat de câmpurile de floarea-soarelui. „Designerii și arhitecții vorbesc despre inspirația din natură în sens estetic, dar trebuie să mergem mult mai adânc decât atât. Nu este vorba doar de a face ca o clădire să pară naturală vizual, este de a crea schimbări pozitive de mediu în casele în care trăim, cartierele în care lucrăm și ne relaxăm și, în cele din urmă, planeta pe care avem privilegiul să locuim”, spune Takada. Ridicate de la sol pentru a minimiza interferențele cu biodiversitatea din jur, panourile solare de pe acoperișul Casei „floarea-soarelui” au fost proiectate să se rotească pe senzori pentru o expunere maximă la soare [1].

Gândește ca un cercetător, beneficiile predării creative

Unul dintre obiectivele educației moderne este analiza condițiilor care trebuie create la lecțiile de biologie pentru a transmite o înțelegere biologică bine întemeiată și a promova diverse abilități în rândul elevilor/studentilor. Accentul se pune pe aspectele care țin de: educația pentru dezvoltare durabilă; formarea continuă a profesorilor; achiziția de cunoștințe științifice și învățarea bazată pe cercetare; creativitatea, măiestria și gândirea elevilor/ studentilor; utilizarea instrumentelor digitale etc. [2,3]. În procesul de predare se poate sugera modalități care să-i ajute pe elevi/studenti să gândească ca adevărați cercetători. Mai întâi se inițiază întrebarea, după care desfășoară cercetări, acumulând date și informații despre subiect și formulează o ipoteză (predicție). Urmează

experimentul, unde are loc testarea și înregistrarea rezultatelor, exprimate prin concluzii, care se diseminează (fig. 3).



**Figura 3. Aspecte ale algoritmului de învățare și cercetare
la o temă propusă sau modul corespunzător**

Pentru ca o cercetare să fie amplă, se pot elabora proiecte de lecții bazate pe cercetare, în comun, în care să se încadreze 2, 3, 4 discipline (biologie-matematică-informatică - educație tehnologică). Toți profesorii implicați să-și asume responsabilități de colaborare, cooperare și de lucru în echipă, iar produsul elevilor să fie evaluat în cadrul fiecărei discipline. O astfel de abordare este foarte motivantă pentru elevi și asigură mai multă implicare și responsabilizare.

Între școală, studiile de licență/master și cercetare există o legătură tot mai evidentă. În ultimii ani, laboratoarele de cercetare și predare/învățare create în cadrul universității UPSC, oferă studenților/elevilor posibilitatea de a lucra pe probleme științifice în mod independent, într-un mediu autentic, inclusiv, cercetarea interdisciplinară. Or, această cooperare contribuie la îmbunătățirea calității educației științifice în predare și cercetare.

Concluzii

Promovarea interdisciplinarității în predarea disciplinei biologia constituie un element definitoriu în procesul de cunoaștere. Este bine să ne propunem ca elevul în acest proces să dezvolte o competență de explorator, să cerceteze, să experimenteze, să analizeze, să dezvolte idei îndrăznețe și să găsească soluții adecvate pentru rezolvarea unor probleme sau a unor necesități. Pentru aceasta el trebuie să se pătrundă de importanța realizării conexiunilor între diferite discipline.

Realizarea interdisciplinarității presupune, de asemenea, aportul creator al profesorului, care trebuie să fie axat pe stimularea curiozității și a inventivității.

Interdisciplinaritatea trebuie abordată la nivel de curriculum școlar, manuale, teste de evaluare, prin intermediul activităților non-formale sau extrașcolare.

Considerăm că proiectarea și implementarea activităților de tip interdisciplinar crește eficiența activității didactice și gradul de implicare al tuturor elevilor în actul propriei învățări. Dezvoltarea unor module de formare continuă pentru profesori în vederea dezvoltării competențelor didactice interdisciplinare la lecțiile de biologie ar spori semnificativ calitatea predării din această perspectivă.

Totodată, trebuie să înțelegem că interdisciplinaritatea, în sine, implică un anumit grad de integrare între anumite domenii ale cunoașterii și între diferite abordări și nu se rezumă doar la comasarea unor discipline școlare. Ea reprezintă o modalitate de organizare și adaptare a conținuturilor învățării în cadrul diferitelor discipline de învățământ, care facilitează flexibilitatea gândirii la elevi și aplicarea cunoștințelor dobândite în situații desprinse din viața cotidiană.

Articol realizat în cadrul proiectului de cercetări științifice „Metodologia implementării TIC în procesul de studiere a științelor reale din perspectiva conceptului STEAM și Inteligenței Artificiale”, codul 040101, din cadrul Programului instituțional de cercetare (2024-2027), aprobat prin Ordin MEC nr. 102 din 01.02.2024

Bibliografie

1. CHIRIAC, E. *Elemente de bionică*. Chișinău: ÎS FEP „Tipografia Centrală”, 2024.
2. CHIRIAC, E.; CHIRIAC, L. Aspecte de interdisciplinaritate în predarea biologiei. În: *Materialele Conf. Republicane a Cadrelor Didactice*, 10-11 martie 2018. Chișinău: UST, 2018. p. 7-10.
3. CHIRIAC, L.; CHIRIAC, E.; PAVEL, M.; VEVERIȚA, T. Evoluții și tendințe în studierea științelor reale în Republica Moldova. În: *Acta et Commentationes, Sciences of Education*, nr. 1(23), 2021 p. 7-25.
4. <https://www.istockphoto.com/de/vektor/sonnenblume-lebenszyklus>
5. <https://asknature.org/de/und-Dritten-/Die-Fibonacci-Folge-optimiert-das-Packen/>

UDC: 519.83

DECISION CRITERIA IN THE GAMES AGAINST NATURE. THEORETICAL AND PRACTICAL ASPECTS

Liubomir CHIRIAC, Doctor Habilitatus, University Professor

<https://orcid.org/0000-0002-5786-5828> e-mail: llchiriac@gmail.com

Natalia JOSU, PhD, associate professor

<https://orcid.org/0000-0002-3687-5437> e-mail: josu.natalia@upsc.md

Department of Informatics and Information Technologies
„Ion Creangă” State Pedagogical University of Chisinau

Abstract. The following article presents some theoretical aspects about the decision criteria and their mode of application in praxis within game theory. This article aims to develop and solidify practical skills in making and justifying decisions in situations with limited information, where one of the players does not have a well-defined objective and chooses his subsequent moves randomly.

Chey-words: optimization criteria, uncertainty conditions, risk conditions, state of nature, Wald criterion, pessimism criterion, Savage criterion, Hurwicz criterion, Bayes criterion, Laplace criterion, Bernoulli criterion, Hermeyer criterion, Hodges-Lehmann criterion, Hermeyer-Hurwicz criterion.

CRITERII DE DECIZIE ÎN JOCURILE CONTRA NATURII. ASPECTE TEORETICE ȘI PRACTICE

Rezumat. Acest articol prezintă unele aspecte teoretice despre criteriile de decizie și modul de aplicare ale acestora în practică în cadrul teoriei jocurilor. Scopul acestui articol este să dezvolte și să fortifice aptitudinile practice în luarea și justificarea deciziilor în situații cu informații limitate, în care unul dintre jucători nu are un obiectiv bine determinat și alege mișcările ulterioare în mod aleatoriu.

Cuvinte cheie: criterii de optimizare, condiții de incertitudine, condiții de risc, stare a naturii, criteriul lui Wald, criteriul pesimismului, criteriul lui Savage, criteriul lui Hurwicz, criteriul Bayes, criteriul Laplace, criteriul lui Bernoulli, criteriul Hermeyer, criteriul lui Hodges-Lehmann, criteriul lui Hermeyer-Hurwicz.

1. Optimization criteria of decisions. Theoretical aspects

In daily activities conflicts are often met that are not dictated just by rationality, but also by natural events which are known as games against nature in game theory. In these situations nature (the hazard) is considered the $n+1$ player, acting randomly and without a function of winning. All human actions can be analysed as a game with nature, in which “nature” represents all undetermined factors that influence decisions. Furthermore, different optimization criteria of decisions will be examined within game theory. In the theory of decisions, these criteria are divided in two categories, dependent on the conditions in which the work model is created [1].

- decisions made in conditions of uncertainty – non-deterministic conditions are expressed by the fact that the first decision maker does not have sufficient information about the multitude of decisions of the second decision maker, he does

not know all the alternative and cannot determine the probabilities associated with the known alternatives.

- decisions made in conditions of risk – the decision maker knows all decision alternatives, and probability estimates are associated with their consequences [2].

The payoff matrix is considered:

The rational player's strategies	The states of nature				
	A_i/N_j	N_1	N_2	...	N_n
	A_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}
	A_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$
	A_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}
The probabilities of the states of nature		q_1	q_2	...	q_n

The rational player has m possible strategies $A_1, A_2, \dots, A_m$. Nature can act in one of the n states $N_1, N_2, \dots, N_n$ with certain probabilities $q_1, q_2, \dots, q_n$. Each element of the matrix of the payoffs a_{ij} represents the rational player's win for the strategy A_i and state of nature N_j . A classification of these criteria is shown bellow:

Optimization criteria of decisions in conditions of uncertainty
•Wald criterion (pessimistic technique or maximum prudence criterion); •Wald criterion (optimistic technique or optimism criterion); •Pessimism criterion; •Savage criterion; •Hurwicz criterion.
Optimization criteria of decisions in conditions of risk
•Bayes criterion (Bayes for payoffs and Bayes for risks); •Laplace criterion or equiprobability criterion (Laplace for payoffs and Laplace for risks); •Bernoulli criterion; •Hermeyer criterion; •Hodges-Lehmann criterion (Hodges-Lehmann for payoffs and Hodges-Lehmann for risks); •Hermeyer-Hurwicz criterion.

To choose the most efficient strategy, all optimization criteria are applied simultaneously to all possible strategies: each criterion allows selecting one single option, and the optimal variant will be the strategy determined by most criteria [3].

2. Practical application

The following earnings/payout matrix is considered:

A_i/N_j	N_1	N_2	N_3	N_4
A_1	12	8	6	15
A_2	7	5	16	10
A_3	3	2	13	12
A_4	14	9	4	9
Probabilities of occurrence of states of nature	0,1	0,2	0,3	0,4

Each element a_{ij} from the payoff matrix represents the rational player's win to the strategies A_i and the states of nature N_j . q_i – represents the probabilities of states of nature, where $q_1 = 0,1$; $q_2 = 0,2$; $q_3 = 0,3$; $q_4 = 0,4$ and $\lambda = 0,4$ – optimism coefficient.

Each element r_{ij} from the risk/regrets matrix is calculated using the formula $r_{ij} = \max_j(a_{ij}) - a_{ij}$, where $\max_j(a_{ij})$ – the maximum element of each column in the payoff matrix. Thus the regret matrix will have the form:

A_i/N_j	N_1	N_2	N_3	N_4
A_1	2	1	10	0
A_2	7	4	0	5
A_3	11	7	3	3
A_4	0	0	12	6

In the following the price of the game and the optimal strategy for the rational player will be determined by applying the decision criteria shown below:

2.1. Optimization criteria of decisions in conditions of uncertainty

♠ **A) Wald's criterion** (pessimistic technique or maximum prudence criterion) – according to this criterion, the optimal strategy is considered to be the one that guarantees

a payoff no lower than the lower price of the game with nature: $W_p = \max_i \left(\min_j(a_{ij}) \right)$.

Thus, $\min_1(a_{ij}) = \min(12; 8; 6; 15) = 6$; $\min_2(a_{ij}) = 5$; $\min_3(a_{ij}) = 2$; $\min_4(a_{ij}) = 4$. So,

$$W_p = \max_i \left(\min_j(a_{ij}) \right) = \max(6; 5; 2; 4) = 2.$$

According to *Wald's criterion*, the pessimistic technique, the optimal strategy for the rational player will be A_3 . The game value $v = 2$.

♠ **B) Wald's criterion** (optimistic technique or optimism criterion, or maximum payoff criterion) – is intended to select the greatest element from the payoff matrix for each strategy, then likewise the maximum element from the obtained vector: $W_o =$

$\max_i \left(\max_j(a_{ij}) \right)$. Thus, $\max_1(a_{ij}) = \max(12; 8; 6; 15) = 15$; $\max_2(a_{ij}) = 16$; $\max_3(a_{ij}) = 13$;

$\max_4(a_{ij}) = 14$. Consequently, $W_o = \max(15; 16; 13; 14) = 16$.

According to *Wald's optimistic technique criterion*, the rational player's optimal strategy will be A_2 . Game value $v = 16$.

♠ **C) The pessimism criterion** implies that any situation's evolution will be unfavorable for the rational player. By applying this criterion the player will concentrate on a possible loss of control over the situation. Therefore, he will try to eliminate all

potential risks and choose the option with the minimal yield: $P = \min_i \left(\min_j (a_{ij}) \right)$. Thus, $\min_1(a_{ij}) = \min(12; 8; 6; 15) = 6$; $\min_2(a_{ij}) = 5$; $\min_3(a_{ij}) = 2$; $\min_4(a_{ij}) = 4$. Consequently, $P = \min(6; 5; 2; 4) = 2$.

According to the *pessimism criterion*, the rational player's optimal strategy will be A_3 . *Game value* $v = 2$.

✦ **D) Savage's criterion** (Savage's criterion of minimal risk, or regret criterion) – the essence of this approach relies in avoiding any risk while making a decision, or in minimizing the regret in the case of not choosing the most favorable option. For applying this criterion, the matrix of risks will be calculated. Firstly, out of all the elements of the matrix, the maximal element for each rational player's strategy will be determined, then from the obtained vector the minimal element will be determined. In this case, the rational player will be pessimistic from the start and will consider that nature will act in a way so that each chosen strategy will be a risk. Thus, he will choose strategy A_i for minimizing the potential risk $S = \min_i \left(\max_j (r_{ij}) \right)$, where r_{ij} – elements of the risk matrix or regret matrix and $r_{ij} = \max_j (a_{ij}) - a_{ij}$, where $\max_j (a_{ij})$ – the maximum element of each column in the payoff matrix. Thus, $\max_1(r_{ij}) = \max(2; 1; 10; 0) = 10$; $\max_2(r_{ij}) = 7$; $\max_3(r_{ij}) = 11$; $\max_4(r_{ij}) = 12$. Consequently, $S = \min(10; 7; 11; 12) = 7$.

According to *Savage's criterion*, the rational player's optimal strategy will be A_2 . *Game value* $v = 7$.

✦ **E) The Hurwicz criterion** (pessimism-optimism criterion) – assumes that the rational player is neither completely optimistic nor completely pessimistic. This criterion implies the introduction of a coefficient λ ($0 < \lambda < 1$), called the optimism coefficient. If $\lambda=0$ – total pessimism, then the Hurwicz criterion becomes the Wald criterion. If $\lambda = 1$ – optimism then the Hurwicz criterion becomes the optimism criterion. Thus, $H = \max_i \left(\lambda \cdot \max_j (a_{ij}) + (1 - \lambda) \cdot \min_j (a_{ij}) \right)$, where $\max_j (a_{ij})$ – the most favorable strategy payoff A_i , and $\min_j (a_{ij})$ – the least favorable strategy payoff A_i . Thus, $H_1 = 0,4 \cdot \max(12; 8; 6; 15) + (1 - 0,4) \cdot \min(12; 8; 6; 15) = 6 + 3,6 = 9,6$; $H_2 = 9,4$; $H_3 = 6,4$; $H_4 = 8$. Consequently, $H = \max(9,6; 9,4; 6,4; 8) = 9,6$.

According to *Hurwicz criterion*, the rational player's optimal strategy will be A_1 . *Game value* $v = 9,6$.

2.2. Optimization criteria of decisions in risk conditions

✦ **F) Bayes criterion** – the rational player is supposed to know not only the states of nature $N_1, N_2, \dots, N_n$, but also the probabilities of occurrence of these states $q_1, q_2, \dots, q_n$, for which, $\sum_{i=1}^n q_i = 1$. The Bayes criterion uses the size of the average payoff or the size of the average risk as an indicator.

✓ Bayesian criterion for payoffs

The expected value B_i for each alternative will be: $B_i = \sum_{j=1}^n q_j \cdot a_{ij}, i = 1, 2, \dots, m$. The Bayes criterion for payoffs allows one to choose the maximum element between the expected payoffs on the elements of the payoff matrix and the probabilities with which the states of nature act: $B = \max_i (\sum_{j=1}^n q_j \cdot a_{ij}), i = 1, 2, \dots, m$ or $B = \max_i (q_1 \cdot a_{i1} + q_2 \cdot a_{i2} + \dots + q_n \cdot a_{in}), i = 1, 2, \dots, m$. Thus, $B_1 = 12 \cdot 0,1 + 8 \cdot 0,2 + 6 \cdot 0,3 + 15 \cdot 0,4 = 10,6$; $B_2 = 10,5$; $B_3 = 9,4$ and $B_4 = 8$. So, $B = \max(10,6; 10,5; 9,4; 8) = 10,6$.

According to the *Bayesian criterion* for payoffs, the optimal strategy for the rational player will be *A1*. The game value $v = 10,6$.

✓ Bayesian criterion for risks

The efficiency indicator of strategy A_i , depending on the ayes criterion, with regards to the matrix of risks is defined by the expected value B_i^r which is calculated with the formula $B_i^r = \sum_{j=1}^n q_j \cdot r_{ij}, i = 1, 2, \dots, m$. Bayes' criterion of risks allows one to choose minimum values from the expected wins regarding the elements of the matrix of risks is the probabilities with which the states of nature act: $B^r = \min_i (\sum_{j=1}^n q_j \cdot r_{ij}), i = 1, 2, \dots, m$ or $B^r = \min_i (q_1 \cdot r_{i1} + q_2 \cdot r_{i2} + \dots + q_n \cdot r_{in}), i = 1, 2, \dots, m$. Thus, $B_1^r = 2 \cdot 0,1 + 1 \cdot 0,2 + 10 \cdot 0,3 + 0 \cdot 0,4 = 3,4$; $B_2^r = 3,5$; $B_3^r = 4,6$ and $B_4^r = 6$. So, $B^r = \min(3,4; 3,5; 4,6; 6) = 3,4$.

According to the *Bayesian criterion for risks*, the optimal strategy for the rational player will be *A1*. The game value $v = 3,4$.

✦ **G) The Laplace criterion** (Equiprobability criterion) is based on the idea that every rational player's strategy has the same probability of being chosen. Thus $q_j = \frac{1}{n}$ and $\sum q_j = 1$.

✓ The Laplace criterion for payoffs

According to the Laplace criterion for payoffs, the efficiency of the pure strategy A_i is represented by the arithmetic average of the payoffs from this strategy: $L_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n a_{ij}, i = 1, 2, \dots, m$. The optimal variant is the one for which the arithmetic average of the outcomes associated with each strategy is the most favorable: $L = \max_i (\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n a_{ij}), i = 1, 2, \dots, m$ or $L = \max_i (\frac{a_{i1} + a_{i2} + \dots + a_{in}}{n}), i = 1, 2, \dots, m$. Since $q_j = \frac{1}{n}$, we have $q_j = \frac{1}{4} = 0,25$. Thus: $L_1 = 12 \cdot 0,25 + 8 \cdot 0,25 + 6 \cdot 0,25 + 15 \cdot 0,25 = 10,25$; $L_2 = 9,5$; $L_3 = 7,5$; $L_4 = 9$. So, $L = \max(10,25; 9,5; 7,5; 9) = 10,25$.

According to the *Laplace criterion for payoffs*, the optimal strategy for the rational player will be *A1*. The game value $v = 10,25$.

✓ **The Laplace criterion for risks**

It will be applied on the regret matrix. The inefficiency indicator for the pure strategy A_i according to the Laplace criterion taking into account the risk matrix is the arithmetic mean of the risks for this strategy: $L_i^r = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n r_{ij}, i = 1, 2, \dots, m$. Laplace's criterion for the risk matrix involves choosing the strategy with the minimum expected risk with equal probability of occurrence of possible states of nature: $L^r = \min_i \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n r_{ij} \right), i = 1, 2, \dots, m$ or $L^r = \min_i \left(\frac{r_{i1} + r_{i2} + \dots + r_{in}}{n} \right), i = 1, 2, \dots, m$. Thus, $L_1^r = 2 \cdot 0,25 + 1 \cdot 0,25 + 10 \cdot 0,25 + 0 \cdot 0,25 = 3,25$; $L_2^r = 4$; $L_3^r = 6$ and $L_4^r = 4,5$. So, $L^r = \min(3,25; 4; 6; 4,5) = 3,25$.

According to the *Laplace criterion for risks*, the optimal strategy for the rational player will be *A1*. The game value $v = 3,25$.

✦ **H) Bernoulli's criterion** – according to the given criterion all states of nature are equiprobable and the natural logarithm of the elements of the payoff matrix is used to determine the expected value: $B_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \ln(a_{ij}), i = 1, 2, \dots, m$. The strategy with the highest expected value will be chosen: $B = \max_i(B_i), i = 1, 2, \dots, m$. This criterion can be used in the case where all elements of the matrix of payoffs are positive $a_{ij} > 0, i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$.

For the example above there is: $q_j = \frac{1}{4} = 0,25$. Thus, $B_1 = \ln(12) \cdot 0,25 + \ln(8) \cdot 0,25 + \ln(6) \cdot 0,25 + \ln(15) \cdot 0,25 = 2,266$; $B_2 = 2,158$; $B_3 = 1,71$ and $B_4 = 2,104$. So, $B = \max_i(B_i) = \max(2,266; 2,158; 1,71; 2,104) = 2,266$.

According to *Bernoulli's criterion*, the optimal strategy for the rational player will be *A1*. The game value $v = 2,266$.

✦ **I) Hermeyer's criterion** – it is used to determine the maximum of the minimum gain applied to the Hermeyer matrix: $G = \max_i \left(\min_j (a_{ij} \cdot q_j) \right), i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$. Thus, $G_1 = 12 \cdot 0,1 + 8 \cdot 0,2 + 6 \cdot 0,3 + 15 \cdot 0,4 = 1,2$; $G_2 = 0,7$; $G_3 = 0,3$ and $G_4 = 1,2$. So, $G = \max(1,2; 0,7; 0,3; 1,2) = 1,2$.

According to *Hermeyer's criterion*, the optimal strategies for the rational player will be *A1* and *A4*. The game value $v = 1,2$.

✦ **J) The Hodges-Lehmann criterion** – the Hodges-Lehman criterion for payoffs is based on both the Wald and the Bayes criterion.

✓ **The Hodges-Lehman criterion for payoffs**

To determine the optimal strategy according to this criterion we introduce the parameter λ , which represents the degree of reliability of the information about the probability distribution of the states of nature $q_1, q_2, \dots, q_n$, whose value lies in the interval $[0, 1]$. If the degree of reliability is high, the Bayes criterion dominates, otherwise the Wald

criterion dominates. The efficiency indicator of strategy A_i , according to the given criterion, on the payoff matrix is defined by the expected value HL_i , which is calculated according to the formula: $HL_i = \lambda B_i(q) + (1 - \lambda)W_i$, $i = 1, 2, \dots, m$, where $B_i(q)$ is the efficiency index of strategy A_i according to the Bayesian criterion concerning the vector of the probability distribution of states of nature concerning, which is defined by the formula: $B_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot q_j$, $i = 1, 2, \dots, m$. W_i is the efficiency indicator of strategy A_i according to the Wald criterion, which is determined by the formula: $W_i = \min_j(a_{ij})$. The price of the pure strategy game according to the Hodges-Lehman criterion in terms of the payoff matrix is the maximum value among the values HL_i : $HL = \max_{1 \leq i \leq m} (HL_i)$.

Thus, for strategy $A1$ there is: $B_1 = 12 \cdot 0,1 + 8 \cdot 0,2 + 6 \cdot 0,3 + 15 \cdot 0,4 = 10,6$; $W_1 = \min(12; 8; 6; 15) = 6$; $HL_1 = 0,4 \cdot 10,6 + (1 - 0,4) \cdot 6 = 7,84$; strategy $A2$: $B_2 = 10,5$; $W_2 = 5$; $HL_2 = 7,2$; strategy $A3$: $B_3 = 9,4$; $W_3 = 2$; $HL_3 = 4,96$ and strategy $A4$: $B_4 = 8$; $W_4 = 4$; $HL_4 = 5,6$. So, $HL = \max(7,84; 7,2; 4,96; 5,6) = 7,84$.

According to *Hodges-Lehmann criterion for payoffs*, the optimal for the rational player will be strategy $A1$. The game value $v = 7,84$.

✓ The Hodges-Lehman criterion for risks

The Hodges-Lehman criterion for risks is based both on Bayes' criterion, as well as on Savage's criterion. The inefficiency of the pure strategy A_i in line with Hodges Lehman's criterion regarding the matrix risks HL_i^r is: $HL_i^r = \lambda \cdot B_i^r(q) + (1 - \lambda) \cdot S_i$, $i = 1, 2, \dots, m$, $B_i^r(q)$ where the inefficiency index of the strategy A_i following Bayesian criterion about the vector of the probability distribution of the states of nature $q_1, q_2, \dots, q_n$ which is defined through the formula: $B_i^r(q) = \sum_{j=1}^n (q_j \cdot r_{ij})$. S_i is the indicator of the inefficiency of strategy A_i in accordance to Savage's criterion which is determined with the formula: A_i . The price of game inamein the pure strategies in accordance to Hodges-Lehman's criterion in line with the matrix of risks is the minimal value of the inefficiency indicators among the pure strategies A_i : $HL^r = \min_i (HL_i^r) = \min_i (\lambda \cdot B_i^r(q) + (1 - \lambda) \cdot S_i)$, $i = 1, 2, \dots, m$.

Thus, for strategy $A1$ the calculations will be: $2 \cdot 0,1 = 0,2$; $1 \cdot 0,2 = 0,2$; $10 \cdot 0,3 = 3$; $0 \cdot 0,4 = 0$; $B_1 = 0,2 + 0,2 + 3 + 0 = 3,4$; $S_1 = \max(2; 1; 10; 0) = 10$; $HL_1 = 0,4 \cdot 3,4 + (1 - 0,4) \cdot 10 = 7,36$. Strategy $A2$: $B_2 = 3,5$; $S_2 = 7$; $HL_2 = 5,6$. Strategy $A3$: $B_3 = 4,6$; $S_3 = 11$; $HL_3 = 8,44$. Strategy $A4$: $B_4 = 6$; $S_4 = 12$; $HL_4 = 9,6$. So, $HL^r = \min(7,36; 5,6; 8,44; 9,6) = 5,6$.

According to *Hodges-Lehmann criterion for risks*, the optimal strategy for the rational player will be $A2$. The game value $v = 5,6$.

✦ **K) Hermeyer-Hurwicz criterion** – this criterion represents the Hurwicz criterion applied on the Hermeyer matrix. Thus, if $0 \leq \lambda \leq 1$, then λ is the optimism indicator for the rational player and the pessimism indicator for the rational player is $0 \leq (1 - \lambda) \leq 1$. The efficiency indicator of the pure strategy A_i according to the Hermeyer-Hurwicz

criterion with respect to the payoff matrix is: $GH_i = (1 - \lambda) \cdot G_i + \lambda \cdot M_i$, $i = 1, 2, \dots, m$, where, G_i is the efficiency indicator of strategy A_i according to the Hermeyer criterion with respect to the vector of the probability distribution of states of nature $q_1, q_2, \dots, q_n$, which is determined by the formula: $G_i = \min_{1 \leq j \leq m} (a_{ij} \cdot q_j)$, $i = 1, 2, \dots, m$. M_i is the efficiency indicator of strategy A_i according to the Hurwicz criterion for the Hermeyer matrix, which is determined by the formula: $M_i = \max_{1 \leq j \leq m} (a_{ij} \cdot q_j)$, $i = 1, 2, \dots, m$. The game price in pure strategies, according to the Hermeyer-Hurwicz criterion for the payoff matrix, is the maximum value among the performance indicators of pure strategies A_i : $GH = \max_i ((1 - \lambda) \cdot G_i + \lambda \cdot M_i)$, $i = 1, 2, \dots, m$. Thus: Strategy $A1$: $12 \cdot 0,1 = 1,2$; $8 \cdot 0,2 = 1,6$; $6 \cdot 0,3 = 1,8$; $15 \cdot 0,4 = 6$; $G_1 = \min(1,2; 1,6; 1,8; 6) = 1,2$; $M_1 = \max(1,2; 1,6; 1,8; 6) = 6$. Thus, $GH_1 = (1 - 0,4) \cdot 1,2 + 0,4 \cdot 6 = 3,12$. Analogously, $GH_2 = 2,34$; $GH_3 = 2,1$ and $GH_4 = 2,16$ will be calculated. Thus, $GH = \max(3,12; 2,34; 2,1; 2,16) = 3,12$.

According to *Hermeyer-Hurwicz criterion for risks*, the optimal strategy for the rational player will be $A1$. The game value $v = 3,12$.

Summarizing the above results we can conclude that the optimal strategy for the rational player will be strategy $A1$.

Article produced within the scientific research project "Methodology of ICT implementation in the process of studying real sciences from the perspective of the STEAM concept and Artificial Intelligence", code 040101, within the Institutional Research Program (2024-2027), approved by MEC Order no. 102 of 01.02.2024

Bibliography

1. ENICOV, I. Aplicarea teoriei jocurilor și a teoriei deciziei în managementul firmei. In: *Materialele conferinței "Aspecte ale dezvoltării potențialului economico-managerial în contextul asigurării securității naționale"*, secțiunea 1-3, Bălți, Moldova, 6-7 iulie 2015, pp. 153-158. ISBN 978-9975-132-35-0.
2. GAINDRIC, C. *Abordări sistemice în luarea deciziilor*. Universitatea Academiei de Științe a Moldovei, IMI al AȘM. Chișinău 2017, 156 p.
3. MANDRU, L., BEGU, L.-S. Optimizarea deciziilor în condiții de risc și incertitudine. Universitatea „George Barițiu” Brașov, Academia de Studii Economice București. In: *Meridian Ingineresc*, 2009, nr. 2, pp. 78-81. ISSN 1683-853X.

UDC: 004.8+37

TENDINȚE ÎN STUDIAREA INTELIGENȚEI ARTIFICIALE ȘI ÎNVĂȚĂRII AUTOMATE

Liubomir CHIRIAC, doctor habilitat, profesor universitar

<https://orcid.org/0000-0002-5786-5828>

e-mail: chiriac.liubomir@upsc.md

Natalia LUPAȘCO, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-3854-2521>

e-mail: lupasco.natalia@upsc.md

Maria PAVEL, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0003-4803-6398>

e-mail: pavel.maria@upsc.md

Rezumat. În articolul respectiv sunt examinate cele mai importante categorii de Inteligență Artificială și Învățare Automată. Sunt evidențiate cele mai importante etape în dezvoltarea Învățării Automate. Sunt analizate cele patru tipuri de învățare automată: învățarea automată supravegheată, învățarea automată nesupravegheată, învățarea automată semi-supravegheată, învățare prin consolidare. La fel sunt analizate diverse exemple și algoritmi care se referă la învățare automată.

Cuvinte cheie: inteligență artificială, învățare automată, învățare profundă.

TRENDS IN THE STUDY OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE AND MACHINE LEARNING

Abstract. This article examines the most important categories of Artificial Intelligence and Machine Learning. The most important stages in the development of Machine Learning are highlighted. The four types of machine learning are analysed: supervised machine learning, unsupervised machine learning, semi-supervised machine learning, reinforcement learning. Various examples and algorithms related to machine learning are also analysed.

Keywords: artificial intelligence, machine learning, deep learning.

1. Introducere

Timpurile moderne generează noi provocări, de multe ori imprevizibile, care, pentru a fi rezolvate, necesită moduri noi de gândire. În acest context dezvoltarea Inteligenței Artificiale și a Învățării Automate (Machine Learning) creează premise favorabile pentru lansarea de abordări metodice inovatoare în promovarea gândirii computaționale, în scopul soluționării problemelor bazate pe noi algoritmi și masive de date. Să examinăm tendințele existente la moment în dezvoltarea IA și Machine Learning.

În termeni tehnici, *inteligenta artificiala este o ramură a tehnologiei* care permite programarea și proiectarea atât a sistemelor hardware cât și a celor care permit echiparea unor tehnologii cu anumite *caracteristici care sunt considerate tipic umane*.

Oricum, în prezent, *prin IA se înțelege capacitatea unei mașini de a imita funcții umane, cum ar fi raționamentul, învățarea, planificarea și creativitatea* [1].

Totodată IA este utilizată pentru a clasifica mașinile care pot imita funcțiile cognitive și inteligența umană din perspectiva învățării și rezolvării problemelor. IA utilizează predicții și automatizarea pentru a optimiza și soluționa sarcini complexe caracteristice oamenilor, cum ar fi de exemplu, recunoașterea facială și a vorbirii, traducerea și adoptarea deciziilor. Sistemele de IA pot fi divizate în trei categorii importante:

IA1. *Artificial Narrow Intelligence* (Inteligență Artificială Slabă);

IA2. *Artificial General Intelligence* (Inteligență Artificială Generală);

IA3. *Artificial Super Intelligence* (Super Inteligență Artificială).

Mai jos vom examina sistemele de inteligență artificială menționate mai sus.

IA1. Artificial Narrow Intelligence (ANI)

Alți termeni în acest sens sunt **Weak AI** sau **Narrow AI**, ori **Artificial Narrow Intelligence (ANI)** („Inteligență Artificială Slabă” sau „îngustă”).

Menționăm faptul că **ANI** poate imita modul în care oamenii gândesc și comunică dar nu are abilitatea de a face raționamente, de a gândi. **ANI** poate doar să facă niște conexiuni în funcție de programul pe care îl are. Tipul **ANI** de inteligență artificială este unul care se concentrează pentru soluționarea unei singure sarcini restrânse. În acest sens, exemplele curente de IA, exemplele cunoscute de IA, sunt de fapt inteligențe artificială slabe **ANI**. Inteligența de tipul **ANI** este singurul tip din cele trei care există în prezent. Astfel:

- *Capacitatea IA de a îndeplini o anumită sarcină, cum ar fi câștigarea unui joc de șah sau identificarea unei anumite persoane într-o serie de fotografii este ANI.*
- *Capacitatea IA de a procesa limbajul natural și a dezvolta viziunea computerizată, care permite companiilor să automatizeze sarcinile și să conceapă chatbot-uri și asistenții virtuali precum Siri și Alexa, sunt exemple de ANI.*

Subliniem faptul că viziunea computerizată este un factor în dezvoltarea mașinilor autonome.

IA2. Artificial General Intelligence (AGI)

Dar totuși, inteligența artificială de tipul **ANI** reprezintă deja un pas foarte important în evoluția inteligenței artificiale și se îndreaptă spre **Artificial General Intelligence**. Tehnologia **AGI** ar fi următoarea etapă și s-ar situa la nivelul unei minți umane. Se crede că va trece suficient timp până să înțelegem cu adevărat ce este **AGI**, deoarece încă nu se cunoaște tot ce ar trebui să se știe despre creierul uman în sine. Cu toate acestea, se presupune că inteligența de tipul **AGI** ar fi capabilă să gândească la același nivel ca un om, la fel ca Sonny, robotul din I-Robot.

IA3. Artificial Super Intelligence (ASI)

AGI vor fi programele capabile să raționeze, să planifice și să îndeplinească procese complexe care ulterior se vor orienta către **Artificial Super Intelligence** (Super Inteligența Artificială) – programe care să depășească întreaga inteligență creativă a omenirii. **ASI** se referă la tehnologia **IA** care se va dezvolta treptat și apoi va depăși mintea umană. Pentru a fi clasificată ca **ASI**, tehnologia ar trebui să fie mai „inteligentă”, mai „capabilă” decât un om în toate modurile posibile. În acest sens inteligența de tipul **ASI** ar putea îndeplini sarcini destul de complexe la nivel de creație, dar, totodată, ar fi chiar capabile să aibă emoții și relații.

Dacă inteligența artificială de tipul **AGI** ar avea rezultate similare cu un alt om, atunci inteligența de tipul **ASI** - ar depăși inteligența și capacitatea unui om. Nici o formă de **IA** puternică (**AGI** ori **ASI**) nu există încă, dar cercetările în acest domeniu sunt în ascensiune. Incredibil – dar nu imposibil!

În continuare vom examina unul din cele mai dinamice subdomenii ale **IA**, și anume Machine Learning.

2. Istoricul dezvoltării învățării automate (Machine Learning)

Învățare automată („Machine Learning”) este o ramură a informaticii și un subdomeniu al **IA**, al cărui obiectiv este de a dezvolta tehnici care dau calculatoarelor posibilitatea de a învăța. Mai precis, se urmărește să se creeze programe capabile de generalizare, auto-dezvoltare, auto-depășire pe baza unor exemple și prelucrării informației examinate.

În acest sens domeniul Machine Learning este axat pe dezvoltarea algoritmilor care permit sistemelor informatice să învețe în mod autonom, fără a fi programate pentru toate sarcinile examinate. Prin învățarea automată, sistemele informatice pot să recunoască modele, să ia decizii și să facă predicții, mizând pe informațiile pe care le prelucreează, deschizând calea către dezvoltarea unor sisteme informatice mai performante.

În prezent, Machine Learning are aplicații largi în dezvoltarea motoarelor de căutare, asistenței virtuale, sistemele de navigare autonomă, detectarea fraudelor. Machine Learning reprezintă un model revoluționar de interacțiune cu lucrurile și cu oamenii și este un instrument puternic în dezvoltarea de noi tehnologii și continuă să evolueze la un ritm accelerat din perspectiva inovațiilor în hardware și software. În 1950, în lucrarea sa „Computing Machinery and Intelligence”, Turing a conceput un test care poartă astăzi numele de testul Turing și care reprezintă o metodă de a testa capacitatea unui calculator privind imitarea unui comportament inteligent uman, idee care, ulterior, a constituit un fundament teoretic pentru dezvoltarea domeniului Machine Learning.

Ideea centrală în acest sens ține de faptul că va veni momentul când mașinile construite artificial ar putea pe lângă efectuarea calculelor să învețe independent, să avanseze

autonom din punct de vedere al cunoștințelor și abilităților practice și să se adapteze la anumite situații, similar unei ființe umane.

Fundamentele matematice ale învățării automate țin în mare parte de algebră, probabilitate și statistică. Învățarea automată a început să se dezvolte mai intens în anii 1950 cu contribuții ale cercetătorilor *Alan Turing*, *Warren McCulloch și Walter Pitts*, *Arthur Samuel*, *Frank Rosenblatt* etc.

În tabelul de mai jos, în opinia noastră, sunt evidențiate cele mai importante rezultate, vehiculate în literatura de specialitate [1-5], care țin de dezvoltarea Machine Learning.

Anii	Invenția, ideea
1943 A fost creată prima rețea neuronală în baza circuitelor electrice	Cercetătorii Warren McCulloch și Walter Pitts au creat prima rețea neutră cu circuit electric în 1943. Acest prototip a demonstrat că două computere pot comunica fără nici o implicare umană, deschizând astfel calea pentru avansarea învățării automate.
1950 Alan Turing a elaborat „Testul Turing”	Pentru a trece testul Turing , calculatorul trebuie să poată convinge interlocutorul că vorbește de fapt cu un om și nu cu o mașină.
1952 Arthur Samuel a creat un algoritm de auto-învățare în jocul de dame	Arthur Samuel , este un pionier al învățării automate, reușind să dezvolte primul program de calculator care ar putea juca dame la un nivel înalt și ar putea învăța singur. Algoritmul său, a folosit o metodă cunoscută sub numele de tăiere alfa-beta. Jocurile de astăzi folosesc încă frecvent această tehnică.
1958 Frank Rosenblatt a creat Perceptron, care a pus baza pentru dezvoltarea rețelei neuronale artificiale (ANN).	Frank Rosenblatt a fost un psiholog cunoscut pentru munca sa în domeniul inteligenței artificiale. El a creat Perceptronul, o metodă de învățare automată, ce reprezintă una dintre cele mai vechi metode de utilizare a rețelelor neuronale artificiale în învățarea automată.
1979 A fost creat robotul Stanford Chart care putea ocoli obstacole.	Scopul Robotului este de a evita obstacolele și de a merge într-o anumită locație. În 1979, „ <i>The Stanford Chart</i> ” a devenit prima mașină care timp de 5 ore a ocolit cu succes obstacolele dintr-o cameră, fără a fi ghidată de om.
1986 Rina Dechter a introdus termenul de <i>învățare profundă</i>	Termenul de <i>Învățare Profundă</i> a fost introdus în comunitatea de învățare automată de către Rina Dechter în 1986.
1990 Învățare automată cu accentul pe baze de date	Accentul învățării automate s-a mutat de la cel bazat pe cunoștințe la cel bazat pe date. Învățarea automată a fost implementată pentru a analiza cantități mari de date și a deduce concluzii din acestea
1997 Calculatorul IBM „Deep Blue” învinge la șah pe G. Kasparov	În premieră un campion mondial pierde o partidă de șah în confruntare cu un calculator specializat în jocul de șah.
2000 Igor Aizenberg a introdus termenul de rețea neuronală artificială	Igor Aizenberg și echipa sa în anul 2000 au introdus în premieră termenul de rețea neuronală artificială

2014 Facebook a elaborat algoritmul capabil să recunoască fețele umane în fotografii.	Este inventat algoritmul „ <i>DeepFace</i> ” de către Facebook, bazat pe rețelele neuronale profunde, capabile să recunoască fețele umane în fotografii.
---	--

3. Tipuri de învățare automată

Așa cum am menționat mai sus Machine Learning este un subdomeniu al IA, ce se concentrează pe elaborarea algoritmilor care ulterior fiind aplicați, pot identifica corelații și conexiuni logice, examinând baze de date extrem de voluminoase (Big Date), în scopul luării celor mai bune decizii și emiterea celei mai adecvate previziuni. Astfel calculatoarele învață din date și își extind performanțele continuu. Reamintim că conceptul de Big Date se referă la datele care presupun un volum și o diversitate largă fiind recepționate din perspectiva celor „3-V”: *volum, viteză și varietate*.

Prin **Deep Learning** vom înțelege un subdomeniu al Machine Learning, în care rețelele neuronale artificiale, ce reprezintă algoritmi modelați care funcționează asemenea creierului uman - învață pornind de la prelucrarea unor cantități mari de date. Deep Learning este susținută de straturi de rețele neuronale, care fiind instruite cu cantități mari de date, configurează neuronii din rețelele neuronale. Rezultatul este un model Deep Learning, care odată fiind instruit, procesează date noi.

De exemplu, un sistem de învățare profundă, care procesează imaginile din natură pentru a recunoaște specia din care face parte o floare de iris, acționează la fiecare din etapele de mai jos în felul următor:

- | |
|---|
| Etapa 1. Identificarea <i>atributelor</i> : lungime sepale / petale, lățime petale/ sepale
Etapa 2. Identificarea <i>clasei</i> : Iris setosa/ Iris versicolor/ Iris virginica |
|---|

Aplicații care țin de Deep Learning se referă la: *prelucrarea limbajului natural; recunoașterea automată a vorbirii; bioinformatică; descoperirea de medicamente; analiza imaginilor medicale; detectarea fraudelor financiare*.

O **rețea neuronală** este un program de învățare automată sau un model care ia decizii într-un mod similar cu creierul uman, folosind procese care imită modul în care neuronii biologici lucrează împreună pentru a identifica fenomene, a calcula opțiuni și a ajunge la concluzii.

O rețea neuronală este o metodă în inteligența artificială, care învață calculatoarele să prelucreze date similar funcționării creierului uman. Acesta este un tip de proces de învățare automată, numit învățare profundă, care utilizează noduri sau neuroni interconectați într-o structură stratificată ce amintește de creierul uman. Atunci când un neuron artificial primește un semnal numeric, acesta îl procesează și îi semnalizează pe ceilalți neuroni conectați la acesta. Ca și în creierul uman, întărirea neuronală are ca rezultat în-

bunătățirea recunoașterii modelelor, a expertizei și a învățării generale. În așa mod se creează un sistem adaptiv prin care calculatoarele învață din erorile lor și le îmbunătățesc continuu. Rețelele neuronale artificiale conțin câteva milioane de unități și milioane de conexiuni, ceea ce le permite să rezolve probleme complexe precum rezumarea documentelor, recunoașterea feței ori jocul „Go”.

Inteligența Artificială, conține subdomeniul **Machine Learning**, iar acest subdomeniu la rândul său conține **Deep Learning**, care include în sine și domeniul **Generative IA (IA Generativă)**, conform figurii 1. Astfel, Inteligența Artificială ia decizii și emite previziuni, prin intermediul algoritmilor de învățare automată, care procesează date, învață și devin mai inteligente fără a avea nevoie de programare suplimentară.

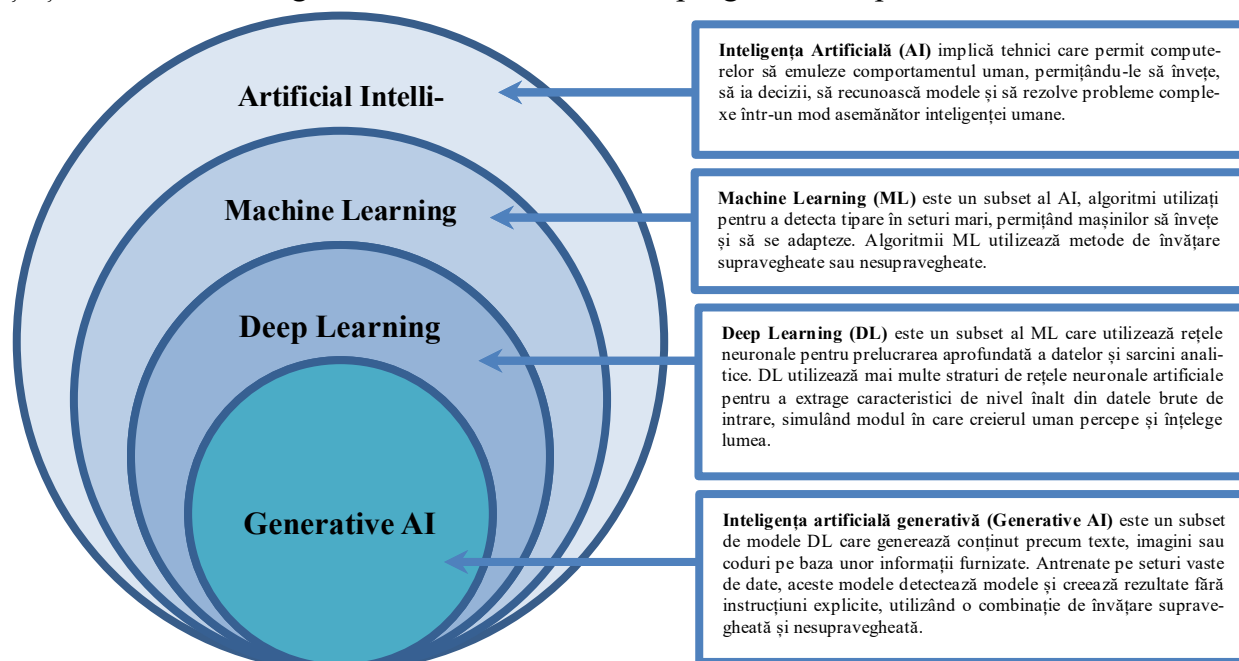


Figura 1. Interdependența dintre AI, ML, DL și Generative AI

Vom examina succint **Inteligența Artificială Generativă (Generative AI)**. IA Generativă este un tip de tehnologie de inteligență artificială, un subdomeniu al Deep Learning, care poate produce diferite tipuri de conținut, inclusiv text, imagini, audio și date sintetice. IA Generativă, de ultimă oră, poate produce, de exemplu, videoclipuri de înaltă calitate în câteva secunde. Inteligența artificială generativă a fost introdusă în anii 1960 în chatbot-uri. Dar începând cu anul 2014, odată cu introducerea rețelelor adverse generative, sau GAN - un tip de algoritm de învățare automată, IA Generativă a putut crea imagini, videoclipuri și audio similar celor umane. Pe de o parte, această nouă capacitate a deschis oportunități care presupun o dublare mai bună a filmelor, iar pe de altă parte, a avansat preocupările legate de deepfakes și securitatea cibernetică etc.

Mai jos vom examina mai detaliat funcționarea Machine Learning.

4. Cum funcționează învățarea automată?

Machine Learning este alcătuit din diverse tipuri de modele, folosind diferite tehnici algoritmice. Algoritmii de învățare automată sunt proiectați în principal pentru a clasifica lucrurile, a găsi modele, a prezice rezultatele și a lua decizii informate. Algoritmii pot fi utilizați pe rând sau combinați pentru a obține cea mai bună precizie posibilă atunci când sunt implicate date complexe și mai imprevizibile. Cercetările de ultima oră în Machine Learning sunt direcționate spre contracararea naturii opace a unor modele de ML. În așa mod, investigațiile sunt orientate către dezvoltarea de tehnici de explicabilitate, care au drept scop să facă procesul decizional al algoritmilor de învățare automată mai inteligibil și mai transparent. În acest sens, algoritmi de descompunere a deciziilor, metode de audit și tehnici de vizualizare, sunt în curs de dezvoltare pentru a crește calitatea deciziilor luate în cadrul ML. În dependență de datele care sunt la dispoziție și rezultatul care se dorește a fi obținut, se pot aplica una din cele 4 modele de învățare automată:

- **Învățarea automată supravegheată;**
- **Învățarea automată nesupravegheată;**
- **Învățarea automată semi-supravegheată;**
- **Învățare prin consolidare.**

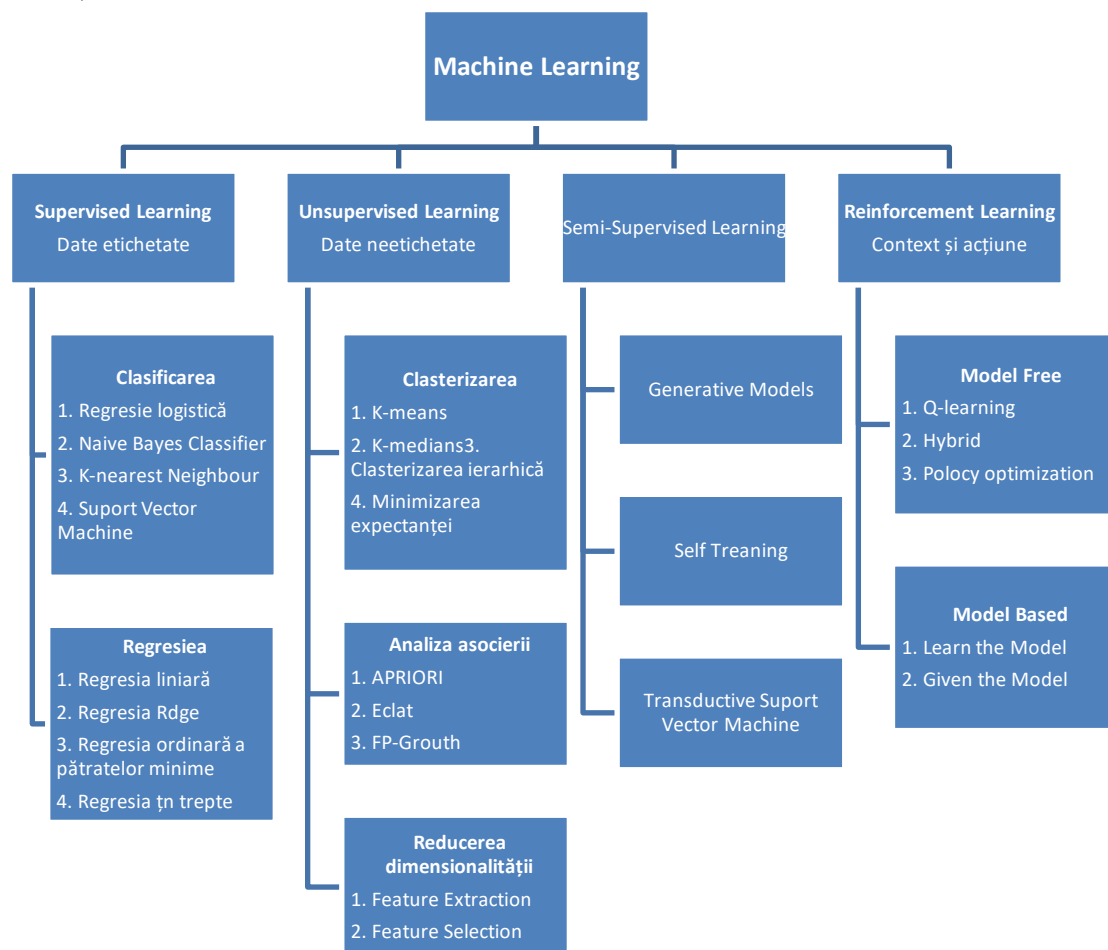


Figura 2. Modele de învățare automată și algoritmii reprezentativi

Mai jos vom examina cum funcționează cele 4 modele de învățare automată.

4.1. Învățarea automată supravegheată (Supervised Learning)

Algoritmii de învățare supravegheată sunt concepuți în așa fel ca sistemul să învețe prin exemple în cadrul antrenamentelor. Prin intermediul algoritmilor elaborați, sistemul compilează toate datele de antrenament în timp și începe să determine similarități corelative, diferențe și alte puncte de logică – până când poate prezice răspunsurile la întrebările formulate.

În așa mod, în procesul învățării supravegheate algoritmi învață din datele etichetate. Ce sunt datele etichetate? Datele etichetate înseamnă că datele de intrare sunt asociate cu ieșirea corectă. Datele etichetate reprezintă exemple de intrare asociate cu valoarea țintă sau ieșirea corectă corespunzătoare. Scopul final al învățării supravegheate este de a concepe un model, utilizând datele etichetate, care ar putea ulterior prezice cu exactitate rezultatul problemei examinate pentru date de intrare noi, neetichetate. Astfel, învățarea automată de tip supravegheată este utilizată, de regulă, în sarcini precum **clasificarea** și **regresia**.

Clasificarea. Într-o problemă de clasificare, algoritmul este antrenat pe un set de date în care fiecare punct de date este etichetat cu o anumită clasă. Algoritmul învață să clasifice puncte de date noi, nevăzute, într-una dintre clasele predefinite, pe baza modelelor pe care le-a învățat din exemplele etichetate. Într-o problemă de regresie, algoritmul învață să prezică o valoare numerică continuă pe baza caracteristicilor de intrare.

Unele exemple de învățare automată de tip supravegheată, pot fi:

- 1) Algoritmul este antrenat să recunoască o imagine cu un semn de circulație. Problema se formulează în felul următor: se cere de clarificat în ce categorie de semne de circulație poate fi înregistrat semnul de circulație examinat: stop; trecere de pietoni; viteză-limită de 50 km/h. În aceste situații răspunsurile sunt de tipul de **da/nu**. Acest tip de probleme se numesc „*probleme de clasificare binară*”.
- 2) Alt exemplu se referă la recunoașterea (identificarea cifrelor, numerelor scrise de mână). În acest caz: (1) datele de intrare: cifre scrise de mână; (2) datele de ieșire: cifre din clasa 0, ..., 9.

Pentru clasificare sunt implementați algoritmi de tipul: *Decision Trees*, *Neural Networks*, *Support Vector Machines (SVM)*.

Regresia implică prezicerea unei valori continue. De exemplu, estimarea prețului unei mașini în baza caracteristicilor sale: *Clasa (economică, de lux, etc)*; *Marca mașinii (unele mărci sunt mai scumpe altele mai puțin scumpe)*; *Anul de fabricație*; *Kilometrajul*; *Starea generală a mașinii*; *Istoricul de service*; *disponibilitatea unor dotări suplimentare*.

4.2. Învățarea automată nesupravegheată (Unsupervised Learning)

Modelele de învățare nesupravegheată sunt antrenate pe un set de date neetichetate. În această situație, algoritmi încearcă să identifice, fără nici o supraveghere, modele ascunse, ori anumite structuri în masivul de date examinat. Scopul final este de a înțelege structura logică a datelor examinate și de a identifica anumite tendințe importante. Învățarea nesupravegheată este modelată din perspectiva omului care studiază, observă fenomenele naturii. Mașinile acumulează experiență pe baza cantităților de date cu care lucrează. Aplicațiile de învățare nesupravegheată includ: cercetarea de piață, recunoașterea facială, analiza secvenței genetice și securitatea cibernetică. Tipurile de învățare nesupravegheată sunt:

- **Clustering-ul**
- **Reducerea dimensionalității.**

Clustering presupune gruparea datelor similare în baza unor caracteristici, asemănări, comportamente etc. De exemplu, clasificarea după un anumit comportament de cumpărare a unui grup de clienți se realizează în baza algoritmilor: *Hierarchical Clustering* ori *K-Means*.

Reducerea dimensionalității presupune limitarea numărului de caracteristici, menținând caracteristicile de bază, esențiale. În acest sens sunt utilizați algoritmi de tipul (*PCA*) și *t-Distributed Stochastic Neighbour Embedding (t-SNE)* pentru a examina date de dimensiuni mari în spații de dimensiuni reduse.

4.3. Învățarea automată semi-supravegheată (Semi-Supervised Learning)

În anumite situații este eficientă o combinație a ambelor tipuri de învățare (supravegheată și nesupravegheată) numită semi-supravegheată. Învățarea automată semi-supravegheată poate fi utilizată atunci când avem o cantitate mică de date etichetate și o cantitate mare de date neetichetate. În situația dată pot fi folosite ambele tipuri de modele. Un algoritm de învățare semi-supravegheat direcționează mașina să analizeze datele etichetate pentru proprietățile corelative care ar putea fi aplicate datelor neetichetate.

Învățarea automată de tip semi-supravegheată este folosită în cercetarea medicală complexă, analiza lingvistică și vorbire etc.

4.4. Învățare prin consolidare (Reinforcement Learning)

Învățarea prin consolidare este diferită de celelalte tipuri de învățare automată. Astfel, învățarea prin întărire ori consolidare se concentrează pe dezvoltarea unui sistem (numit agent) care să execute acțiuni într-un mediu, în scopul maximizării unei recompense cumulative. În modelele de învățare de consolidare, „rezultatul” este numeric și este programat în algoritm ca ceva ce sistemul încearcă să colecteze. Acest tip de învățare este similar jocului de șah. Sistemul învață regulile de joc și ulterior își dezvoltă abilitățile și acumulează experiență prin jocul prestat. Recompensele se obțin atât prin achiziționarea figurilor de șah ale adversarului cât și prin câștigarea jocului. Aplicațiile de învățare

re Reinforcement Learning includ: *dezvoltarea jocurilor pe calculator, tranzacționarea bursieră cu mize mari, licitarea automată a prețurilor pentru cumpărătorii online*. Un exemplu în acest sens este *algoritmul Q-learning*, care este utilizat pentru a învăța jocuri pe calculator ori în robotică.

Articol realizat în cadrul proiectului de cercetare științifică „Global Issue-Oriented STEAM Teaching to Create a more Sustainable Future”, cod 24.80013.0807.2TR, din cadrul proiectelor bilaterale moldo-turce (2024-2025), prioritatea strategică IV „Provocări Societale”, cu sprijinul financiar oferit de Agenția Națională pentru Cercetare și Dezvoltare

Concluzii

Evidențiind aspectele și tendințele de ultimă oră în dezvoltarea Inteligenței Artificiale și Machine Learning, cât și analizând cele patru tipuri de învățare automată (învățarea automată supravegheată, învățarea automată nesupravegheată, învățarea automată semi-supravegheată, învățare prin consolidare) din mai multe perspective, sunt create premise în dezvoltarea unor abordări metodice avansate în procesul de studiere a IA. În contextul celor examinate articolul vine cu unele clarificări și sugestii metodice privind studierea de către studenți a Inteligenței Artificiale și a subdomeniilor precum: Machine Learning, Deep Learning și Generative AI.

Bibliografie

1. Agenția Uniunii Europene pentru Drepturi Fundamentale. *Artificial intelligence and big data*. Disponibil la: <https://fra.europa.eu/en/themes/artificial-intelligence-and-big-data>.
2. THE ROYAL SOCIETY. *Machine learning: the power and promise of computers that learn by example*. A report by Royal Society, April 2017. 128 p. ISBN: 978-1-78252-259-1.
3. SANDHYA, N., CHARANJEET, K. R. A review on Machine Learning Techniques. In: *International Journal on Recent and Innovation Trends in Computing and Communication (IJRITCC)*, March 16 Volume 4 Issue 3, pp. 395 – 399. ISSN: 2321-8169.
4. AYON, D. Machine Learning Algorithms: A Review. In: *(IJCSIT) International Journal of Computer Science and Information Technologies*, 2016. vol.7(3), pp. 1174-1179. ISSN: 0975-9646.
5. MINTON, S., ZWEBEN, M. Learning, Planning, and Scheduling: An Overview. In: *Machine Learning Methods for Planning*. 1993, pp. 1-29.

UDC 37.091:004

PEDAGOGIA DIGITALĂ: DIMENSIUNI ȘI REPERE CONCEPTUALE

Tatiana CHIRIAC, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-6122-1937>

e-mail: chiriac.tatiana@upsc.md

Catedra Informatică și Tehnologii Informaționale

Facultatea Fizică, Matematică și Tehnologii Informaționale

Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă”

Rezumat. În acest articol se analizează dimensiunile și caracteristicile pedagogiei digitale, evidențiind necesitatea înțelegerii aspectelor distinctive pe care componenta digitală o adaugă practicilor educaționale și conținutului învățării pentru a amplifica impactul experiențelor de implementare a tehnologiilor digitale. În condițiile erei tehnologice pedagogia digitală devine reper pentru transformarea digitală prin crearea de modele non-standard pentru rezolvarea situațiilor pedagogiei tradiționale, formarea și dezvoltarea unui act de învățare inovator și integrat. Conceptul de pedagogie digitală se aplică în contexte care vizează utilizarea tehnologiei digitale în predare. Se pune accent pe o abordare pedagogică constructivistă, centrată pe cel ce învață, profesorul având competențe digitale bine formate pentru a putea dezvoltă practici educaționale inovative prin prisma conținutului pedagogic tehnologic.

Cuvinte cheie: pedagogie digitală, orientare pedagogică constructivistă, competențe pedagogice digitale.

DIGITAL PEDAGOGY: DIMENSIONS AND CONCEPTUAL BENCHMARKS

Abstract. In order to maximise the impact of experiences using digital technology, this article examines the dimensions and features of digital pedagogy, emphasising the necessity to comprehend the unique qualities that the digital component contributes to educational practices and learning content. Given the circumstances of the technology age, digital pedagogy establishes a standard for digital transformation by developing innovative and integrated learning acts, as well as non-standard methods for resolving the issues with traditional pedagogy. Teachers apply the concept of digital pedagogy in contexts that aim to use digital technology in teaching. A constructivist pedagogical approach that is learner-centred is emphasised, with a focus on the teacher developing well-developed digital abilities to create creative teaching practices via the lens of technological pedagogical content.

Keywords: digital pedagogy, constructivist pedagogical orientation, digital pedagogical skills.

Introducere

În ultimul deceniu, la nivel global au loc schimbări esențiale în educație în ceea ce privește furnizarea cunoștințelor și proceselor educaționale. Integrarea tehnologiilor digitale în educație a devenit un pilon al politicilor educaționale mondiale și joacă un rol esențial în construirea unui mediu de învățare bazat pe influența și beneficiile pedagogiei digitale.

Există un optimism crescând privind adoptarea și integrarea tehnologiilor digitale în demersul educațional, condus de o abordare formativă în ceea ce privește educația digitală. Uniunea Europeană a convenit asupra unor direcții prioritare privind sistemul educațional, una dintre acestea fiind dezvoltarea unui ecosistem european în materie de

educație digitală pentru a ajuta cetățenii să-și îmbunătățească competențele generale și pe cele în materie de educație digitală [1]. De asemenea, și Republica Moldova implementează politici strategice care pun accent pe dezvoltarea competențelor digitale prin elaborarea și aplicarea conținuturilor educaționale digitale în procesul educațional [2, 3]. În acest context, profesorii urmează să acumuleze experiențe privind procesele moderne de predare-învățare și inovațiile tehnologice pentru a le transforma în practici digitale eficiente în sala de studiu.

Cu toate acestea, natura și principiile pedagogiei digitale, care studiază proiectarea, implementarea și evaluarea situațiilor educaționale prin includerea tehnologiilor digitale, sunt mai puțin abordate în literatura de specialitate autohtonă, precum și, puțin se discută despre semnificația acestora pentru procesul de predare și învățare, provocările transformării digitale a sistemelor de învățământ, cât și posibile modele de inovare digitală care vor contribui la îmbunătățirea curriculum-ului adaptat la nevoile moderne ale elevilor, studenților, și ale societății per general. În așa mod, pedagogia digitală devine esențială în prezent, deoarece întreaga lume se îndreaptă către digitalizare în toate domeniile sociale și economice.

Lucrarea își propune să examineze modelul conceptual al pedagogiei digitale, dimensiunile, caracteristicile și beneficiile practicii academice în raport cu aceasta. Procesul de predare-învățare din secolul 21 s-a transformat semnificativ, trecând de la educația bazată pe „input-output” la educația bazată pe „rezultate/competențe”. Cele mai recente modele educaționale cum ar fi învățarea combinată, învățarea inversată, învățarea colaborativă, colaborarea în medii digitale, învățarea bazată pe proiecte/sarcini și altele, se află în centrul educației și prezintă un valoros set de paradigme educaționale pentru dezvoltarea durabilă, care contribuie la formarea unor abilități dincolo de discipline și sala de clasă. Totodată, din perspectiva pedagogiei digitale, plasarea unui calculator în sala de studii nu face ca învățarea să fie eficientă: profesorii trebuie să conștientizeze importanța și utilitatea tehnologiei digitale în educație, să aplice teoriile de învățare din spatele practicii și să selecteze în mod eficient tehnologia digitală potrivită pentru atingerea rezultatelor învățării. În așa mod, pedagogia digitală, ca parte a pedagogiei generale, urmărește înțelegerea modului de a preda folosind tehnologiile digitale.

I. Scopul și metodologia cercetării

Primul scop al acestui articol este conceptualizarea pedagogiei digitale pe baza literaturii actuale. Accentuăm că constatările adunate pentru dimensiunile pedagogiei digitale se rezumă la idei pentru a înțelege noțiunea de pedagogie digitală și caracteristicile acesteia. În al doilea rând, urmărim să analizăm imperativele care determină schimbarea practici educaționale din perspectiva pedagogiei digitale. Datele informative au fost culese din reviste electronice, cărți electronice și publicații.

Analiza se realizează în cadrul subprogramului de cercetare „Digitalizarea procesului de formare inițială a cadrelor didactice pentru asigurarea unui demers didactic eficient, în context cu solicitările pieței muncii”, cod 040102, direcția strategică: valorificarea capitalului uman și social, în cadrul Universității Pedagogice de Stat „Ion Creangă” din Chișinău, pe perioada 2024-2027.

II. Pedagogia digitală: o revizuire a conceptelor existente

Autorul Istrate (2022) evidențiază că pedagogia digitală include „o gamă largă de concepte, situații educative, tehnici, metode și strategii didactice, resurse și contexte, instrumente și aplicații educaționale din sfera unei arii denumită în diverse variante interschimbabile sau particularizări, cum ar fi instruire asistată de calculator, educație mediată de computer, pedagogie mediată de tehnologie, medii virtuale de învățare/instruire, curriculum digital, educație la distanță, e-learning, învățare online/ pedagogie online, web-based learning, pedagogie în cyberspațiu sau *cyber pedagogy*, pedagogie multimedia, pedagogia favorizată de resurse educaționale deschise (*OER-enabled pedagogy*), pedagogie în mediul electronic (*electronically-enabled pedagogy*), pedagogie hibridă” [4].

Analiza realizată de autorii Toktarova și Semenova (2020) specifică o incursiune mai largă despre conceptul pedagogie digitală cu referire la diverși autori, structurată ca dimensiuni în modul următor: „pedagogia digitală este *o ramură a științei pedagogice* care descrie esența educației digitale, rolul proceselor educaționale „digitalizate” în creșterea personală, creează modalități practice și mijloace de îmbunătățire a eficacității acestora; este *o tendință pedagogică* care urmărește construirea economiei digitale și societății digitale; este *știință și practică* pentru aranjarea unui proces educațional în noile condiții ale realității prezente; reprezintă *înglobarea* tehnologiilor digitale în arta învățării cu scop de a îmbogăți procesele de învățare, predare și evaluare; reprezintă *construirea cunoștințelor de către profesor* prin planificarea educației bazate pe rezolvarea problemelor și pe abilități de gândire de ordin superior; este *pedagogie* care oferă educație de înaltă calitate *folosind tehnologia digitală în calitate de instrument* pentru crearea de noi oportunități de învățare; este *știința activității* organizate cu scop și sistematic *privind formarea umană*, conținutul, formele și metodele de creștere, educație și predare *folosind tehnologiile informației și internetul* [5].

Identificăm mai multe surse bibliografice care fac apel la noțiunea de „pedagogie digitală”, și, în cazul dat, este util să analizăm procesul educațional prin transpunerea acestuia în calitate de activitate educațională susținută tehnologic, care se desfășoară în cadrul instituțiilor de învățământ. Deoarece instruirea tradițională nu este de obicei suficientă, folosim adesea tehnologii (calculatoare și alte dispozitive) alături de manuale și auxiliare. Ceea ce vrem să amintim, tehnologiile digitale sunt, în principal,

„instrumente”, care vor genera activități didactice noi sau vor transforma activitățile existente. Este incontestabil, tehnologiile digitale au un impact social puternic, transformând multe aspecte ale vieții sociale, inclusiv și modul în care învățăm.

Conform studiului *Rethinking Pedagogy. Exploring the Potential of Digital Technology in Achieving Quality Education*, cei care promovează tehnologia digitală în educație utilizează competențele secolului 21 într-un mod personalizat și colaborativ. Educația digitală este văzută ca un amalgam format din „învățarea digitală, pedagogia digitală, resurse digitale, sălile de clasă digitale, școlile digitale”, punând accent pe promisiunile tehnologiei digitale în „revoluționarea” sau „perturbarea” modelelor educaționale ineficiente [6, p.3]. Pedagogia digitală, în cazul dat, devine o structură fundamentată tehnologic care argumentează de ce trebuie să ne dezvoltăm abilitățile digitale și trasează condițiile de implementare a acestora.

Noțiunea de pedagogie digitală este interschimbată de autorii Lynn et al (2022) în calitate de „educație digitală”, și anume: „educația digitală se referă la utilizarea tehnologiilor digitale pentru predarea și învățarea în educația formală și non-formală în cadrul unei comunități și la infrastructura necesară pentru a sprijini o astfel de furnizare”. [7]. Vorbind despre impactul tehnologiilor digitale pentru educație, autorii [ib.] evidențiază și provocările semnificative pentru adoptarea și utilizarea digitală în educație în termeni de acces, motivație, abilități și competențe și rezultate ale învățării.

În acest context, reiterăm că deși accesul la tehnologiile digitale devine mult mai răspândit în ultimii ani, problemele se conturează în special pe decalajul dintre inovația tehnologică în creștere și ritmul guvernării pedagogiei digitale din ziua de azi. Pentru a diminua efectele negative generate de percepția superficială a conceptului de pedagogie digitală și necesitatea abordării sistematice a acesteia în procesul didactic, este pertinent să asigurăm un cadru pentru ca profesorii să asigure utilizarea eficientă a pedagogiei digitale pentru educație. De altfel, și autorul Fayda-Kinik (2022) specifică necesitatea creării unui „profesor digital” cu calificările necesare, deoarece îmbunătățirea abilităților tehnologice ale profesorilor a devenit și mai importantă în zilele actuale. Astfel, „pentru a califica profesorul digital, (...) acesta trebuie format din perspectiva tehnologiei, pedagogiei și conținutului, care sunt sintetizate în structura cadrului cunoașterii conținutului pedagogic tehnologic” [8], conceptul fiind cunoscut în literatura de specialitate ca cadrul TPACK (în engleză Technological Pedagogical Content Knowledge Framework).

În opinia noastră, cadrul TPACK se pretează la dimensiunile pedagogiei digitale deoarece „cunoștințele pedagogice tehnologice descriu relațiile și interacțiunile dintre tehnologia digitală și practicile pedagogice specifice, în timp ce cunoștințele de conținut pedagogic descriu același lucru între practicile pedagogice și obiectivele specifice de învățare, în timp ce cunoașterea conținutului tehnologic descrie relațiile și intersecțiile

dintre tehnologii și obiective de învățare” [9]. Cele expuse ne conduc spre poziționarea cadrului TPACK în calitate de vector care ghidează profesorii, prin cunoștințe, abilități și competențe, pentru a putea implementa tehnologia digitală cu succes în sala de clasă. În așa mod, utilizând componentele specificate de cadrul TRACK, cadrele didactice vor beneficia de o înțelegere mai bună privind modelarea practicilor de instruire bazate pe conținut, prin prisma reperelor pedagogice și susținute tehnologic.

Analizând setul de componente de pedagogie digitală, vom adopta o abordare bazată pe scenarii care descriu domeniile de practică digitală - scenarii din lumea reală cu care se confruntă actual instituțiile de învățământ, în special: proiectarea și dezvoltarea de resurse educaționale și integrarea acestora în demersul didactic, furnizarea practicii de învățare online, proiectarea și gestionarea mediilor de învățare digitale, gestionarea comunicării online, și, mai degrabă, nu este un capăt de listă. Există multe alte scenarii individuale și personalizate când se folosește tehnologia digitală pentru a susține curriculumul. Cele mai frecvente provocări în această direcție sunt actualizarea și dezvoltarea sistematică a competențelor viabile pentru a se potrivi „tranzițiilor digitale” în contextul pedagogiei digitale. Urmărim la nivel global sporirea gradului de utilizare a tehnologiilor informaționale privită ca o schimbare educațională iminentă, în special în învățământul superior. De aceea, profesorul digital cu calificările necesare - este profesorul care deține un anumit nivel de competență digitală, utilizează critic și obiectiv inovațiile digitale pentru predare-învățare, auto-dezvoltare și participare în societate, și percepe tehnologia ca un atribut scontat și obligatoriu al unei forțe de muncă calificate.

Raționamentele pentru adoptarea tehnologiilor digitale în educație vizează primordial aspecte pedagogice, transformaționale, sustenabile, care vizează calitatea predării, cât și aspecte sociale, vocaționale, economice. Adoptarea cu succes a tehnologiilor digitale în educație, de asemenea, necesită dedicație, susținerea și acceptarea la nivel de instituție de învățământ a tehnologiilor digitale, formarea unei legături puternice dintre obiectivele pedagogice și tehnologiile digitale, dar și timp, spațiu și resurse pentru ca profesorii să-și formeze competențe digitale de bază și avansate, și să învețe utilizarea tehnologiilor în contextul pedagogic și curricular.

Conform studiului [5, p. 89], un model unic al modului în care sistemele de învățământ ar trebui să profite cel mai bine de tehnologiile digitale nu este în prezent disponibil, deoarece utilizarea lor depinde de alegerile contextuale, politice și ideologice, scenariile posibile de adoptare a tehnologiilor digitale fiind recomandate în contextul asociat cu cercetările privind integrarea resurselor digitale în educație, sub forma următoare: *Instrumente – Actori – Sisteme* (cu referire la Baron și Bruillard, 1996). *Actorii* sunt utilizatorii tehnologiilor și inovațiilor digitale, cei care creează și promovează inițiative ce permit difuzarea tehnologiilor digitale, având rol decisiv în a face tehnologiile digitale să funcționeze în scopuri educaționale. *Instrumentele* sunt

implementate de cursanți (elevi, studenți), sub îndrumarea cadrului didactic care aplică programele de studiu și curricula pentru atingerea obiectivelor educaționale. Actorii operează în cadrul unor *sisteme* care le oferă posibilități de activitate didactică, în care există și funcționează ca un tot întreg. Și în acest cadru, sarcină centrală a abordării pedagogiei digitale este proiectarea activității didactice (cercetarea, selectarea, modificarea și furnizarea materialelor educaționale) într-un mod care să servească drept bază pentru activitățile de predare și învățare. Activitatea cadrelor didactice legată de elaborarea resurselor de învățare este în continuă evoluție, în concordanță cu schimbările din curricula academică, în funcție de tehnologiile disponibile, dar și dezvoltarea unor noi modele de învățare precum învățarea combinată, învățarea inversată, învățarea colaborativă etc.

Autorii Vaataja și Ruokamo (2021) oferă o discuție mai detaliată a dimensiunilor pedagogiei digitale, și anume: (1) *orientare pedagogică*; (2) *practici pedagogice*; și (3) *competențe pedagogice digitale*. Componenta „orientare pedagogică” se referă la percepțiile profesorilor despre metodele și strategiile eficiente de predare și învățare. Orientarea pedagogică se împarte în general în două tipuri: orientarea pedagogică constructivistă și orientarea pedagogică tradițională. Orientarea pedagogică constructivistă se bazează pe colaborare, activități centrate pe elev și pe participarea activă a elevilor la discurs, mai degrabă decât pe educația condusă de profesor. Prin urmare, tehnologia este considerată un instrument cognitiv care sprijină învățarea elevilor [10, p. 7]. Componenta „practici pedagogice” se referă la mediul de învățare îmbogățit cu informații relevante și tehnologie, în care cursanții se implică în exerciții bazate pe probleme, având tehnologia integrată în procesele de predare, învățare și evaluare. Această perspectivă pune accentul pe utilizarea pedagogică a tehnologiilor, dar ia în considerare și activitățile pedagogice [10, p. 8]. Ultima componentă, „competențe pedagogice digitale”, se referă la integrarea tehnologiilor digitale în procesul educațional, care necesită ca profesorul să posede competențele digitale ce includ conținuturile, abilitățile, cunoștințele și atitudinea care conectează expertiza tehnică cu scopuri pedagogice pentru a îmbunătăți procesul de învățare. Astfel de competențe sunt necesare pentru a integra tehnologia în practicile obișnuite de predare. „Competențele pedagogice digitale” în literatura pot fi întâlnite și ca „competențe digitale ale pedagogilor”, acestea fiind foarte aproape de viziunea cadrului TPACK. Cu toate acestea, pedagogia digitală ar trebui să implice mai mult decât simpla utilizare a tehnologiei în sala de clasă și ar trebui să se bazeze pe rezolvarea problemelor și dezvoltarea abilităților de gândire de ordin superior.

În cele din urmă, putem sublinia că termenul de „pedagogie digitală” este destul de voluminos în conținutul său funcțional și informativ. În acest context, autorii Toktarova și Semenova (2020) disting principalele componente ale pedagogiei digitale: (1) *bazate*

pe conținut: crearea unui produs educațional digital cu noi oportunități de învățare și comunicarea cognitivă a subiecților procesului de învățământ; (2) *bazate pe mediu*: transferul componentei de conținut și comunicare în mediul educațional digital și transformarea procesului de predare și învățare în cadrul modelului „profesor – mediu educațional digital – elev”; (3) *bazate pe tehnologie*: forme (sincrone, asincrone), metode (active, interactive etc.), instrumente (calculatoare, laptopuri, telefoane mobile, resurse educaționale electronice etc.) și tehnici de predare (tehnologii multimedia, tehnologii cloud etc.); (4) *bazate pe formarea și îmbunătățirea competențelor digitale ale profesorilor* pentru a oferi elevilor o învățare interactivă și semnificativă [5].

Concluzie

Punând în discuție dimensiunile și specificul domeniului pedagogie digitală în acest articol, am urmărit să evidențiem necesitatea înțelegerii aspectelor distinctive pe care componenta digitală o adaugă învățării, practicilor de predare, conținutului învățării, inclusiv și valoarea acesteia pentru a amplifica eficiența experiențelor de implementare a tehnologiilor digitale. În condițiile actuale ale erei tehnologice, este nevoie să explorăm pedagogia digitală în calitate de reper a transformării digitale, să examinăm continuu natura în schimbare a abilităților digitale ale cursanților și pedagogilor, să îmbrățișăm tehnologiile digitale prin crearea de modele non-standard pentru rezolvarea situațiilor pedagogiei tradiționale, formarea și dezvoltarea unui act de învățare inovator și integrat.

Revizuirea sistematică a literaturii de specialitate și studiul articolelor științifice demonstrează că noțiunea de pedagogie digitală este folosită în multe contexte, având în comun „utilizarea tehnologiei în predare”. Conform analizei, integrarea tehnologiei va avea succes dacă cadrul didactic posedă o orientare pedagogică constructivistă, centrată pe elev, posedă competențe digitale și dezvoltă practici educaționale sistematice abordând conținut pedagogic tehnologic. Actual putem spune ca pedagogia digitală este inovatoare și îi face pe cursanți să dobândească abilități dincolo de conținutul cursului, ceea ce are ca rezultat o învățare durabilă.

Bibliografie

1. *Planul de acțiune pentru educația digitală (2021-2027)*. Disponibil de la: <https://education.ec.europa.eu/ro/focus-topics/digital-education/action-plan> [accesat 10.07.2024].
2. *Strategia de dezvoltare a educației pentru anii 2021-2030 "EDUCAȚIA 2030"*. Disponibil de la: https://ipp.md/wp-content/uploads/2021/04/Strategia-EDUCATIE-2030-Versiunea_01.pdf [accesat 12.07.2024].
3. *Cu privire la aprobarea cadrului de competențe digitale al cadrelor didactice din educație*. Ordin 04.09.2023, nr. 1110. Disponibil de la:

- https://mecc.gov.md/sites/default/files/ordin_competente_digcompedu_compressed_1.pdf [accesat 13.07.2024].
4. ISTRATE, O. Pedagogia digitală: Definiție și arie conceptuală. În: rev. *Pedagogie Digitală*, 2022. Vol. 1, Nr. 1, pp. 3-10. ISSN 3008–2013. <https://doi.org/10.61071/RPD.2290>. Disponibil de la: <https://pedagogie-digitala.ro/pedagogia-digitala-definitie-si-arie-conceptuala/> [accesat 14.07.2024].
 5. TOKTAROVA, V.I.; SEMENOVA, D. A. Digital pedagogy: analysis, requirements and experience of implementation. În: rev. *Journal of Physics: Conference Series* 1691 012112, 2020. Disponibil de la: https://www.researchgate.net/publication/349045608_Digital_pedagogy_analysis_requirements_and_experience_of_implementation [accesat 08.08.2024].
 6. *Rethinking Pedagogy. Exploring the Potential of Digital Technology in Achieving Quality Education* (2019). În librăria UNESCO: UNESCO MGIEP 2019. ISBN 978-81-89218-72-0. Disponibil de la: <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000372786> [accesat 10.08.2024].
 7. LYNN, Th.; ROSATI, P.; CONWAY, E.; CURRAN, D.; FOX, G.; O'GORMAN, C. Digital Education. 10.1007/978-3-030-91247-5_7. DOI: 10.1007/978-3-030-91247-5_7. In book: *Digital Towns*, 2022. license CC BY 4.0. Disponibil de la: https://www.researchgate.net/publication/358514104_Digital_Education [accesat 08.08.2024].
 8. FAYDA-KINIK, F. S. (2022). The Digital Teacher: The TPACK Framework for Teacher Training. In: A. Afonso, L. Morgado, & L. Roque (Eds.). *Impact of Digital Transformation in Teacher Training Models*. pp. 31-53. IGI Global. <https://doi.org/10.4018/978-1-7998-9538-1.ch002>. [accesat 09.08.2024]. Disponibil de la: <https://www.igi-global.com/gateway/chapter/298511#pnlRecommendationForm>
 9. KURT, S. *TPACK: Technological Pedagogical Content Knowledge Framework. What is TRACK*. În: *Educational Technology*, 2018. Disponibil de la: <https://educationaltechnology.net/technological-pedagogical-content-knowledge-tpack-framework/> [accesat 09.08.2024].
 10. VAATAJA, J.O.; HELI RUOKAMO, H. Conceptualizing dimensions and a model for digital pedagogy. În rev. *Journal of Pacific Rim Psychology*, 2021. Volume 15: pp. 1–12. DOI: 10.1177/1834490921995395. Disponibil de la: <https://journals.sagepub.com/doi/pdf/10.1177/1834490921995395> [accesat 09.08.2024].

UDC: 37.02:51

PROBLEME DE CERCETARE PENTRU ELEVII DIN CICLUL GIMNAZIAL ÎN PROCESUL DE STUDIERE A MATEMATICII

Elisa-Ioana FETANU, drd., prof. titular, gradul didactic I

<https://orcid.org/0009-0005-1363-5202>

e-mail: ely_oana1986@yahoo.com

Liceul Teoretic Marin Preda, București

Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă”, Chișinău

Rezumat. În articolul de mai jos se propune utilizarea conceptului de grad de complexitate a problemelor de matematică în procesul de dezvoltare abilităților de cercetare la elevi la studierea matematicii din ciclul gimnazial.

Cuvinte cheie: abilități de cercetare a elevilor, probleme de cercetare.

RESEARCH PROBLEMS FOR SECONDARY SCHOOL STUDENTS IN THE PROCESS OF STUDYING MATHEMATICS

Abstract. In the article below, it is proposed to use the concept of the degree of complexity of mathematics problems in the process of developing students' research skills when studying mathematics in secondary school.

Keywords: students' research skills, research problems in secondary school.

1. Introducere

Dezvoltarea personalității elevului poate fi realizată cu succes prin implicare activă în activități care presupun creativitate, abilități flexibile și cunoștințe. Matematica în acest sens este, în opinia noastră, domeniul cel mai potrivit pentru dezvoltarea abilităților de cercetare și a creativității. În acest context planificarea reușită a temelor la matematică și selectarea problemelor în procesul de studiere a matematicii cât și ghidarea profesionistă din partea profesorului asigură dezvoltarea psihicului uman și crește motivația elevilor și implicarea lor.

În acest context credem noi este necesar ca profesorul să aibă capacitatea de a:

- identifica adecvat nivelul cunoștințelor și a abilităților elevului privind soluționarea probleme practice la matematică;
- alege subiectele potrivite în procesul de studiere a matematicii, în funcție de nivelul de dezvoltare a gândirii elevului;
- combina formele individuale și colective de cercetare în sala de clasă;
- crea situații problematice în funcție de nivelul cercetării educaționale, locul acesteia în structura lecției și scopul lecției.

Din acest această perspectivă propunem implicarea elevilor în procesul de cercetare în funcție de gradul de complexitatea a problemelor – un concept introdus de autor. Gradul de complexitate a unei probleme de matematică este un concept introdus de autor pentru a determina la elevii (claselor V-VIII) nivelul competențelor de cercetare în procesul de studiere a matematicii.

Astfel, ținând cont de experiența noastră, formulăm principiile de bază care țin de conceptul respectiv:

C1. Complexitatea unei probleme de matematică este stabilită de autor, în funcție de propria viziune și experiență și presupune realizarea unui număr finit de Etape obligatorii care trebuie să le parcurgă elevul în procesul de rezolvare (cercetare) a unei probleme de matematică.

C2. Fiecare Etapă rezolvată, în procesul de soluționare a unei probleme, determină un anumit nivel ori grad de complexitate a problemei.

C3. Numărul de Etape parcurs, în viziune diferitor profesori ori în funcție de metoda de rezolvare, abordată de elev, poate fi diferit, dar rezultatul final în mod obligatoriu este același.

C4. Gradul final de complexitate a problemei este determinat de profesor în funcție de numărul de Etape (operațiunile matematice, care trebuie parcurse).

C5. Conceptul de complexitate, în opinia noastră, este importantă pentru a putea cuantifica competențele de cercetare a elevilor din gimnaziu și a fi în stare să se facă anumite comparații între nivelul de pregătire a elevilor.

Problemele de matematică examinate mai jos au fost divizate în funcție de complexitatea lor.

2. Modele de probleme. Determinarea gradului de complexitate a problemei

Mai jos vom examina Etapele rezolvării problemelor respective și vom stabili gradul de complexitate luând în considerare cele menționate mai sus.

Problema 1. Andreea are o anumită sumă de bani și se pregătește pentru două evenimente: Tabăra de matematică și ziua unei prietene. Dacă ar câștiga un premiul de 224 de lei și n-ar putea merge la aniversare, noua sumă ar fi cubul unui număr natural, iar dacă n-ar câștiga nimic, dar ar cheltui 224 de lei pentru cadou, noua sumă ar fi pătratul aceluiași număr natural. Ce sumă are Andreea?

Rezolvare. Fie S - suma de bani. Conform condițiilor problemei avem:

$$S + 224 = x^3$$

$$S - 224 = x^2.$$

Scădem cele două relații:

$$224 + 224 = x^3 - x^2$$

$$\text{ori } 448 = x^2(x-1).$$

Determinăm $8^2 \cdot 7 = x^2(x-1) \Rightarrow x=8$. În acest caz: $S=8^2+224$ ori $S=64+224 = 288$.

Răspuns: Andreea are suma de 288 de lei.

Analiza problemei din perspectiva gradului de complexitate.

Etape	Operații matematice	Grad de dificultate
Etapa 1.	Alcătuirea modelului matematic $S + 224 = x^3$ $S - 224 = x^2$.	Realizarea Etapei I, care constă în elaborarea modelului matematic va fi considerată că depășirea <u>gradului I de dificultate (două operații logice)</u>
Etapa 2.	Scăderea celor două relații $224+224=x^3-x^2$	Scăderea celor două relații (Etapa 2) obținute denotă depășirea <u>nivelului II ori gradului II de dificultate</u>
Etapa 3.	Identificarea faptului ca $448 = 8^2 \cdot 7$	Identificarea faptului ca $448 = 8^2 \cdot 7$ denotă realizarea Etapei 3, ori <u>depășirea gradului III de dificultate</u>
Etapa 4.	Scrierea răspunsului corect Andreea are suma de 288 de lei.	Realizarea Etapei 4 denotă depășirea <u>nivelului IV ori gradului 4 de dificultate</u>

În procesul de desfășurare a experimentului pedagogic se va stabili câte procente de elevi din clasa experimentală și clasa de control vor parcurge fiecare din etapele punctate mai sus:

Rezultatul	Gradul de complexitate	Procente
N1 elevi au trecut Etapa 1	Gradul I de complexitate	P1%
N2 elevi au trecut Etapa 2	Gradul II de complexitate	P2 %
N3 elevi au trecut Etapa 3	Gradul III de complexitate	P3%
N4 elevi au trecut Etapa 4	Gradul IV de complexitate	P4 %

Problema 2. Să se rezolve în $\mathbb{Z}$ ecuația: $2xy=3(x+32)$

Rezolvare. Luând în considerare ecuația dată, obținem:

$$2xy=3x+96$$

$$2xy-3x=96$$

$$x(2y-3)=96$$

Descompunem în produs numărul 96:

$$x(2y-3)=1 \cdot 96 \Rightarrow x=1$$

$$2y-3=96 \Rightarrow y \text{ --nu este un număr întreg}$$

$$x(2y-3)=96 \cdot 1 \Rightarrow x=96$$

$$2y-3=1 \Rightarrow y=2 \quad (96,2)$$

$$x(2y-3)=-96 \cdot (-1) \Rightarrow x=-96$$

$$2y-3=-1 \Rightarrow y=1 \quad (-96,1)$$

$$x(2y-3)=2 \cdot 48 \Rightarrow x=2$$

$$2y-3=48 \Rightarrow y \text{ --nu este un număr întreg}$$

$$x(2y-3)=3 \cdot 32 \Rightarrow x=3$$

$$2y-3=32 \Rightarrow y \text{ --nu este un număr întreg}$$

$$x(2y-3)=32 \cdot 3 \Rightarrow x=32$$

$$2y-3=3 \Rightarrow y=3 \quad (32,3)$$

$$x(2y-3)=-32*(-3) \Rightarrow x=-32$$

$$2y-3=-3 \Rightarrow y=0 \quad (-32,0)$$

$$x(2y-3)=4*24 \Rightarrow x=4$$

$$2y-3=24 \Rightarrow y \text{ --nu este un număr întreg}$$

$$x(2y-3)=6*16 \Rightarrow x=6$$

$$2y-3=96 \Rightarrow y \text{ --nu este un număr întreg.}$$

Observație: Pentru a obține un număr întreg, factorul $2y-3$ trebuie să fie egal cu un număr impar, deoarece rezultatul trebuie să fie un număr divizibil cu 2.

Astfel, soluția căutată este: $(-32,0)$, $(-96,1)$, $(96,2)$, $(32,3)$.

Analiza problemei din perspectiva gradului de complexitate.

Etape	Operații matematice	Grad de dificultate
Etapa 1.	Utilizarea relațiilor matematice: $2xy=3x+96$ $2xy-3x=96$ $x(2y-3)=96$	Realizarea Etapei I, care constă în elaborarea modelului matematic <u>(operații matematice simple și utilizarea factorului comun)</u>
Etapa 2.	Descompunerea în produs de doi factori a relației: $x(2y-3)=96$	Determinarea perechilor de numere care îndeplinesc cerințele problemei, denotă depășirea <u>nivelului II ori gradului II de dificultate (descompunerea numărului 96 în produs)</u>
Etapa 3.	Identificarea faptului că trebuie să ținem seamă de paritate: $x(2y-3)=96$	Identificarea produsului celor doi factori este un număr par, avem doar două variante, ambele pare sau unul par și altul impar denotă realizarea Etapei 3, ori <u>depășirea gradului III de dificultate</u>
Etapa 4.	Scrierea răspunsului corect $(-32,0)$, $(-96,1)$, $(96,2)$, $(32,3)$.	Realizarea Etapei 4 denotă depășirea <u>nivelului IV ori gradului 4 de dificultate</u>

În procesul de desfășurare a experimentului pedagogic se va stabili câte procente de elevi din clasa experimentală și clasa de control vor parcurge fiecare din etapele punctate mai sus:

Rezultatul	Gradul de complexitate	Procente
N1 elevi au trecut Etapa 1	Gradul I de complexitate	P1%
N2 elevi au trecut Etapa 2	Gradul II de complexitate	P2 %
N3 elevi au trecut Etapa 3	Gradul III de complexitate	P3%
N4 elevi au trecut Etapa 4	Gradul IV de complexitate	P4 %

Bibliografie

1. BÎRCHI, I. D. *Olimpiade și concursuri de matematică*. Editura Bîrchi, 2015.
2. LUPU, I. *Metodologia rezolvării problemelor de demonstrație la matematică*. Editura Prut Internațional, 2007,
3. CHIRCIU, M., ULMEANU, S., CHERA, I. ș.a. *Matematică. Olimpiade și concursuri școlare – clasa a VII-a*. Editura Tiparg, 2009.

UDC: 37.02:51+004

IMPACTUL SOFTURILOR EDUCATIONALE ȘI AL ABORDĂRII STEAM ÎN PREGĂTIREA PENTRU EXAMENUL DE BACALAUREAT LA MATEMATICĂ

Simona GAVRILĂ, drd., prof. titular, grad didactic I

<https://orcid.org/0009-0004-2662-9373>

e-mail: prof.simonagavrila@gmail.com

Liceul Tehnologic „Anghel Saligny”, Bacău

Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă”, Chișinău

Rezumat. Educația modernă se confruntă cu provocarea de a face învățarea matematicii mai atractivă și mai relevantă pentru elevi, în special în contextul pregătirii pentru examenul de bacalaureat. Acest articol explorează modul în care softurile educaționale, integrate într-o abordare STEAM (Știință, Tehnologie, Inginerie, Artă și Matematică), pot transforma procesul de învățare, îmbunătățind performanțele academice și dezvoltând abilități esențiale pentru viitor. Prin exemple detaliate și studiul de caz, sunt ilustrate diverse modalități prin care aceste instrumente digitale pot fi utilizate pentru a facilita înțelegerea matematicii prin metode interactive și interdisciplinare.

Cuvinte cheie: softuri educaționale, matematică, examen de bacalaureat, STEAM, educație digitală.

THE IMPACT OF EDUCATIONAL SOFTWARE AND STEAM APPROACH IN PREPARATION FOR THE MATHEMATICS BACCALAUREATE EXAM

Abstract. Modern education faces the challenge of making mathematics learning more attractive and relevant to students, especially in the context of preparing for the baccalaureate exam. This article explores how educational software, integrated into a STEAM (Science, Technology, Engineering, Art and Mathematics) approach, can transform learning, improving academic performance and developing essential skills for the future. Through detailed examples and case studies, various ways in which these digital tools can be used to facilitate the understanding of mathematics through interactive and interdisciplinary methods are illustrated.

Keywords: educational software, mathematics, baccalaureate exam, STEAM, digital education.

1. Introducere

În ultimii ani, educația a trecut printr-o transformare semnificativă, odată cu adoptarea pe scară largă a tehnologiilor digitale. Softurile educaționale, care includ platforme interactive, aplicații și jocuri educative, au devenit instrumente importante în facilitarea învățării. Acestea oferă elevilor oportunitatea de a explora concepte matematice într-un mod interactiv și adaptat nevoilor individuale, contribuind la creșterea motivației și a performanței academice.

Conceptul STEAM aduce o nouă dimensiune în educație, propunând o abordare integrativă care combină știința, tehnologia, ingineria, arta și matematica pentru a oferi elevilor o experiență de învățare completă și relevantă pentru secolul XXI. În acest context, utilizarea softurilor educaționale poate fi un factor cheie în pregătirea eficientă a elevilor pentru examenul de bacalaureat la matematică.

2. Metodologie

Pentru a explora impactul utilizării softurilor educaționale, am adoptat o metodologie mixtă, combinând cercetarea cantitativă și calitativă. Am selectat un eșantion de 50 de elevi din clasa a XII-a de la Liceul Tehnologic „Anghel Saligny”, Bacău, toți participanți la cursuri de pregătire pentru bacalaureat la matematică. Acești elevi au utilizat softuri educaționale diferite pe durata anului școlar 2023 - 2024.

Studiul a evaluat percepția elevilor asupra eficienței acestor softuri, precum și impactul acestora asupra rezultatelor la simulările de examen.

Metode de colectare a datelor

1. *Sondaje cantitative:* Elevii au completat chestionare referitoare la frecvența utilizării softurilor educaționale, preferințele pentru anumite platforme și percepțiile lor asupra impactului acestor instrumente asupra învățării.

2. *Analiza performanțelor academice:* Am comparat rezultatele elevilor la simulările examenului de bacalaureat înainte și după introducerea softurilor educaționale, pentru a măsura impactul acestora asupra performanțelor școlare.

3. Rezultate obținute

Exemple detaliate de utilizare a softurilor educaționale

3.1. Khan Academy

Exemplul 1. Elevii au folosit Khan Academy pentru a înțelege mai bine derivarea și integrarea funcțiilor. Prin intermediul tutorialelor video, elevii au urmat lecții pas cu pas despre derivata funcțiilor polinomiale, trigonometrice și exponențiale. După fiecare lecție, elevii au accesat seturi de exerciții interactive unde au aplicat regulile de derivare în probleme practice, cum ar fi calcularea derivatelor unor funcții compuse sau evaluarea punctelor de maxim și minim local.

Exemplul 2. În studiul probabilităților și statisticii, Khan Academy a oferit elevilor lecții video despre calculul probabilităților. De exemplu, în cadrul lecției despre probabilități, elevii au învățat cum să calculeze și să identifice numărul cazurilor favorabile și numărul cazurilor posibile, aplicând aceste cunoștințe pentru a rezolva probleme legate de probabilitatea evenimentelor într-un set de date real.

3.2. GeoGebra

Exemplul 1. Studiul graficelor funcțiilor a fost facilitat prin GeoGebra, unde elevii au creat și explorat parabole. Într-o activitate specifică, elevii au desenat o parabolă prin intermediul funcției $y = ax^2 + bx + c$ și au ajustat parametrii pentru a observa cum modificările coeficienților afectează deschiderea și poziția parabolei. Aceasta le-a permis să vizualizeze direct conceptul de “vârf” și “axa de simetrie”, învățând să deducă ecuația parabolei din graficul său.

Exemplul 2. Un alt exemplu de utilizare a GeoGebra în pregătirea pentru bacalaureat se referă la studiul funcțiilor polinomiale. Elevii au creat grafice pentru diverse funcții polinomiale, observând cum variază formele grafice în funcție de coeficienți și termeni. Au analizat funcții de gradul 2 și 3, și au explorat cum intersectează axele coordonatelor, determinând astfel rădăcinile funcțiilor.

Exemplul 3. Într-un proiect de geometrie, elevii au explorat teorema lui Pitagora și au aplicat-o pentru a rezolva probleme legate de triunghiuri dreptunghice. Folosind GeoGebra, au creat diferite tipuri de triunghiuri și au verificat vizual și matematic validitatea teoremei în cazuri variate. Această abordare vizuală a consolidat înțelegerea conceptelor geometrice și a îmbunătățit abilitățile de rezolvare a problemelor.

3.3. Desmos

Exemplul 1. Elevii au utilizat Desmos pentru a înțelege funcțiile exponențiale și logaritmice. Un exemplu a fost simularea creșterii bacteriene, unde elevii au folosit funcții exponențiale pentru a modela populația de bacterii în timp, comparând rezultatele cu datele reale. Aceasta le-a permis să exploreze concepte precum rata de creștere și timpul de dublare, și să vadă cum funcțiile matematice pot modela fenomene naturale.

Exemplul 2. Cu Desmos, elevii au explorat concepte avansate de calcul, cum ar fi derivarea și integrarea funcțiilor. Au folosit aplicația pentru a vizualiza graficele derivatelor și integratelor, observând cum acestea afectează funcția originală. De exemplu, pentru o funcție de gradul al doilea, elevii au generat grafice ale derivatelor și au analizat cum schimbările în derivată indică schimbările în concavitatea funcției.

3.4. Matific

Exemplul 1. Matific a fost folosit pentru a consolida cunoștințele de fracții prin jocuri interactive. De exemplu, într-un scenariu de joc, elevii trebuiau să rezolve o serie de probleme cu fracții pentru a ajuta un pescar să distribuie corect peștii într-un acvariu. Acest tip de activitate i-a ajutat pe elevi să înțeleagă mai bine conceptul de fracții prin aplicații practice și să-și dezvolte abilitățile de rezolvare a problemelor într-un mediu distractiv și non-stresant.

Exemplul 2. Într-un alt modul Matific, elevii au participat la o aventură virtuală în care au aplicat cunoștințele despre proporții și procente pentru a rezolva diverse provocări. De exemplu, au trebuit să calculeze discounturile la produse pentru a ajuta un personaj să economisească bani într-o serie de achiziții. Acest scenariu a transformat concepte abstracte precum procentele în situații cotidiene ușor de înțeles și de aplicat.

3.5. Wolfram Alpha

Exemplul 1. Wolfram Alpha a fost utilizat pentru rezolvarea sistemelor de ecuații liniare și neliniare. Elevii au introdus ecuații complexe în sistem, iar Wolfram Alpha le-a furnizat soluții detaliate pas cu pas. De exemplu, într-o problemă care implica două ecuații cu două necunoscute, elevii au putut vedea cum Wolfram Alpha a folosit metoda

substituției pentru a găsi soluția, explicând fiecare pas al procesului, ceea ce a consolidat înțelegerea lor asupra metodei.

Exemplu 2. În lecțiile despre limite și continuitate, Wolfram Alpha a fost un instrument esențial pentru verificarea și înțelegerea problemelor complexe. Elevii au introdus funcții pentru a calcula limitele acestora la un anumit punct sau la infinit, primind soluții detaliate care au inclus grafice și explicații despre comportamentul funcției în apropierea punctului de interes. Aceasta a oferit elevilor o înțelegere vizuală și conceptuală a conceptului de limită

4. Integrarea conceptului STEAM

Abordarea STEAM a fost integrată în utilizarea acestor softuri pentru a facilita o învățare interdisciplinară:

Exemplul 1. Un proiect a implicat crearea unui model de clădire folosind GeoGebra pentru a vizualiza și a calcula dimensiunile și structura. Elevii au fost provocați să proiecteze o clădire care să respecte anumite cerințe geometrice și structurale. Ei au folosit GeoGebra pentru a determina proporțiile, unghiurile și aria diferitelor părți ale clădirii, integrând concepte de geometrie avansată și vizualizare 3D.

Exemplul 2. Într-un alt proiect, elevii au creat proiecte de mobilier folosind GeoGebra pentru a calcula materialele necesare și a vizualiza modele 3D. Au desenat planuri de mobilier, au calculat volumul și suprafața necesară pentru fiecare piesă și au folosit aceste informații pentru a dezvolta prototipuri virtuale. Acest proiect a combinat matematica cu designul practic și a demonstrat aplicabilitatea geometriei în designul funcțional.

5. Impactul asupra performanțelor elevilor

Elevii care au utilizat frecvent softuri educaționale în pregătirea lor au înregistrat îmbunătățiri semnificative:

- **Performanță academică:** Rezultatele la simulările de bacalaureat au arătat o creștere medie de 20% la notele elevilor care au utilizat aceste softuri în mod regulat, comparativ cu cei care s-au bazat pe metodele tradiționale de învățare.

- **Înțelegerea conceptuală:** Elevii au demonstrat o înțelegere mai profundă a conceptelor matematice, în special în arii cum ar fi funcțiile și geometria. De exemplu, elevii au raportat că vizualizarea graficelor în GeoGebra a făcut ca transformările funcțiilor să fie mai intuitive și ușor de înțeles.

- **Creșterea motivației:** Elevii au fost mai motivați să învețe atunci când au utilizat softuri educaționale care combină elemente ludice cu învățarea. Jocuri precum Matific au transformat studiul matematicii într-o activitate mai plăcută și mai atractivă.

• **Dezvoltarea abilităților interdisciplinare:** Participarea la proiecte STEAM a dus la dezvoltarea abilităților interdisciplinare esențiale. Elevii au învățat cum să combine cunoștințele din matematică, știință, tehnologie, inginerie și artă pentru a rezolva probleme complexe. De exemplu, într-un proiect interdisciplinar, elevii au creat un plan de afaceri pentru un produs inovator, combinând abilități matematice pentru analiza costurilor și profiturilor, cunoștințe de tehnologie pentru dezvoltarea produsului și elemente de design artistic pentru prezentare. Această abordare a ajutat elevii să integreze concepte matematice în contexte reale și să dezvolte competențe de planificare și prezentare.

6. Feedback din partea elevilor

Elevii au raportat că softurile educaționale le-au oferit o modalitate mai flexibilă și mai interactivă de a învăța, permițându-le să studieze în ritmul lor și să exploreze conceptele care le prezentau dificultăți. De asemenea, elevii au apreciat integrarea artei și creativității în procesul de învățare, considerând că aceasta a făcut matematica mai relevantă și mai interesantă.

Concluzii

Implementarea softurilor educaționale și a conceptului STEAM în pregătirea pentru examenul de bacalaureat la matematică a demonstrat un impact pozitiv semnificativ asupra performanțelor elevilor și asupra dezvoltării competențelor esențiale. Exemplele de utilizare a softurilor precum GeoGebra, Desmos, Matific și Khan Academy, precum și proiectele interdisciplinare care combină matematică cu alte discipline, ilustrează cum aceste metode inovatoare pot transforma învățarea într-o experiență captivantă și relevantă.

Deși există provocări, precum accesul inegal la tehnologie și necesitatea formării continue a profesorilor, soluțiile propuse pot ajuta la depășirea acestor obstacole și la asigurarea unei implementări eficiente. Recomandările pentru extinderea accesului la resurse, promovarea colaborării și susținerea inovației sunt esențiale pentru maximizarea beneficiilor acestor metode educaționale.

În concluzie, integrarea softurilor educaționale și a abordărilor STEAM în curriculumul de matematică nu doar că pregătește elevii pentru examenul de bacalaureat, dar le oferă și abilități valoroase pentru viitor, contribuind astfel la dezvoltarea unei generații de elevi bine pregătiți pentru provocările și oportunitățile din lumea STEM.

Bibliografie

1. ALBULESCU, Ion, CATALANO, Horațiu. *e-Didactica. Procesul de instruire în mediul online*. București: DPH, 2021. 416 p. ISBN 978-606-048-366-3.

2. BOCOȘ, Mușata-Daciana. *Instruirea interactivă*. Iași: Polirom, 2013. 470 p. ISBN 978-973-46-3248-0.
3. CEOBANU, Ciprian, CUCOȘ, Constantin. *Educația digitală*. Iași: Polirom. 511 p. 978-973-46-8938-5.
4. HATTIE, John. *Învățarea vizibilă. Ghid pentru profesori*. București: Trei. 408 p. ISBN 978-606-719-058-8.
5. <https://www.desmos.com>
6. <https://www.khanacademy.org>
7. <https://www.matific.com/ro/ro/home>
8. <https://www.wolframalpha.com>
9. IONESCU, Miron, BOCOȘ Mușata. *Tratat de didactică modernă*. Pitești: Paralela, 45. 455 p. ISBN 978-973-47-2481-9.
10. SENGE, Peter. *Școli care învață. A cincea disciplină aplicată în educație*. București: Trei. 535 p. ISBN 978-606-719-495-1.

UDC: 378:514.7+004

APLICAȚII CU DREPTE ÎN SPAȚIUL EUCLIDIAN TRIDIMENSIONAL REZOLVATE ÎN MAPLE

Raluca Mihaela GEORGESCU, lector univ. dr.

<https://orcid.org/0000-0001-7917-3729>

e-mail: gemiral@yahoo.com

Universitatea Națională de Știință și Tehnologie Politehnica București,
Centrul Universitar Pitești

Rezumat. Se prezintă o metodă de abordare cu ajutorul mediului Maple a unor probleme de geometrie analitică referitoare la câteva aplicații cu drepte din spațiul euclidian tridimensional, probleme care rezolvate clasic presupun aplicarea aceleiași formule de mai multe ori și s-ar pierde foarte mult timp. Se prezintă mai întâi metoda de rezolvare clasică, urmărind aplicarea formulelor prezentate la cursurile de Geometrie analitică și computațională, apoi, aceleași probleme se rezolvă cu ajutorul mediului Maple, prezentându-se la final și reprezentarea grafică a soluției.

Termeni cheie: dreaptă, distanță, Maple.

APPLICATIONS WITH STRAIGHT LINES IN THREE-DIMENSIONAL EUCLIDIAN SPACE SOLVED IN MAPLE

Abstract. A method for approaching some analytical geometry problems with the help of the Maple environment, related to some applications with straight lines in the three-dimensional Euclidean space, problems that classically solved involve the application of the same formula several times and a lot of time would be lost is presented. First, the classical solution method is presented, using the application of the formulas presented in the Analytical and Computational Geometry courses, then, the same problems are solved with help of the Maple environment, presenting the graphic representation of the solution too.

Keywords: straight line, distance, Maple.

Introducere

În ultimii ani se pune accent din ce în ce mai mult pe folosirea calculatorului. S-a constatat că, pe de o parte, studenții înțeleg mult mai bine unele noțiuni dacă le văd și aplicate practic, iar pe de altă parte sunt mai atenți la oră dacă folosesc calculatorul.

În această lucrare ne propunem să prezentăm o metodă de abordare a unor probleme de geometrie analitică, probleme dezbătute în cadrul laboratorului de Geometrie analitică și computațională. Prezentăm rezolvări clasice de probleme (sau doar algoritmul de rezolvare), apoi realizăm reprezentarea soluției problemei cu ajutorul mediului Maple. Ne oprim numai asupra noțiunii de dreaptă în spațiul euclidian tridimensional, prezentând:

- determinarea ecuațiilor unei drepte când se cunosc două puncte;
- pozițiile relative a două drepte (paralele, confundate, perpendiculare, secante);
- coordonatele punctului de intersecție a două drepte secante;
- măsura unghiului dintre două drepte secante.

Printre competențele generale vizate amintim [3]:

- identificarea unor date și relații matematice și corelarea lor în funcție de contextul în care au fost definite;
- utilizarea algoritmilor și a conceptelor matematice pentru caracterizarea unei situații concrete.

Printre competențele specifice vizate prezentăm [3]:

- descrierea unor configurații geometrice analitic sau vectorial;
- exprimarea analitică a caracteristicilor matematice ale unei configurații geometrice.

Aplicații

Fie punctele $P_1(1,1,1)$, $P_2(4,-2,7)$, $P_3(5,5,1)$ și $P_4(6,4,3)$.

- Să se determine ecuațiile carteziene și parametrice scalare ale dreptelor ce se pot forma cu ajutorul celor 4 puncte;
- Să se stabilească pozițiile relative ale dreptelor ce se pot forma cu ajutorul celor 4 puncte (confundate, paralele, perpendiculare, secante);
- Să se determine coordonatele punctelor de intersecție dintre dreptele secante, precum și măsura unghiurilor dintre ele.

Rezolvare

Cele 4 puncte determină $C_4^2 = 6$ drepte, deci trebuie analizate 15 de perechi de drepte. Notăm cu d_{ij} dreapta ce trece prin punctele P_i și P_j . În Maple, definim cele 4 puncte folosind comanda $point(P,a,b,c)$, care, în cazul nostru este:

$point(P1,1,1,1), point(P2,4,-2,7), point(P3,5,5,1), point(P4,6,4,3)$

Apoi, construim cele 6 drepte cu ajutorul comenzii:

$for\ i\ to\ 3\ do\ for\ j\ from\ i+1\ to\ 4\ do\ line(d||i||j, [P||i, P||j])\ od\ od;$

- Se știe că ecuațiile carteziene ale dreptei care trece prin două puncte $P_1(x_1, y_1, z_1)$, $P_2(x_2, y_2, z_2)$ sunt $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1}$, echivalent cu $\frac{x-x_1}{l} = \frac{y-y_1}{m} = \frac{z-z_1}{n}$, iar cele parametrice scalare se obțin din cele carteziene egalând cele trei rapoarte cu t și determinând pe x , y și z în funcție de t . Astfel, ecuațiile parametrice scalare sunt $x=x_1+lt$, $y=y_1+mt$, $z=z_1+nt$. Reciproc, dacă se cunosc ecuațiile parametrice scalare, atunci se determină t din fiecare ecuație și se egalează cele trei rapoarte obținute, rezultând ecuațiile carteziene.

De exemplu, ecuațiile carteziene ale dreptei d_{12} , care conține punctele P_1 și P_2 sunt:

$$\frac{x-1}{4-1} = \frac{y-1}{-2-1} = \frac{z-1}{7-1} \Leftrightarrow \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{6},$$

iar cele parametrice scalare sunt $x=1+3t$, $y=1-3t$, $z=1+6t$.

Analog se determină ecuațiile pentru celelalte 5 drepte.

În Maple, ecuațiile dreptelor se determină parametric folosind comanda:

$for\ i\ to\ 3\ do\ for\ j\ from\ i+1\ to\ 4\ do$

print(Ecuatiile dreptei d||i||j sunt Equation(d||i||j)) od od;

Se obține rezultatul:

Ecuatiile dreptei d12 sunt [1+3t,1-3t,1+6t]

Ecuatiile dreptei d13 sunt [1+4t,1+4t,1]

Ecuatiile dreptei d14 sunt [1+5t,1+3t,1+2t]

Ecuatiile dreptei d23 sunt [4+t,-2+7t,7-6t]

Ecuatiile dreptei d24 sunt [4+2t,-2+6t,7-4t]

Ecuatiile dreptei d34 sunt [5+t,5-t,1+2t]

De aici deducem ecuațiile parametrice scalare ale dreptelor, de exemplu, pentru d_{12} citim:

$$x=1+3t, y=1-3t, z=1+6t,$$

și analog pentru celelalte drepte. Din aceste ecuații se pot deduce ecuațiile carteziene.

b) Dreptele d_{ij} și d_{kl} sunt paralele dacă vectorii lor directori sunt paraleli. Notăm cu $\vec{v}_{ij} = (m_1, n_1, p_1)$ vectorul director al dreptei d_{ij} și cu $\vec{v}_{kl} = (m_2, n_2, p_2)$ vectorul director al dreptei d_{kl} . Avem $d_{ij} \parallel d_{kl} \Leftrightarrow \vec{v}_{ij} \parallel \vec{v}_{kl} \Leftrightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{p_1}{p_2}$. Dacă în plus, orice punct de pe dreapta d_{ij} se află și pe dreapta d_{kl} , atunci cele două drepte sunt confundate. Dacă dreptele nu sunt nici paralele, nici confundate, atunci sunt secante. Mai putem verifica dacă dreptele d_{ij} și d_{kl} sunt perpendiculare, verificând dacă $\langle \vec{v}_{ij}, \vec{v}_{kl} \rangle = 0$.

De exemplu, vectorii directori ai dreptelor d_{12} și d_{13} , conform punctului a) sunt $\vec{v}_{12} = (3, -3, 6)$, respectiv $\vec{v}_{13} = (4, 4, 0)$. Se observă că $\frac{3}{4} \neq \frac{-3}{4}$, deci dreptele d_{12} și d_{13} nu sunt nici paralele, nici confundate, deci sunt secante. Pe de altă parte, $\langle \vec{v}_{12}, \vec{v}_{13} \rangle = 3 \cdot 4 + (-3) \cdot 4 + 6 \cdot 0 = 0$, deci d_{12} și d_{13} sunt perpendiculare.

Analog se verifică pentru toate celelalte 14 perechi de drepte.

În Maple programul care determină pozițiile tuturor dreptelor este:

```
for i to 3 do for j from i+1 to 4 do for k to 3 do for j from k+1 to 4 do
if ( i≠k or j<l ) then if (AreCollinear(P||i, P||j, P||k) and AreCollinear(P||i, P||j, P||l))
then print(Dreptele d||i||j si d||k||l sunt confundate) elif AreParallel (d||i||j ,d||k||l )
then print (Dreptele d||i||j si d||k||l sunt paralele) elif ArePerpendicular (d||i||j ,d||k||l )
then print (Dreptele d||i||j si d||k||l sunt perpendiculare)
else print (Dreptele d||i||j si d||k||l sunt secante) fi fi od od od od;
```

Se obține rezultatul:

Dreptele d12 si d13 sunt perpendiculare

Dreptele d12 si d14 sunt secante

Dreptele d12 si d23 sunt secante

Dreptele d12 si d24 sunt secante

Dreptele d12 si d34 sunt paralele

Dreptele d13 si d14 sunt secante

Dreptele d13 si d23 sunt secante

Dreptele d13 si d24 sunt secante

Dreptele d13 si d24 sunt perpendiculare

Dreptele d14 si d23 sunt secante

Dreptele d14 si d24 sunt secante

Dreptele d14 si d34 sunt secante

Dreptele d23 si d24 sunt secante

Dreptele d23 si d34 sunt secante

Dreptele d24 si d24 sunt secante

c) Pentru a determina coordonatele punctului de intersecție dintre dreptele d_{ij} și d_{kl} , dacă $i \neq k$ și $j \neq l$, atunci se rezolvă sistemul format de ecuațiile celor două drepte, altfel, $d_{ij} \cap d_{il} = P_i$ sau $d_{ij} \cap d_{kj} = P_j$. Măsura unghiului dintre dreptele d_{ij} și d_{kl} este egală cu măsura unghiului dintre vectorii lor directori. Dacă notăm cu α măsura unghiului dintre vectorii $\vec{v}_{ij}$ și $\vec{v}_{kl}$, atunci $\cos \alpha = \frac{\langle \vec{v}_{ij}, \vec{v}_{kl} \rangle}{\|\vec{v}_{ij}\| \cdot \|\vec{v}_{kl}\|}$. Astfel, $\alpha = \arccos \frac{\langle \vec{v}_{ij}, \vec{v}_{kl} \rangle}{\|\vec{v}_{ij}\| \cdot \|\vec{v}_{kl}\|}$. În Maple putem realiza un program care determină coordonatele punctelor de intersecție a tuturor perechilor de drepte, precum și măsura aproximativă a unghiurilor dintre ele.

Se obține rezultatul:

Punctul de intersecție dintre d12 si d13 are coordonatele A1213[1,1,1]

Măsura unghiului dintre cele doua drepte este de 90 grade

Punctul de intersecție dintre d12 si d14 are coordonatele A1213[1,1,1]

Măsura unghiului dintre cele doua drepte este 66 grade 35 minute 13 secunde

Punctul de intersecție dintre d12 si d23 are coordonatele A1223[4,-2,7]

Măsura unghiului dintre cele doua drepte este 37 grade 35 minute 21 secunde

Punctul de intersecție dintre d12 si d24 are coordonatele A1224[4,-2,7]

Măsura unghiului dintre cele doua drepte este 49 grade 6 minute 23 secunde

Punctul de intersecție dintre d13 si d14 are coordonatele A1314[1,1,1]

Măsura unghiului dintre cele doua drepte este 23 grade 24 minute 50 secunde

Punctul de intersecție dintre d13 si d23 are coordonatele A1323[5,5,1]

Măsura unghiului dintre cele doua drepte este 52 grade 24 minute 40 secunde

Punctul de intersecție dintre d13 si d24 are coordonatele A1324[7,7,1]

Măsura unghiului dintre cele doua drepte este 40 grade 53 minute 37 secunde

Punctul de intersecție dintre d13 si d34 are coordonatele A1334[5,5,1]

Măsura unghiului dintre cele doua drepte este de 90 grade

Punctul de intersecție dintre d14 si d23 are coordonatele A1423[19/4,13/4,5/2]

Măsura unghiului dintre cele doua drepte este 75 grade 49 minute 27 secunde

Punctul de intersecție dintre d14 si d24 are coordonatele A1424[6,4,3]

Măsura unghiului dintre cele două drepte este 64 grade 18 minute 23 secunde

Punctul de intersecție dintre d_{14} și d_{34} are coordonatele $A_{1434}[6,4,3]$

Măsura unghiului dintre cele două drepte este 66 grade 35 minute 13 secunde

Punctul de intersecție dintre d_{23} și d_{24} are coordonatele $A_{2324}[4,-2,7]$

Măsura unghiului dintre cele două drepte este 11 grade 31 minute 3 secunde

Punctul de intersecție dintre d_{23} și d_{34} are coordonatele $A_{2334}[5,5,1]$

Măsura unghiului dintre cele două drepte este 37 grade 35 minute 21 secunde

Punctul de intersecție dintre d_{24} și d_{34} are coordonatele $A_{2434}[6,4,3]$

Măsura unghiului dintre cele două drepte este 49 grade 6 minute 23 secunde

În final Maple ne ajută să reprezentăm grafic cele puncte (fig.1. a), și să construim cele 6 drepte (fig.1. b).

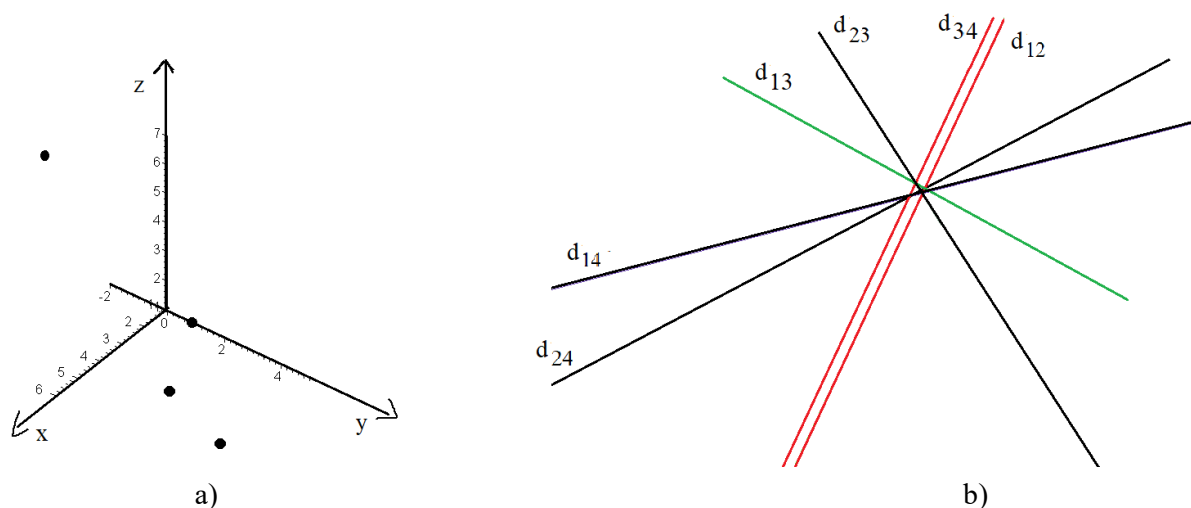


Figura 1. Reprezentarea grafică a punctelor și a dreptelor

Concluzii

Mediul de programare Maple din punctul de vedere al geometriei analitice și vectoriale, oferă, printre multe altele, o soluție rapidă pentru rezolvarea numerică a problemelor de geometrie analitică, dar mai ales permite reprezentarea figurilor geometrice în sistemul de axe de coordonate. Acest mediu de programare este flexibil și ușor de utilizat. Se constată că studenții învață destul de ușor să lucreze cu programul Maple și sunt mai activi la ore.

Bibliografie

1. GEORGESCU, Raluca Mihaela. Determinarea pozițiilor relative a mai multor drepte în plan cu ajutorul mediului Maple. În: *MATINF Publicație bianuală de matematică și informatică pentru elevi și profesori*. Pitești, 2018. ISSN 2601-9426.
2. PĂLTINEANU, Gavriil, DONESCU, Ștefania, ZAMFIR Mariana. *Geometrie analitică și diferențială*. Ed. Conspress, 2011. ISBN 978-973-100-147-0.
3. Source: www.edu.ro

UDC: 37:004.42

INTERDISCIPLINARITATEA – ELEMENT CHEIE ÎN FORMAREA COMPETENȚELOR DE PROGRAMARE

Angela GLOBALA, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-2653-0320>

email: globa.angela@upsc.md

Diana BAGRIN, doctorandă

<https://orcid.org/0009-0009-9135-0842>

email: dianabagrin9777@gmail.com

Universitatea Pedagogică de Stat "Ion Creangă" din Chișinău

Rezumat. Integrarea în procesul didactic a conceptului de interdisciplinaritate (matematică și informatică) contribuie esențial la îmbunătățirea abilităților de rezolvare a problemelor prin aplicarea teoriilor și modelelor matematice la rezolvarea problemelor informatice. Simbioza dintre matematică și informatică stimulează inovația, deoarece metodele matematice sunt adesea utilizate pentru a optimiza algoritmi și a îmbunătăți designul software-ului, conducând la soluții tehnologice mai eficiente și robuste. Acest articol analizează rolul noțiunilor matematice din teoria mulțimilor la rezolvarea problemelor de informatică. Sunt prezentați algoritmi de bază necesari pentru a înțelege tipul de date mulțime și modul în care aceste concepte pot contribui la eficientizarea și claritatea soluțiilor informatice.

Cuvinte cheie: interdisciplinaritate, mulțime, operații cu mulțimi, tipuri de date structurate, tipul mulțime, analiza algoritmilor.

INTERDISCIPLINARITY – KEY ELEMENT IN FORMING PROGRAMMING SKILLS

Abstract. Interdisciplinarity between mathematics and computer science enhances problem-solving capabilities by applying mathematical theories and models to computational problems and algorithms. Collaboration between mathematics and computer science fosters innovation, as mathematical methods are often used to optimize algorithms and improve software design, leading to more effective and robust technological solutions. This article examines the role of mathematical concepts from set theory in solving computer science problems. It presents the basic algorithms needed to understand the data type "set" and how these concepts can contribute to the efficiency and clarity of computational solutions.

Keywords: interdisciplinarity, set, set operations, structured data types, set type, algorithm analysis.

Introducere

Din punct de vedere istoric, informatica ca știință s-a dezvoltat din matematică. Etimologic, termenul informatică a fost constituit prin îmbinarea cuvintelor informație și matematică, deși, alte surse menționează combinația informație + automatică. Analizând seria de cărți „Arta programării calculatoarelor” [1] dedicată analizei algoritmilor putem afirma că, matematica face parte din informatică în proporții mari, iar importanța acesteia pentru studierea informaticii este incontestabilă. Experiența în predarea informaticii indică că, elevii cu o pregătire matematică solidă tind să exceleze în soluționarea

problemelor informatice. În această ordine de idei, conceptele matematice constituie fundamentul pentru numeroase principii/ legități/soluții informatice.

În acest articol ne vom referi la importanța teoriei mulțimilor pentru studierea tipurilor de date structurate, în special, tipul mulțime. Beneficiul cunoștințelor matematice din teoria mulțimilor se resimte imediat în procesul rezolvării problemelor care includ noțiunile de: reuniune, intersecție, diferența mulțimilor, produs cartezian al mulțimilor, proprietățile operațiilor cu mulțimi etc. Un factor esențial în acest sens este *Cum elevii vor evidenția și aplica aceste noțiuni la rezolvarea problemelor din viața reală?*

Studierea noțiunilor din teoria mulțimilor în ciclul gimnazial și liceal

Este cunoscut că, elevii se familiarizează cu noțiunea de mulțime începând cu clasele primare (de exemplu, ei sunt obișnuiți cu expresii: „în mulțimea de oameni”, „avea o mulțime de obiecte” etc.), iar în clasa a V-a se introduce prima definiție a mulțimii [2]: „Mulțimea este o totalitate de obiecte bine determinate și distincte, numite elementele mulțimii”. De asemenea, tot în clasa a V-a elevii învață:

- noțiunea de apartenență unei mulțimi și notațiile respective: „Elementul a aparține mulțimii A se notează $a \in A$, iar notația $b \notin A$ înseamnă că b nu aparține mulțimii A ”;
- notațiile pentru mulțimi prin utilizarea literelor mari ale alfabetului latin;
- cardinalul mulțimii, care indică numărul de elemente a unei mulțimi;
- noțiune de mulțime vidă și notația acesteia ($\emptyset$);
- modurile de reprezentare a unei mulțimi: „prin enumerarea elementelor acesteia, prin descriere verbală, printr-o diagramă Venn-Euler, prin enunțarea proprietății caracteristice a elementelor ei”;
- mulțimea numerelor naturale și notația acesteia: N .

În clasa a VI-a [3], elevii se familiarizează cu:

- mulțimea numerelor întregi și notația – Z ;
- mulțimea numerelor raționale și notația – Q ;
- relațiile dintre mulțimi și notații: mulțimi egale ($A=B$), mulțimi diferite ($A \neq B$), submulțimile unei mulțimi ($A \subset B$);
- operații cu mulțimi (inclusiv, reprezentarea operațiilor prin diagramele Venn-Euler): „Reuniunea mulțimilor A și B este o nouă mulțime $A \cup B$ ce conține elementele care aparțin cel puțin uneia dintre mulțimile A sau B ”; „Intersecția mulțimilor A și B este o nouă mulțime $A \cap B$ ce conține elementele comune ale mulțimilor A și B ”; „Diferența mulțimilor A și B este o nouă mulțime $A \setminus B$ care este alcătuită din toate elementele ce aparțin mulțimii A și nu aparțin mulțimii B ”.

Din clasa a VII-a [4] elevii pot opera cu:

- mulțimea numerelor iraționale – I ;

- mulțimea numerelor reale – R ;
- operații de calculare a cardinalului mulțimii, de exemplu: $\text{card } A \cup B = \text{card } A + \text{card } B - \text{card } A \cap B$, $\text{card } A \times B = \text{card } A \cdot \text{card } B$;
- „Produsul cartezian a două mulțimi este mulțimea tuturor perechilor ordonate care au pe primul loc un element al primei mulțimi, iar pe locul al doilea – un element al mulțimii a doua. Produsul cartezian al mulțimilor A și B se notează $A \times B$. Prin urmare, $A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}$ ”.

În clasele a VIII-a și a IX-a sunt recapitulări și completări referitor la mulțimea numerelor reale [5,6].

În clasa a X-a [7] se introduce:

- relația de incluziune ($A \subseteq B$);
- „Mulțimea submulțimilor mulțimii A se numește *booleanul mulțimii* A și se notează cu $B(A)$ ”;
- în modulul 4 (cl. X) se demonstrează teorema: „Dacă mulțimea A conține n elemente ($n \in \mathbb{N}$), atunci mulțimea $B(A)$ conține 2^n elemente ($\text{card } B(A) = 2^n$)”;
- proprietățile operațiilor cu mulțimi (fig.1).

Teorema 2. Pentru orice mulțimi A, B, C , avem:

1° $A \cup B = B \cup A$;	1°' $A \cap B = B \cap A$;
2° $A \cup A = A$;	2°' $A \cap A = A$;
3° $A \cup \emptyset = A$;	3°' $A \cap \emptyset = \emptyset$;
4° $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;	4°' $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;
5° $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;	5°' $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
6° $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$.	6°' $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$.

Figura 1. Proprietăți ale operațiilor cu mulțimi [7, pag.16]

Studierea tipurilor de date structurate. Tipul mulțime

Conform Curriculumului liceal la Informatică [8], pentru studiarea tipurilor de date structurate în clasa a XI-a se alocă 10 ore, dintre care pentru studiarea tipului mulțime – 2 ore. În opinia autorilor, acest număr de ore este insuficient, însă printr-o abordare didactică corectă acest lucru poate fi parțial remediat.

Cum am menționat în cercetările anterioare [9,10], rezolvarea unei probleme formulate în limbaj natural implică, în primul rând, crearea modelului matematic, care conduce, nemijlocit, la definirea datelor de intrare/ieșire și a tipurilor de date intermediare.

Ținând cont de cele menționate mai sus, primul lucru pe care elevii trebuie să-l clarifice la rezolvarea unei probleme este: *cum identifică că vor lucra cu mulțimi*. Răspuns la această întrebare este analiza definiției mulțimii: *mulțimea este o totalitate de obiecte distincte*.

O altă problemă de clarificat ar fi: *cum este definit tipul mulțime într-un limbaj de programare*. Astfel, pentru cei care utilizează limbajul Pascal, tipul mulțime (set) este un tip de date predefinit, unde sunt incluse: declarația tipului set (tipul elementelor trebuie să fie ordinal), operațiile asupra mulțimilor (reuniunea, intersecția, diferența), operatorul in. În Pascal nu avem instrucțiuni de citire și afișare a elementelor unei mulțimi. Aceste sarcini sunt lăsate pe seama programatorului. În limbajul C++ reprezentarea mulțimilor se realizează cu ajutorul tablourilor unidimensionale. Elementele mulțimii pot aparține tipurilor ordinale de date: `int`, `bool`, `char`, `enum`. În acest caz, operațiile cu mulțimi, apartenența la o mulțime, citirea și afișarea elementelor mulțimii sunt sarcini puse pe umerii elevului. În limbajul Java interfața *Set* permite o modelare a noțiunii de mulțime în sens matematic, unde structura de date de tip mulțime nu acceptă repetări de elemente și doar declară metodele moștenite din interfața *Collection* care include, în linii mari: returnarea numărului de elemente a mulțimii; verifică apartenența elementului la o mulțime; returnarea unui tablou care conține elementele mulțimii; adăugarea/eliminarea unui element la/dintr-o mulțime; adăugarea/ștergerea unei submulțimi la/dintr-o mulțime; operații specifice mulțimilor etc.

Analizând manualul de Informatică pentru clasa a X-a [11], pentru o înțelegere profundă a tipului de date mulțime este recomandată studierea algoritmilor de mai jos.

Algoritmul 1. Validarea mulțimii

Pentru a verifica dacă un vector reprezintă o mulțime, trebuie să verificăm dacă există sau nu două elemente egale între ele. În caz afirmativ, vectorul nu este o mulțime.

Algoritm	Programul în limbajul C++ ce implementează acest algoritm
- Declarații și inițializări: <code>v[101], n, i, j, ok = 1.</code> - Citirea numărului de elemente <code>n</code>. - Citirea elementelor vectorului. - Verificarea elementelor duplicate: - Două bucle imbricate pentru a compara fiecare element cu toate celelalte elemente din vector. - Dacă se găsește un element duplicat (<code>v[i] == v[j]</code>), se setează <code>ok</code> cu 0 și are loc ieșirea din ciclu. - Afișarea rezultatului: - Dacă <code>ok</code> rămâne 1, rezultă că nu s-au găsit elemente duplicate și vectorul este o mulțime. - Dacă <code>ok</code> este 0, rezultă că s-au găsit elemente duplicate și vectorul nu este o mulțime.	<pre>#include <iostream> using namespace std; int main(){ unsigned v[101],n,i,j,ok=1; cin>>n; for(i=1;i<=n;++i) cin>>v[i]; for(i=1;i<=n-1&&ok==1;++i) for(j=i+1;j<=n&&ok==1;++j) if(v[i]==v[j])ok=0; if(ok==1) cout<<"Vectorul este o multime."; else cout<<"Vectorul nu este o multime."; return 0;}</pre>

Algoritmul 2. Reuniunea mulțimilor

Pentru a realiza reuniunea a două mulțimi, implementate cu ajutorul a doi vectori, vom construi un al treilea vector în care, mai întâi, includem toate elementele primului vector, apoi le adăugăm pe cele care fac parte din al doilea vector, dar nu sunt elemente ale primului vector. Algoritmii pentru intersecția și diferența mulțimilor sunt similari.

Algoritm	Programul în limbajul C++ ce implementează acest algoritm
1. Declarații și inițializări: $a[101]$, $b[101]$, $c[202]$, n, m, k, i, j, ok; 2. Se citește numărul de elemente n a primei mulțimi și se stochează elementele în vectorul $a[]$. 3. Se citește numărul de elemente m a mulțimii a doua și se stochează elementele în vectorul $b[]$. 4. Copierea elementelor din primul vector (mulțimea a) în vectorul reuniunii $c[]$. 5. Adăugarea elementelor din al doilea vector (mulțimea b) în vectorul reuniunii: - Pentru fiecare element din b se verifică dacă există deja în a; - Dacă elementul nu există în a (ok rămâne 1), atunci acesta este adăugat în c. 6. Se afișează toate elementele din vectorul c, care reprezintă reuniunea mulțimilor a și b.	<pre>#include <iostream> using namespace std; int main(){ unsigned a[101],b[101],c[202]; int n,m,k,i,j,ok; cin>>n;k=n; for(i=1;i<=n;++i)cin>>a[i]; cin>>m; for(i=1;i<=m;++i)cin>>b[i]; for(i=1;i<=n;++i)c[i]=a[i]; for(i=1;i<=m;++i) { ok=1; for(j=1;j<=n&&ok==1;++j) if(a[j]==b[i])ok=0; if(ok==1)c[++k]=b[i]; } for(i=1;i<=k;++i)cout<<c[i]<<" "; return 0; }</pre>

Algoritmul 3. Produsul cartezian

Algoritm	Programul în limbajul C++ ce implementează acest algoritm
1. Citirea datelor de intrare: - Datele de intrare se citesc din fișierul <i>multimi.in</i>. - Se citesc două valori n și m, care reprezintă dimensiunile celor două mulțimi reprezentate prin vectorii $a[]$ și $b[]$. - Se citesc elementele celor două mulțimi $a[]$ și $b[]$, fiecare cu n respectiv m elemente. 2. Generarea produsului cartezian: - Se parcurg cele două mulțimi $a[]$ și $b[]$ folosind două bucle <i>for</i> imbricate. - Pentru fiecare pereche de elemente ($a[i]$, $b[j]$), unde i ia valori de la 1 la n și j ia valori de la 1 la m, se generează și afișează perechea respectivă.	<pre>#include<iostream> #include<fstream> using namespace std; ifstream fin("multimi.in"); int main(){ int a[10],b[10],i,j,m,n; fin>>n>>m; for(i=1;i<=n;i++) fin>>a[i]; for(j=1;j<=m;j++) fin>>b[j]; for(i=1;i<=n;i++) for(j=1;j<=m;j++) cout<<"("<<a[i]<<" "<<b[j]<<"") "; fin.close(); return 0; }</pre>

Pentru o înțelegere mai calitativă a noțiunii de produs cartezian se recomandă construirea manuală a produsului cartezian a două mulțimi. Astfel, poate fi extinsă calcularea produsului cartezian pentru n mulțimi. De exemplu, pentru $A=\{a,b,c\}$ și

$B=\{3,2\}$ obținem: $A \times B = \{(a,3), (a,2), (b,3), (b,2), (c,3), (c,2)\}$. Rezolvarea unui astfel de exemplu permite de a clarifica, simplu, care este cardinalul mulțimii $A \times B$.

Rezolvarea problemelor prin aplicarea tipul de date mulțime

Problemă. La începutul anului școlar elevii clasei a X-a au avut oportunitatea de a se înscrie la două cluburi: Clubul de Matematică și Clubul de Robotică. Astfel, unii elevi, mai harnici, sau înscriși la ambele cluburi, alții doar la un club, iar, cei leneși – la niciun club. Se știe că în clasa a X-a învață p elevi.

Determinați și afișați:

- elevii care s-au înscriși la ambele cluburi;
- elevii care s-au înscriși la cel puțin un club;
- elevii care s-au înscriși doar la un club;
- elevii care nu s-au înscriși la nici unul din cluburi;
- numărul elevilor care nu s-au înscriși la nici unul din cluburi.

Rezolvare:

Este esențial ca elevii să-și dea seama că „elevii din clasa a X-a formează o mulțime c cu elemente de la 1 la p ”. De asemenea, membrii Clubului de Matematică și membrii Clubului de Robotică „sunt mulțimile a și b formate din elemente de la 1 la p ”. Algoritmul se bazează pe aplicarea operațiilor asupra mulțimilor: intersecția (sarcina a), reuniunea (sarcina b), diferența și diferența simetrică (sarcinile c și d).

Algoritmul problemei	Programul în limbajul C++ ce implementează acest algoritm
- Citirea datelor: - Se citesc din fișier două valori: n și m, care reprezintă numărul de elevi din Clubul de Matematică și Clubul de Robotică. - Se citesc două mulțimi implementate prin vectorii $a[]$ și $b[]$, care conțin numerele de ordine ale elevilor din Clubul de Matematică, respectiv Clubul de Robotică. - pentru claritate, se pot afișa elevii din fiecare club: - Se afișează elevii din Clubul de Matematică prin parcurgerea și afișarea elementelor vectorului $a[]$. - Se afișează elevii din Clubul de Robotică prin parcurgerea și afișarea elementelor vectorului $b[]$. - Generarea și afișarea mulțimii elevilor din clasa a X-a: - Se generează și se afișează mulțimea $c[]$, care conține toți elevii din clasă numerotați de la 1 la p.	<pre>ifstream fin("date.in"); int a[100],b[100],c[100],d[100],q[100],h[100],x[100]; int i,j,m,n,ok,p, w=0,g=0,t=0,z=0,k=0; fin>>n>>m; for(i=1; i<=n; i++) fin>>a[i]; for(j=1; j<=m; j++) fin>>b[j]; cout<<"Elevii din Clubul de Matematica:" <<endl; for(i=1; i<=n; i++) cout<<a[i]<<" "; cout<<endl; cout<<"Elevii din clubul de Robotica:" <<endl; for(j=1; j<=m; j++) cout<<b[j]<<" "; fin.close(); cout<<endl; cout<<"Introdu numarul elevilor din clasa a X-a:"<<endl; cin>>p; cout<<"Toti elevii din clasa:"<<endl; for(int i=1; i<=p; i++) { c[++k]=i; cout<<c[i]<<" "; } cout<<endl;</pre>

4. Identificarea elevilor care participă la ambele cluburi (Intersecția): - Se calculează intersecția dintre $a[]$ și $b[]$, adică se identifică elevii care sunt prezenți în ambele cluburi. Aceștia sunt stocați în vectorul $d[]$. - Se parcurg ambele mulțimi și se compară elementele. Dacă un elev din $a[]$ se găsește și în $b[]$, acesta este adăugat în $d[]$. - Se afișează elevii din $d[]$.	<pre>cout<<"a) Elevii ce participa la ambele cluburi:"<<endl; for(i=1; i<=n; ++i){ ok=0; for(j=1; j<=m&&ok==0; ++j) if(a[i]==b[j])ok=1; if(ok==1)d[++w]=a[i]; } for(i=1; i<=w; ++i)cout<<d[i]<<" "; cout<<endl;</pre>
5. Identificarea elevilor care participă la cel puțin un club (Reuniunea): - Se calculează reuniunea dintre $a[]$ și $b[]$, adică se identifică elevii care sunt prezenți în cel puțin unul din cluburi. Aceștia sunt stocați în $q[]$. - Se inițializează $q[]$ cu elementele din $a[]$. - Se adaugă în $q[]$ elementele din $b[]$ care nu se găsesc în $a[]$. - Se afișează elevii din $q[]$.	<pre>cout<<"b) Elevii ce participă la cel puțin un club:"<<endl; g=n; for(i=1; i<=n; ++i)q[i]=a[i]; for(i=1; i<=m; ++i){ ok=1; for(j=1; j<=n&&ok==1; ++j) if(a[j]==b[i])ok=0; if(ok==1)q[++g]=b[i]; } for(i=1; i<=g; ++i)cout<<q[i]<<" "; cout<<endl;</pre>
6. Identificarea elevilor care participă doar la un singur club (Diferența simetrică): - Se identifică elevii care sunt prezenți doar într-un singur club, adică sunt în reuniunea $q[]$, dar nu și în intersecția $d[]$. Aceștia sunt stocați în $h[]$. - Se parcurge reuniunea $q[]$, iar pentru fiecare elev se verifică dacă nu se află în intersecția $d[]$. Dacă nu se află, se adaugă în $h[]$. - Se afișează elevii din $h[]$.	<pre>cout<<"c) Elevii care participă doar la un club:"<<endl; for(int i=1; i<=g; i++) { ok=1; for(j=1; j<=w && ok==1; j++) if(q[i]==d[j]) ok=0; if(ok==1) h[++t]=q[i]; } for(int i=1; i<=t; ++i) cout<<h[i]<<" "; cout<<endl;</pre>
7. Identificarea elevilor care nu participă nici la un club: - Se identifică elevii din clasa completă $c[]$ care nu sunt prezenți în reuniunea $q[]$. Aceștia sunt stocați în $x[]$. - Se parcurge mulțimea completă $c[]$, iar pentru fiecare elev se verifică dacă nu se află în $q[]$. Dacă nu se află, se adaugă în $x[]$. - Se afișează elevii din $x[]$.	<pre>cout<<"d) Elevii ce nu practica scprtul"<<endl; for(i=1; i<=k; ++i){ ok=1; for(j=1; j<=g && ok==1; ++j) if(c[i]==q[j])ok=0; if(ok==1)x[++z]=c[i]; } for(i=1; i<=z; ++i)cout<<x[i]<<" "; cout<<endl;</pre>
8. Calcularea numărului de elevi care nu participă la nici unul din cluburi: - Se afișează numărul z, care reprezintă numărul de elemente a mulțimii $x[]$.	<pre>cout<<"e) numrul elevilor ce nu s-au inscris la nici un club:"<<endl; cout<<z<<endl;</pre>

În concluzie, un factor important în formarea competențelor de programare este simbioza dintre matematică și informatică. Din analiza curriculum-urilor atât la disciplina Matematica cât și la disciplina Informatica se poate spune că, noțiunile matematice necesare pentru studierea tipului de date mulțime la Informatică sunt introduse

consecvent și sunt suficiente pentru studierea acestui tip de date structurat și aplicarea acestuia la rezolvarea problemelor. Astfel, actualizarea cunoștințelor matematice din clasa a X-a referitor la elemente din teoria mulțimilor ar fi un catalizator esențial. O latură nu mai puțin importantă este ca profesorul de informatică să poată face legătura dintre aceste două obiecte înrudite Matematică și Informatică implementând corect conceptul de interdisciplinaritate și contribuind la formarea unei generații de tineri competitivi, care să se poată integra într-o societate în continuă schimbare.

Bibliografie

1. KNUTH, D. *Arta programării calculatoarelor*. V. 1, 2, 3. București: Teora, 1999.
2. ACHIRI, I., BRAICOV, I., ȘPUNTECO, O., URSU, L. *Matematică. Manual pentru clasa a V-a*. Chișinău: Prut Internațional, 2020. 228 p. ISBN 978-9975-54-513-6.
3. ACHIRI, I., BRAICOV, I., ȘPUNTECO, O. *Matematică. Manual pentru clasa a VI-a*. Chișinău: Prut Internațional, 2020. 224 p. ISBN 978-9975-54-517-4.
4. ACHIRI I., BRAICOV I., ȘPUNTECO O. *Matematică. Manual pentru clasa a VII-a*. Chișinău: Prut Internațional, 2023. 184 p. ISBN 978-9975-54-734-5.
5. ACHIRI, I., BRAICOV, I., ȘPUNTECO, O. *Matematică. Manual pentru clasa a VIII-a*. Chișinău: Prut Internațional, 2023. 176 p. ISBN 978-9975-54-729-1.
6. ACHIRI, I., BRAICOV, I., ȘPUNTECO, O. *Matematică. Manual pentru clasa a IX-a*. Chișinău: Prut Internațional, 2016. 228 p. ISBN 978-9975-54-255-5.
7. ACHIRI, I., EFROS, P., GARIT, V., PRODAN N. *Matematică. Manual pentru clasa a X-a*. Chișinău: Prut Internațional, 2012. 282 p. ISBN 978-9975-54-043-8.
8. Curriculum National. *Aria curriculară Tehnologii. Disciplina Informatică*, cl. X-XII. Online: https://mecc.gov.md/sites/default/files/informatica_curriculum_liceu_rom.pdf
9. GLOBALA, A., BAGRIN, D. Mărirea dimensiunii aplicative a conținuturilor educaționale – catalizator al motivației pentru învățare. În: *Acta et Commentationes, Științe ale Educației. Revistă științifică* Nr.2(32), 2023. Chișinău: Universitatea de Stat din Tiraspol, 2023. ISSN 1857-0623, E-ISSN 2587-3636. p.115-125.
10. BAGRIN, D., GLOBALA, A. Dezvoltarea competențelor digitale ale elevilor prin abordare transdisciplinară. În: *Proceedings of The Third International Scientific Conference „Inter /transdisciplinary approaches in the teaching of the real sciences, (STEAM concept) ” dedicated to the 85th birthday of Professor Ilie Lupu*. Chisinau, Republic of Moldova, October 27 – 28, 2023. p. 212-217.
11. GREMALSCHI, A., MOCANU, IU., GREMALSCHI, L. *Informatică: Manual pentru clasa a XI-a*. Chișinău: Știința, 2020. 224 p. ISBN 978-9975-85-246-3.

UDC: 37:004.42

LITERAȚIA VIS-A-VIS DE COMPETENȚA DE REZOLVARE A PROBLEMELOR

Angela GLOBALA, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-2653-0320>

e-mail: globa.angela@upsc.md

Ala GASNAȘ, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-7174-7027>

e-mail: gasnas.ala@upsc.md

Universitatea Pedagogică de Stat "Ion Creangă" din Chișinău

Rezumat. În articol se analizează dependența dintre formarea și dezvoltarea competenței de literație a instruiților în raport cu formarea/dezvoltarea competenței de rezolvare a problemelor și competenței de programare. De asemenea, este elucidată importanța abilității cadrului didactic de formulare corectă a unei probleme și impactul asupra literației și procesului de formare a competenței de rezolvare a problemelor la instruiți. Sunt evidențiate efectele pozitive ale literației și impactul literației asupra cogniției.

Cuvinte cheie: literație, competența de rezolvare a problemelor, învățarea pe tot parcursul vieții, programare, performanțe academice, strategii de literație, analfabetismul funcțional.

LITERACY IN RELATION TO PROBLEM-SOLVING COMPETENCE

Abstract. In the article is analyzed the relationship between the formation and development of literacy competence in trainees and the development of problem-solving and programming competencies. Additionally is elucidated, the importance of the educator's ability to correctly formulate a problem and its impact on literacy and the process of developing problem-solving skills in trainees. The positive effects of literacy and its impact on cognition are highlighted.

Keywords: literacy, problem-solving competence, lifelong learning, programming, academic achievement, literacy strategies, functional illiteracy.

Introducere

Azi în sistemul educațional tot mai frecvent se discută despre analfabetismul funcțional – o noțiune des legată de rezultatele testelor PISA [1], care vorbește despre competențele elevilor de a înțelege, percepe, analiza și interpreta un text, indiferent de domeniul din care provine acest text. Nu vom diminua în nici un caz valoarea cunoștințelor acumulate, dar ne vom axa în special pe faptul cum aplicăm aceste cunoștințe pentru soluționarea problemelor cotidiene.

Este evident că o problemă, inițial se formulează într-un limbaj uman, apoi se trece la rezolvarea acesteia. În acest caz, soluționarea problemei depinde de doi subiecți: I – cel care formulează problema (de exemplu, cadrul didactic, managerul unei întreprinderi etc.); II – cel care rezolvă problema (elev, student, angajat etc.). Astfel, cel de-al doilea subiect este în dependență directă de primul, fiind limitat sau favorizat de abilitatea de formulare a problemei de către primul subiect. În concluzie, rezolvarea problemei depinde: în primul

rând, de competența de literație a subiectului II; în al doilea rând de competențele specifice necesare pentru soluționarea problemei (cunoștințe în domeniu, abilități etc.).

Așa dar, un individ care întâmpină greutăți în înțelegerea/perceperea unui text (text literar, chestionar, problemă din viața cotidiană, problemă specifică unei discipline de studiu etc.) fie nu va reuși să se integreze armonios în societate, fie nu va reuși să-și formeze un alt set de competențe (specifice unei discipline de studiu, profesionale etc.). Mai mult, competențele de literație slabe la un individ poate avea consecințe și mai grave: eșec academic, eșec profesional, riscuri de manipulare și fraudare, incapacitatea de a duce o viață normală etc. Din acest motiv, literația ar trebui să fie un element central în educația fiecărei persoane, în special în desfășurarea procesului de predare-învățare-evaluare.

Conceptul de literație

Inițial, noțiunea de literație era cel mai des asociată, în cel mai îngust sens, cu abilitățile de a scrie și a citi [2]. Ulterior, s-au adăugat abilitățile de a înțelege și interpreta un text, fiind mai mult asociată cu învățarea limbilor. Apoi, literația a fost completată cu abilități de selectare, utilizare a informațiilor din text în alte contexte, cât și formarea de alte texte, opinii, concluzii, obiective.

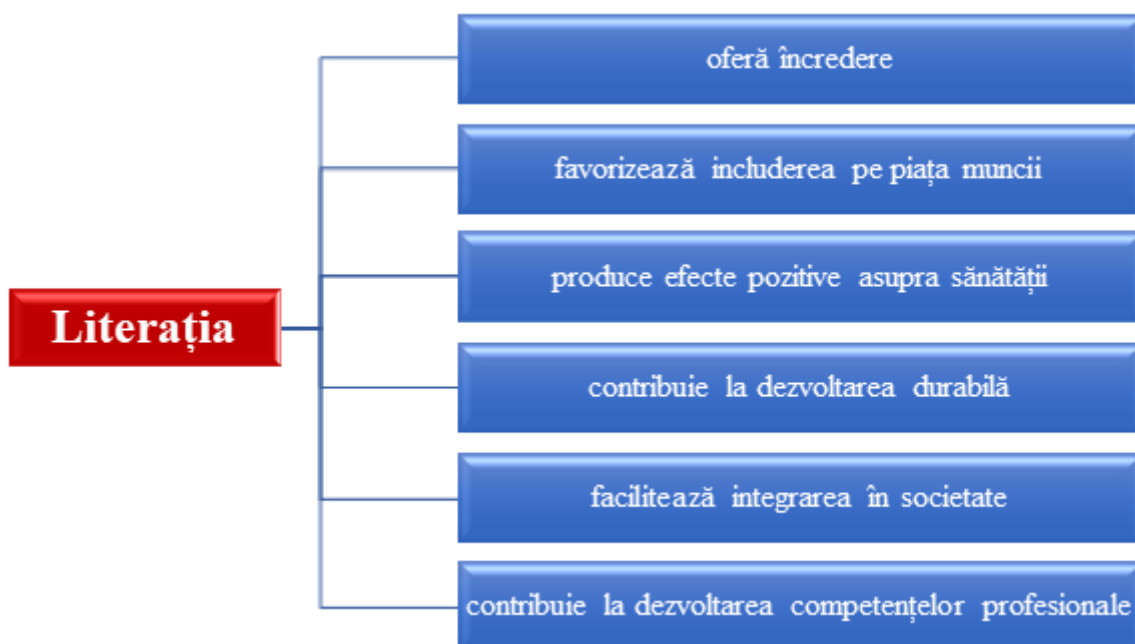


Figura 1. Efectele pozitive ale literației asupra individului

Există mai multe definiții ale literației. UNESCO definește literația ca un mijloc de identificare, înțelegere, interpretare, creație și comunicare într-o lume tot mai digitală, mediată, complexă de informații și într-o schimbare continuă. Literația face parte dintr-un set mai larg de competențe, care includ competențe digitale, alfabetizarea media, educație pentru dezvoltare durabilă și cetățenie digitală, precum și competențe specifice locului de

muncă. Abilitățile de literație se extind și evoluează pe măsură ce oamenii interacționează tot mai mult cu noi informații pentru învățare prin intermediul tehnologiilor digitale [3].

Programul pentru Evaluarea Internațională a Competențelor Adulților (Program for the International Assessment of Adult Competencies (PIAAC)) definește literația ca abilitatea de a înțelege, evalua, utiliza și integra texte scrise în vederea participării în societate, realizării propriilor obiective și dezvoltării cunoștințelor și potențialului personal. Aceasta include capacități precum cititul, scrierea, calculul și competențele digitale necesare pentru a funcționa eficient în diverse contexte sociale și profesionale [4]. Astfel ținând cont de definiția literației pot fi scoase în evidență cele mai benefice efecte ale literației (figura 1).

Analizând definiția de literație, se pot evidenția trei mari etape prin care trece un individ în procesul de cunoaștere facilitat de competența de literație [5] (figura 2). Prima etapă este cea a *învățării* conștiente sau automate. Această etapă este caracterizată de acumularea de cunoștințe și integrarea parțială a acestora în procesul de învățare sau în viața cotidiană. De asemenea, el poate rezolva probleme standard sau care, într-un mod simplu, se reduc la probleme standard. La această etapă vorbim mai mult de cantitatea de informații și mai puțin de calitatea acestora. A doua etapă este cea în care individul *învață să învețe*. La etapa dată, individul aplică cunoștințele acumulate pentru a învăța și descopere noțiuni noi. Integrarea cunoștințelor este mult mai complexă, iar individul poate face concluzii, trasa obiective și rezolva probleme nestandarde. Nu tindem să negăm importanța acumulării de cunoștințe, dar formarea competenței de a învăța să înveți, care este una dintre competențele-cheie stabilite de Uniunea Europeană, rămâne a fi o prioritate pentru toate nivelurile de școlarizare și care este măsurabilă la finele școlarizării.

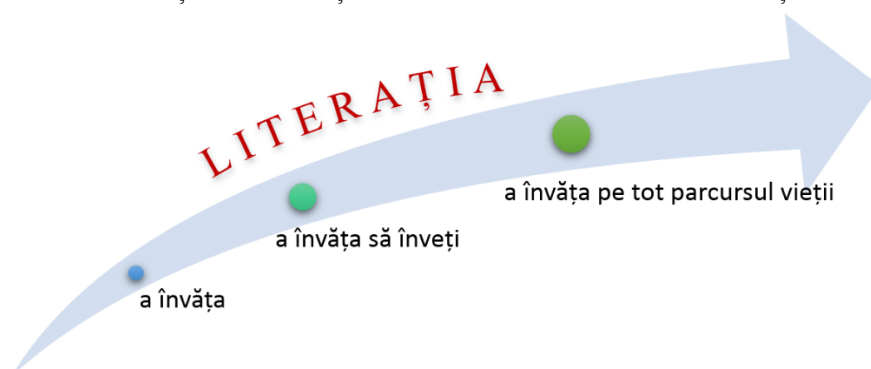


Figura 2. Impactul literației asupra cogniției

Etapa a treia – *a învăța pe tot parcursul vieții*, este generată de procesul de literație atunci când individul este conștient de cunoștințele și abilitățile pe care le deține și își dorește să le dezvolte sau să le completeze identificând clar prioritățile și direcțiile de dezvoltare facilitându-și propria adaptare la cerințele societății.

Vom analiza în continuare unele metode de creștere a nivelului de literație a instruiților și facilitarea competenței pentru rezolvarea problemelor atât în domeniul de studii cât și în viața cotidiană.

Importanța competenței de literație pentru rezolvarea problemelor

În sistemele educaționale internaționale sunt descrise patru tipuri de literație: literația emergentă, literația funcțională, literația digitală și literația informațională. Formarea și dezvoltarea literației funcționale asigură înțelegerea textelor de specialitate contribuind la succesul academic al individului; la transferul de informație din memoria senzorială/de lucru în memoria de lungă durată; integrarea cunoștințelor în situații similare. De asemenea, un nivel înalt al literației funcționale ne vorbește despre o motivație intrinsecă cu toate aspectele pozitive ce rezultă de aici.

Liliana Romaniuc, președinta Asociației Române de Literație afirmă că: „Un elev analfabet funcțional este o persoană pe care societatea o trimite automat către sărăcie. Viața acestuia, printre altele, va fi caracterizată de incapacitatea de ași câștiga un trai decent... Nu este vina copiilor că nu sunt învățați să înțeleagă realitatea din jurul lor... Este o problemă de sistem...”, analfabetismului funcțional duce la abandon școlar [6].

În literatura de specialitate există diverse strategii de literație [7,8,9,10,11,12,13]. Este imperios necesar ca strategiile de literație să fie cunoscute și aplicate la maxim de către toate cadrele didactice de la toate disciplinele de studiu pentru a forma și dezvolta la elevi competențe de literație solide, clare în educarea unor cetățeni literați funcțional.

Vom analiza în acest articol doar literația funcțională și modalități de creștere a abilităților de literație a indivizilor facilitate de cadrul didactic. De asemenea, ne-am propus să discutăm despre lucrurile elementare, care, de cele mai multe ori, nu sunt luate în calcul. Cum am menționat mai sus, rezolvarea unei probleme începe cu formularea acesteia, lucru de care este responsabil, în procesul de studii, cadrul didactic. Abia după, se includ elevii sau studenții. Acest fapt este confirmat și de studiul „Învățarea vizibilă” realizat de cercetătorul din Noua Zeelandă J. Hattie, care afirmă că unul din factorii importanți care definesc succesul academic al instruitului este calitatea profesorului și calitatea predării [14].

În procesul de rezolvare a unei probleme, cea mai importantă etapă este crearea modelului simbolic al problemei. În cazul în care, problema, inițial, este formulată în termeni simbolici, individul nu mai are nevoie să creeze acest model, fapt ce duce la scăderea nivelului de literație. În multe din manualele școlare, nu se ține cont de acest lucru, astfel, îl putem considera un motiv de analfabetism funcțional, deoarece *problemele din viața reală* nu sunt formulate prin termeni simbolici, nici prin variabile sau ecuații etc. Omul trebuie, independent, să construiască aceste modele, singur să definească variabilele, datele de intrare și ieșire, să găsească legăturile care leagă aceste date, să scrie algoritmi, să

valideze, să implementeze algoritmi creați, apoi să obțină rezultatele după care să le interpreteze în același limbaj natural [15]. Astfel, pentru problemele din tabelul 1, nivelul de literație funcțională este diferit, având un indicator mult mai mare în favoarea problemei formulate în limbaj natural.

Tabelul 1. Modele de formulare a problemei

	Comentarii
Problema formulată matematic: Fie dată mulțimea A de n elemente numere naturale. Pentru fiecare element al mulțimii se cunoaște ponderea acestuia $p[i], i = \overline{1, n}, p[i] \in N$. Să se determine submulțimea suma elementelor căreia este minimă și nu întrece valoarea naturală G, iar ponderea elementelor este maximă.	Formulare succintă, clară. Sunt definite variabilele și tipul lor. Modelul matematic este prezentat din start. Datele de intrare și ieșire sunt lesne de clarificat. Datele de ieșire nu trebuie interpretate.
Problemă din viața reală: Mihai și-a procurat un microbus și a deschis o afacere la modă: transportă bunuri peste hotare și înapoi în țară. El intenționează să efectueze transporturi în urma cărora să obțină câștiguri maxime. În microbus încap G kilograme. Asistenta sa primește de la populație cutiile (bunurile) care vor fi transportate. Fiecare cutie se înregistrează. La moment sunt înregistrate n cutii. Pentru fiecare cutie se cunoaște greutatea în kilograme (mai mică decât greutatea care poate fi transportată cu microbusul) și prețul în lei, care a fost achitat pentru transportarea acesteia. Prețurile sunt diferite, în dependență de categoria obiectului (obiecte prețioase, fragile etc.). Pentru prima sa călătorie Mihai are voie să aleagă cutiile pe care le va transporta. Ce cutii trebuie să aleagă Mihai pentru a obține un câștig maxim și care este acel câștig. Se va avea în vedere și faptul că pentru același câștig Mihai să transporte o greutate mai mică. <i>Observație.</i> Cutiile se transportă integral. Nu se admite transportul unei părți din cutie.	Formulare succintă, clară. Este necesară crearea modelului matematic. Este necesară identificarea datelor de intrare și ieșire. Trebuie definite variabilele și tipul lor (simplu, structurat). Este necesară precizarea restricțiilor. Se va face interpretarea în limbaj natural a datelor de ieșire.
Rezolvare: Problema se reduce la rezolvarea problemei discrete a rucsacului.	

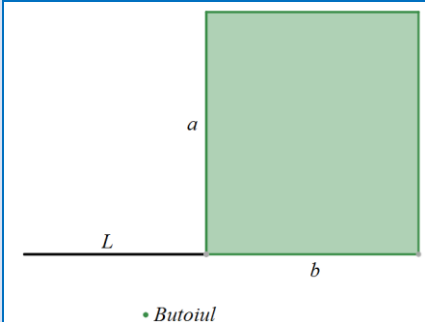
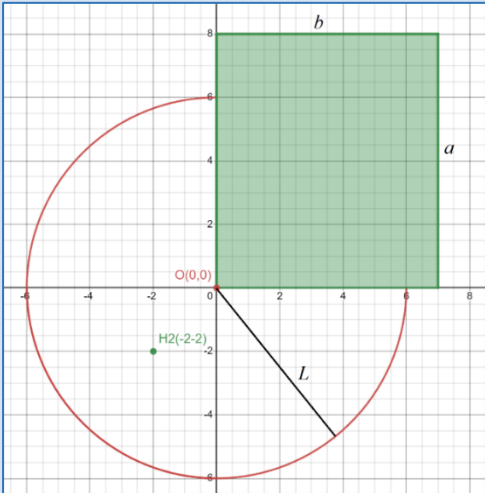
Ținând cont de teoria încărcării cognitive, cadrul didactic are rolul de a nu supraîncărca memoria de lucru a elevului/studentului, dar să faciliteze transferul informațiilor din memoria de lucru în memoria de lungă durată. În acest sens, cel mai elementar lucru care poate fi făcut este *formularea corectă, succintă, clară, ușor lizibilă a unei probleme*. Se vor exclude frazele lungi. Individul citește o frază și încearcă să analizeze ce a înțeles. În cazul frazelor lungi, se pierde sensul, se supraîncarcă memoria de lucru. Astfel, individul întâmpină greutăți în crearea modelul simbolic al unei probleme fapt ce diminuează considerabil formarea competențelor de programare.

Așa cum, creierul uman percepe mai ușor cifrele înaintea textului, este bine de a include exemple în textul problemei. Același lucru se poate spune despre imagini și scheme, care sunt percepute de creier mai rapid, iar încărcătura cognitivă este mai mică, în schimb avem o creștere a literației. În tabelul 2 prezentăm o tehnică de creștere a literației

dependentă de modul de formulare a problemei. Etapele de creștere a literației sunt prezentate de la minim spre maxim.

Tabelul 2. Dependența dintre modul de formulare a problemei și gradul de literație

Etapa	Modele de formulare a unei probleme	Comentarii
1.	Enunț. Un gospodar și-a cumpărat un cal. Așa cum, gospodarul are casă pe un câmp deschis, îngrădită cu un gard de formă dreptunghiulară, pentru a lăsa calul să pască, el s-a gândit să-l priponească cu o funie de un colț al gardului din afară. Așa cum, calul pe parcursul zilei trebuie să bea și apă, prin apropiere se află un butoi cu apă. Se știe că butoiul nu se află pe perimetrul gardului. De asemenea, calul nu poate paște în curtea gospodarului. Sarcină. Elaborați un program care ar calcula aria suprafeței pe care poate paște calul. Determinați dacă calul poate ajunge la butoi sau nu.	Formulare succintă, clară. Este necesară crearea modelului matematic. Este necesară identificarea datelor de intrare și ieșire. Trebuie definite variabilele și tipul lor (simplu, structurat). Nu sunt indicate restricțiile problemei. Ulterior, se va face interpretarea în limbaj natural a datelor de ieșire. <i>Concluzie:</i> Problema formulată astfel are cel mai înalt grad de dificultate. Acest lucru este cauzat de lipsa restricțiilor datelor din problemă. De regulă, o astfel de formulare este acceptată doar în sălile de clasă, unde instruiții în comun cu cadrul didactic stabilesc restricțiile, clarifică algoritmul pentru diverse restricții ale problemei. O astfel de formulare este incompletă și inadmisibilă pentru probele de evaluare, în special pentru concursurile de programare. Nivelul de literație este cel mai redus.
2.	Enunț. ... un gard de formă dreptunghiulară de lungimile a și b... o funie de lungimea L... butoiul are coordonatele (x, y). Date de intrare. Fișierul text <code>cal.in</code> conține pe o singură linie cinci numere întregi a, b, L, x, y separate printr-un spațiu, care reprezintă dimensiunile gardului, lungimea funiei și coordonatele butoiului (vezi desenul). Date de ieșire. Fișierul <code>cal.out</code> va conține pe prima linie un număr natural S – aria suprafeței pe care poate paște calul, care se obține prin trunchierea numărului $S.partea_fract$ (de exemplu, pentru numărul <code>12.36758492</code> se va afișa <code>12</code>); pe linia a doua se va afișa <code>'AJUNGE'</code> – dacă calul reușește să ajungă la butoi sau <code>'NU AJUNGE'</code> – dacă calul nu reușește să ajungă la butoi. Restricții. $1 \leq a, b \leq 50, 1 \leq L \leq a+b, x \leq 150, y \leq 150$. Timpul de execuție nu va depăși 1 secundă. Programul va folosi cel mult 8 mega octeți de memorie operativă.	Au fost adăugate variabilele. Sunt definite datele de intrare și ieșire, respectiv tipul lor. Au fost incluse restricțiile datelor din problemă. Este necesară crearea modelului matematic. <i>Concluzie:</i> Problema formulată corespunde tuturor cerințelor de formulare a unei probleme informatice. Oricum, rămâne o problemă dificilă. Nivelul de literație crește.

3.		A fost inclus un desen. <i>Concluzie:</i> Desenul poate sugera: (1) funia cu care este prionit calul descrie un disc; (2) includerea desenului într-un sistem de coordonate etc.								
4.	Exemple. <table><tr><td>cal.in</td><td>cal.out</td></tr><tr><td>8 7 6 -2 -2</td><td>84</td></tr><tr><td>8 7 6 2 2</td><td>AJUNGE</td></tr><tr><td></td><td>NU AJUNGE</td></tr></table>	cal.in	cal.out	8 7 6 -2 -2	84	8 7 6 2 2	AJUNGE		NU AJUNGE	Au fost incluse exemple. <i>Concluzie:</i> Exemplele sugerează folosirea unui sistem de coordonate în care se vor desena perimetrul gardului, funia cu care este prionit calul și care descrie un disc de rază L, poziția butoiului. De asemenea, este clar că prionul calului se află în originea de coordonate. Exemplul 2, sugerează că butoiul ar putea fi și în curtea gospodarului (Restricțiile nu exclud acest caz).
cal.in	cal.out									
8 7 6 -2 -2	84									
8 7 6 2 2	AJUNGE									
	NU AJUNGE									
5.		A fost inclus un desen complet, care ilustrează primul exemplu. <i>Concluzie:</i> Desenul indică clar că: (1) originea de coordonate reprezintă prionul calului; (2) frânghia cu care este prionit calul descrie un disc; (3) aria suprafeței pe care poate paște calul va fi constituită din $\frac{3}{4}$ din aria discului de rază L plus ceva.								

În contextul formulării/creării problemelor, trebuie să facem o paranteză, deoarece instruitul rezolvă probleme în diverse situații: sala de clasă, acasă, în timpul evaluărilor, la concursuri de programare, fapt ce determină libertățile academice ale instruitului (figura 3). Adresarea de întrebări, clarificări, consultări sunt admise în sala de clasă, acasă și sunt excluse parțial sau definitiv în cardul evaluărilor sau concursurilor. Astfel, formularea unei probleme pentru evaluare sau pentru un concurs de programare trebuie să fie clară, fără a admite ambiguități, deoarece acestea nu mai sunt direct clarificate de cadrul didactic.

Mary Lynn Manns (profesor la University of North Carolina Asheville) susține că instruiții își reamintesc mai puțin ceea ce au auzit decât ceea ce au văzut sau au experimentat și găsesc cu dificultate convertirea noțiunilor pe care le aud în clasă la predarea lecției în abilități pe care ei le pot folosi în afara clasei. Aplicarea metodei „Vede înainte de a auzi”, adaptată după un model propus de Mary Linn Manns, oferă oportunitatea

de a vedea sau experimenta condițiile/situațiile unei probleme înainte de a trece la rezolvarea nemijlocită a acesteia. Astfel, această metodă ar putea fi considerată pe bună dreptate o metodă de creștere a literației.

sala de clasă	•poate adresa întrebări direct profesorului, colegilor •feedbackul este oferit imediat de profesor/ colegi și nu este restricționat •problema se analizează și rezolvă în comun •profesorul, colegii pot veni cu sugestii de rezolvare •se pot aplica diverse strategii de facilitare a literației
acasă	•se poate consulta doar cu colegii (de regulă la telefon sau pe rețelele de socializare) •feedback, de cele mai multe ori, întârziat, dar nerestricționat •colegii pot veni cu sugestii de rezolvare •lucrează individual
evaluări	•poate adresa întrebări doar profesorului •feedback imediat, dar restricționat, fără a oferi detalii sau sugestii de rezolvare •nu are posibilitatea de a se consulta •lucrează individual
concurințe de programare	•poate adresa întrebări juriului •timp restricționat pentru adresarea întrebărilor •feedback imediat, cu restricții dure (de regulă se răspunde cu Da, Nu, Nu comentăm) •exemplele, imaginile incluse în enunț nu induc algoritmul de rezolvare •lucrează individual

**Figura 3. Libertățile academice ale instruitului
în raport cu situația în care rezolvă probleme**

Concluzii

Formarea competenței de literație este esențială pentru o inserare calitativă a individului în societate. Însă nu mai puțin importantă este evaluarea acestei competențe. Evaluarea competenței de literație a individului, de regulă, se face după mai multe componente, patru dintre care sunt: (1) localizarea informațiilor; (2) înțelegerea textului; (3) sintetizarea informațiilor; (4) aplicarea/integrarea informațiilor. Sunt mai multe tipuri de teste pentru evaluarea competenței de literație dintre care fac parte testele PISA, testele digitale standardizate Brio. Rezultatele obținute la astfel de testări sunt extrem de relevante pentru a stabili măsuri de îmbunătățire a indicatorilor de literație, servesc drept condiții, premise pentru schimbare și reconceptualizare de noi curricula, de politici educaționale etc.

Dezvoltarea abilităților de literație servește drept un indicator al calității unui sistem educațional, iar alegerea corectă a strategiilor de literație contribuie esențial la dezvoltarea abilităților de studiu și la creșterea nivelului de literație a textelor științifice, inclusiv rezolvarea problemelor.

Articol realizat în cadrul proiectului de cercetări științifice „Metodologia implementării TIC în procesul de studiere a științelor reale din perspectiva conceptului STEAM și Inteligenței Artificiale”, codul 040101, din cadrul Programului instituțional de cercetare (2024-2027), aprobat prin Ordin MEC nr. 102 din 01.02.2024

Bibliografie

1. Raport. Republica Moldova în Programul pentru Evaluarea Internațională a Elevilor PISA 2022. Online: https://ance.gov.md/sites/default/files/pisa_2022_raport_mda.pdf?fbclid=IwAR3LLQ5xrJ11HAXgOLuoQZsYflvoJTnvlD55s_oetnY_7r22HJc3Pc0fGvo
2. Dicționarul Cambridge: <https://dictionary.cambridge.org/dictionary/english/literacy>
3. Literacy. Promoting the power of literacy for all: <https://www.unesco.org/en/literacy>
4. OECD. Literacy and Reading Components. In: *Literacy, Numeracy and Problem Solving in Technology-Rich Environments: Framework for the OECD Survey of Adult Skills*. Paris, 2012. DOI: <https://doi.org/10.1787/9789264128859-5-en>
5. GLAVA, A. *Metacogniția și optimizarea învățării. Aplicații în învățământul superior*. Cluj-Napoca: Editura Casa Cărții de Știință, 2009.
6. ROMANIUC, L. Interviu pentru adevărul.ro. Online: <https://adevarul.ro/stiri-interne/educatie/presedintele-asociatiei-romane-de-literatie-un-1858459.html>
7. NEACȘU, I. *Metode și tehnici de învățare eficientă*. Iași: Editura Polirom, 2015.
8. CÂMPEAN, I. *Învățarea activă - premisă a obținerii rezultatelor școlare cuantificabile în testele naționale*. Cluj-Napoca: Limes, 2018.
9. BUZAN, T. *Arta stăpânirii hărții mentale*. București: DPH, 2019.
10. GAVRILĂ, R., NICOLAE, M. *ABC-ul organizatorilor grafici*. București: Editura Didactica Publishing House, 2015.
11. MESEȘAN, N. *Formarea competenței profesionale la elevii din învățământul liceal pedagogic prin strategii de literație la disciplinele de specialitate*. Teză de doctor. Cluj-Napoca: Universitatea Babeș-Bolyai, 2020.
12. BUEHL, D. *Classroom Strategies for Interactive Learning*. Fourth Edition, Stenhouse Publishers and International Literacy Association, USA, 2017.
13. GASNAȘ, A., GLOBALA, A. Metode interactive utilizate în învățământul universitar. În: *Acta et Commentationes, Științe ale Educației*. nr.1 (27), 2022. Chișinău: UST, 2021. p. 45-54.
14. HATTIE, J. *Învățarea vizibilă - ghidul profesorului*. București: Editura Trei, 2014.
15. GLOBALA, A., CORLAT, S., GASNAȘ, A. Inter și transdisciplinaritatea dintre disciplinele reale și ale naturii, abordate în conținuturile de informatică din sistemul preuniversitar. În: *Acta et Commentationes, Științe ale Educației*. nr.1 (23), 2021. Chișinău: UST, 2021. p. 36-51.

UDC: 37.02+58

PROIECTUL STE(A)M - STIMUL DE DEZVOLTARE A COMPETENȚELOR ACTIV-PARTICIPATIVE DE ÎNVĂȚARE LA LECȚIILE DE BIOLOGIE

¹Sofia GRIGORCEA, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-4948-6430> e-mail: grigorcea.sofia@upsc.md

^{2, 3}Tatiana GRECU, profesoară de biologie

¹Eugenia CHIRIAC, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-5935-0414> e-mail: chiriac.eugenia@upsc.md

¹Boris NEDBALIUC, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-9116-4515> e-mail: nedbaliuc.boris@upsc.md

¹ Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău, Republica Moldova

²Instituția Publică Gimnaziul Plopi, raionul Cantemir, Republica Moldova

³Instituția Publică Gimnaziul Haragîș, raionul Cantemir, Republica Moldova

Rezumat. În articol sunt reflectate aspecte legate de integrarea și aplicarea proiectelor STE(A)M în cadrul lecțiilor de biologie având, ca obiectiv principal stimularea competențelor activ-participative de învățare. Tema proiectului realizat este *Relații trofice ale ecosistemului, lanțuri, rețele și piramide trofice*. Proiectele STE(A)M manifestă un rol crucial în dezvoltarea unei educații de calitate, deoarece nu se limitează doar la transferul de cunoștințe, ci contribuie activ la formarea unor competențe esențiale ce stimulează și solidifică „relațiile trofice” dintre discipline, elevi și profesori, pentru realizarea unui proces educațional corespunzător cerințelor actuale ale societății.

Cuvinte cheie: Proiect STE(A)M, elevi, învățare activ-participativă, competențe.

THE STE(A)M PROJECT - THE STIMULUS FOR THE DEVELOPMENT OF ACTIVE-PARTICIPATORY LEARNING COMPETENCES IN BIOLOGY LESSONS

Abstract. In the article are reflected aspects related to the integration and application of STE(A)M projects within the biology lessons having as main objective the stimulation of active-participatory learning competences. The theme of the project is *Trophic relationships of the ecosystem, chains, networks and trophic pyramids*. STE(A)M projects play a crucial role in the development of a quality education, because they are not limited only to the transfer of knowledge, but actively contribute to the formation of essential competences that stimulate and solidify the "trophic relationships" between disciplines, Schoolchildren and teachers, in order to achieve an educational process corresponding to the current requirements of society.

Keywords: STEAM project, Schoolchildren, active-participatory learning, competences.

Introducere

Secolul al XXI-lea este cu siguranță secolul aurului cenușiu, în care educația reprezintă cheia succesului ce asigură forța motrică a progresului. Promovarea învățării activ-participative, dar mai ales a celei colective stă la baza procesului educativ-instructiv, care reprezintă un proces continuu de creație [2, 5].

Aspecte importante în realizarea proiectului STE(A)M

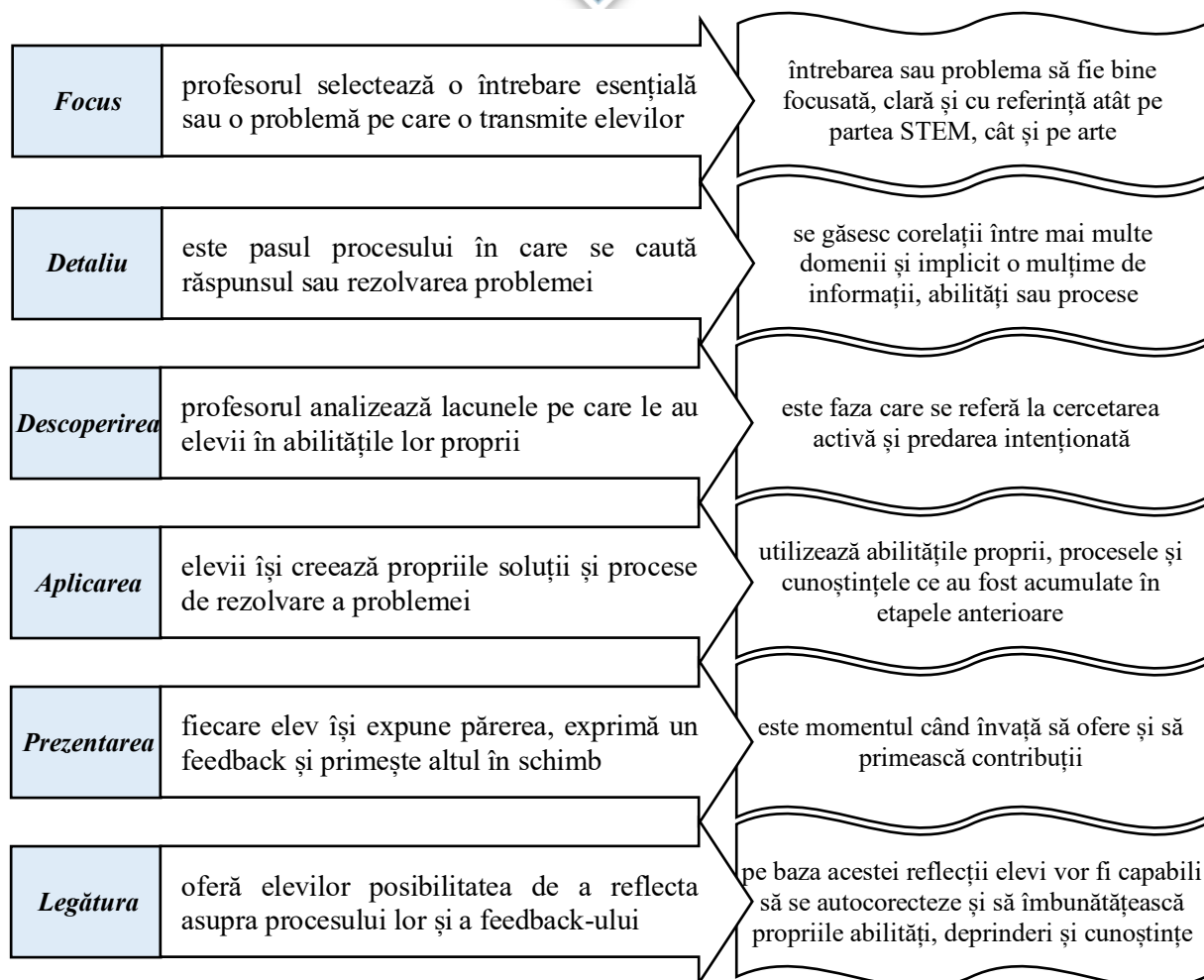


Figura 1. Aspectele importante în realizarea proiectului STE(A)M

Actualmente, abordarea educațională prin proiectele STE(A)M (Știință, Tehnologie, Inginerie, Arte și Matematică) reprezintă o strategie de reconfigurare complexă a procesului de învățare, axată pe integrarea cunoștințelor din domeniul științelor naturii, tehnologiei, ingineriei, artei și matematicii la nivel multidisciplinar/ pluridisciplinar și transdisciplinar, valorificat în sens superior-inovator [3]. Rezultatul acestui mix de științe și artă propune un mediu de învățare atractiv pentru participanții la acest tip de educație, unde se pune accent pe învățarea experiențială și pe conectarea cunoștințelor teoretice cu aplicațiile lor practice, ceea ce contribuie la dezvoltarea unui set diversificat de competențe esențiale pentru succesul educabilului, precum:

- Stimulează interesul elevilor prin combinarea științei cu arta;
- Intervine în dezvoltarea abilităților de rezolvare a problemelor;
- Elevii se implică în procesul de învățare, împărtășesc cu ceilalți ideile proprii sau descoperirile;
- Se dezvoltă abilitățile de comunicare, sentimentul de empatie, ș.a.;

- Dezvoltă participanții din punct de vedere cognitiv: creativitate, imaginația, gândirea critică, ș.a.;
- Clădește baza unui viitor adult ce deține capacități, deprinderi și soluții;
- Formează ”inovatori, educatori, lideri și cursanți ai secolului XXI” [4, 5].

În realizarea proiectelor STE(A)M este esențial de a se ține cont de aspectele din figura 1 [4]:

Educația prin aplicarea proiectelor STE(A)M nu doar că îmbogățește cunoștințele academice, dar contribuie și la formarea unor indivizi creativi, adaptabili și orientați către inovație.

Analiză și rezultate

În continuare, vom prezenta un model de proiect STE(A)M pe tema *Relații trofice ale ecosistemului, lanțuri, rețele și piramide trofice*.

Scopul proiectului reflectă aspecte de stimulare și solidificare a „relațiilor trofice” dintre discipline, elevi și profesorii, pentru realizare unui proces educațional corespunzător cerințelor actuale ale societății.

Organizarea la nivel de echipe se poate realiza corespunzător schemei din figura 2:

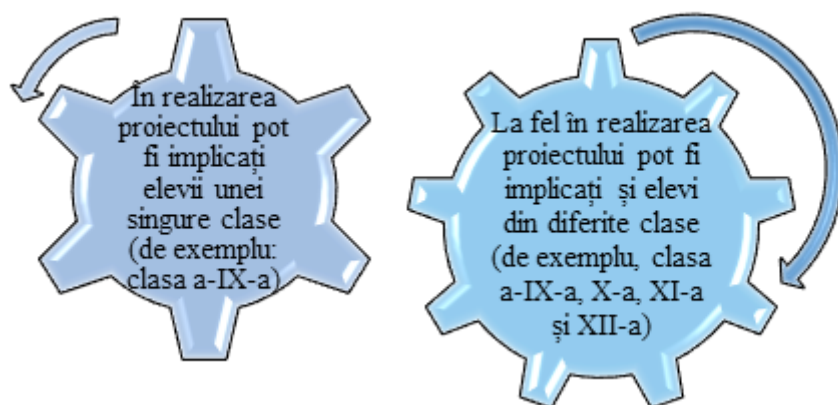


Figura 2. Organizarea la nivel de echipă



Figura 3. Materialul prezentat de echipa Botaniștii

În realizarea proiectului au fost implicate 6 echipe, formate din elevii clasei a IX-a:
1. Botaniști; 2. Zoologi; 3. Matematicieni; 4. Informaticieni; 5. Tehnologi; 6. Arte.

- **Botaniștii** studiază verigile unui lanț trofic și identifică relațiile și rolul fiecărei verigi trofice în ecosistem (fig. 3).

- **Zoologii** studiază lanțurile unei rețele trofice și organismele care fac parte din mai multe lanțuri concomitente (fig. 4).

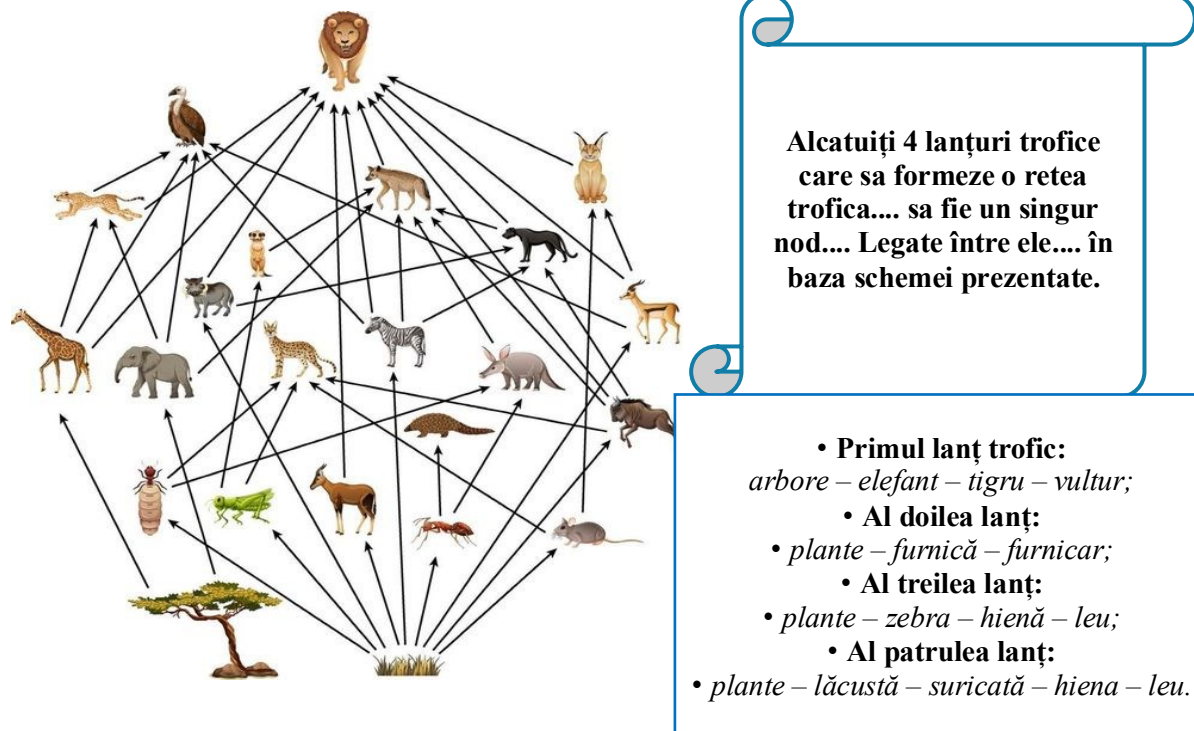


Figura 4. Sarcinile realizate de echipa de Zoologi [6]

- **Matematicienii** calculează elementele cantitative a fiecărui nivel trofic ce formează o piramidă trofică (fig. 5).

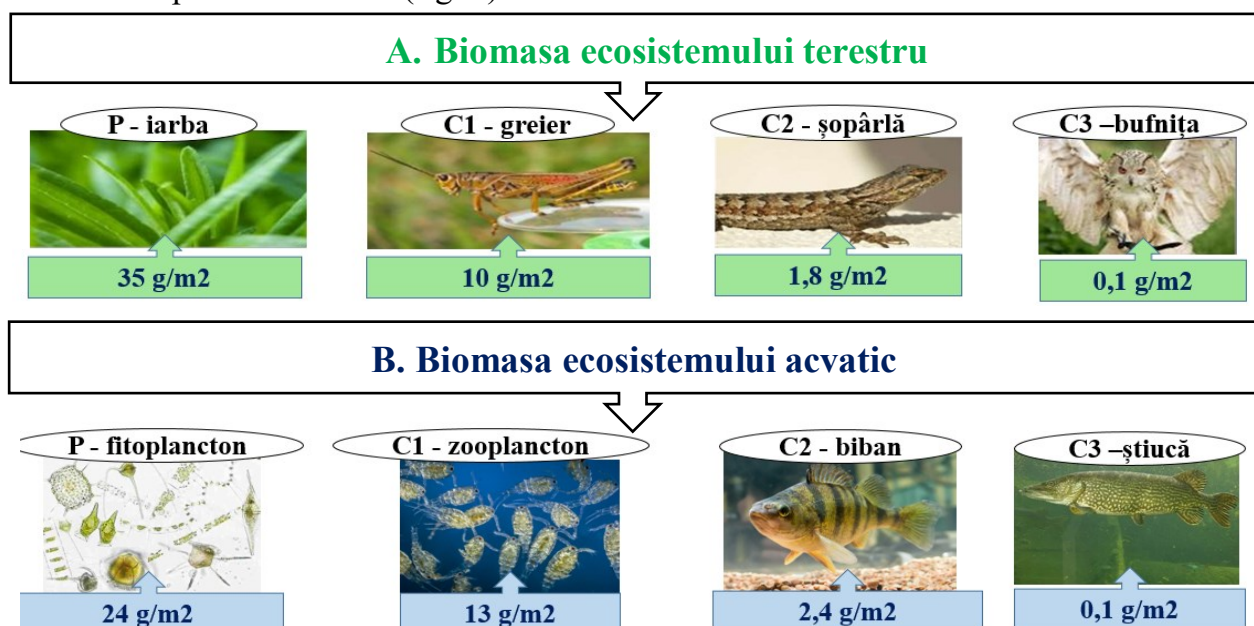


Figura 5. Exprimarea cantitativă a biomasei ecosistemului terestru (A) și acvatic (B)

Analiza cantitativă a nivelurilor trofice poate fi exprimată prin:

1. *Densitate* - numărul de specii/suprafață.
2. *Abundența relativă* [1]: $A (\%) = \frac{n}{N} \times 100$, unde: A - abundența relativă; n - numărul total de indivizi ai unei specii prezentă în cadrul unui set de suprafețe de probă; N - numărul total de indivizi din toate suprafețele de probă.
3. *Biomasă* – masa totală a micro- și macroorganismelor vegetale și animale, care trăiesc pe o anumită unitate de suprafață sau într-un anumit volum de aer ori de apă (g/l; g/m²; kg/l; kg/m²).

• **Informaticienii** generează modelul digital de piramidă numerică și a biomasei specifice lanțului trofic (fig. 6).

Piramida numerică reflectă relațiile cantitative dintre etajele trofice, adică numărul tuturor indivizilor dintre nivelele trofice înălțuite, pe o unitate de suprafață sau volum. Numărul de indivizi din cadrul fiecărui nivel trofic depinde, de obicei, de numărul de indivizi din alt nivel trofic, cel precedent.

Piramida biomasei arată relația dintre biomasă și nivelul trofic prin cuantificarea biomasei prezente la fiecare nivel al unei comunități energetice la un moment specific. Este o reprezentare grafică a biomasei prezente pe unități de suprafață din nivele trofice diferite.

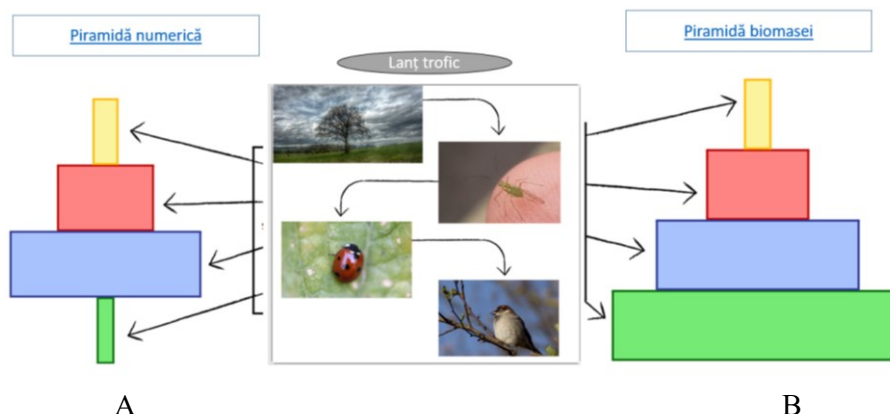


Figura 6. Modele digitale de piramide numerice (A) și a biomasei (B) specifice lanțului trofic [7]



Figura 7. Modele de lucrări prezentate de echipa de tehnologi

• **Echipa Tehnologilor** elucidează rolul unui grup de organisme dintr-un lanț trofic în biotehnologie. De exemplu, *importanța micromicetelor cu aplicație medicală* (fig. 7).

- **Echipa Arte** ilustrează relațiile trofice din diferite biocenoze.

Prin aplicarea educației STE(A)M, elevii sunt pregătiți nu doar pentru cariere în domenii specifice, ci și pentru a fi cetățeni activi și implicați, capabili să contribuie la soluționarea problemelor globale și locale.

Concluzii

1. Pentru a educa viitori specialiști, potențiali inventatori, oameni de artă, orice activitate didactică promovată de profesor trebuie să constituie un proces activ-participativ de învățare, bazat pe creativitate și gândirea critică. Elevul provocat să creeze/analizeze va deveni omul capabil să găsească soluții și să se adapteze într-o societate aflată în permanentă schimbare.

2. Proiectele STE(A)M se bazează pe o varietate de forme și mijloace de instruire integrate pe domeniile Știință, Tehnologie, Inginerie, Arte și Matematică, și care stimulează și solidifică ”relațiile trofice” dintre discipline, elevi și profesori, pentru realizarea unui proces educațional corespunzător cerințelor actuale ale societății.

3. Aplicarea proiectelor STE(A)M manifestă un rol important în dezvoltarea creativității, a gândirii critice, favorizează definirea unor noțiuni și procese, la care elevul participă activ, fiind încurajat să-și pună întrebări, să găsească variante de răspuns și să aleagă prin argumentare logică soluția corectă, oferă soluții bazate pe abordarea rezolvării problemelor complexe prin învățare experimentală.

Studiul realizat în cadrul proiectului de cercetări științifice „Impactul antropic și ecologic asupra diversității vegetale și aspectul interdisciplinar în pregătirea viitorilor specialiști în Biologie”, catedra Biologie vegetală, facultatea de Biologie și Chimie, și al proiectului de cercetare „Metodologia implementării TIC în procesul de studiere a științelor reale din perspectiva conceptului STEAM și Inteligenței Artificiale” Universitatea Pedagogică de Stat ”Ion Creangă”, Chișinău.

Bibliografie

1. BOTNARIUC, N.; VADINEANU A. *Ecologie*. București: EDP, 1982. 440 p.
2. GRIGORCEA, S.; GRECU, T.; CHIRIAC, E.; NEDBALIUC, B. Stimularea gândirii critice la lecțiile de biologie prin aplicarea proiectelor STEAM. In: *The 30TH Conference of Applied and Industrial Mathematics*, Section 8 Education, 14-17 September 2023. Iași: Pim. pp. 104-109. ISBN 978-606-13-7848-7.
3. PETROVSCHI, N. *Tendințe moderne în didactica disciplinelor școlare: Suport de curs*. Chișinău: Garomont Studio, 2021. 120 p. ISBN 978-9975-3506-6-2.
4. <https://plei.ro/blog/educatia-steam/>
5. <https://ru.scribd.com/document/437766009/Teme-Pentru-Proiecte-Steam>
6. <https://www.pinterest.com/pin/825003225506711534/>
7. <https://www.storyboardthat.com/ro/storyboards/ro-examples/piramidele-din-biomas---i-piramidele-de-numere/copy>

UDC: 371.388:004

STATISTICAL ANALYSIS OF NOMINAL OR ORDINAL VARIABLES IN PEDAGOGICAL RESEARCH

Maria PAVEL, PhD, associate professor

<https://orcid.org/0000-0003-4803-6398>

e-mail: pavel.maria@upsc.md

Dorin PAVEL, PhD, associate professor

<https://orcid.org/0000-0002-9600-1360>

e-mail: pavel.dorin@upsc.md

Department of Informatics and Information Technologies,
"Ion Creangă" State Pedagogical University of Chisinau, Republic of Moldova

Abstract. In the paper, the implementation of the χ^2 test of association for nominal variables is exemplified and the methodology of processing variables with multiple answers is described, cases less common in pedagogical research in Moldova. The digital tools used are SPSS and Jamovi software.

Keywords: pedagogical research, ordinal variables, nominal variables, non-parametric tests, statistical data, SPSS, Jamovi.

ANALIZĂ STATISTICĂ A VARIABILELOR NOMINALE SAU ORDINALE ÎN CERCETARE PEDAGOGICĂ

Rezumat. În lucrare, se exemplifică implementarea testului χ^2 de asociere pentru variabile nominale și se descrie metodologia prelucrării variabilelor cu răspunsuri multiple, cazuri mai puțin întâlnite în cercetările pedagogice din Moldova. Instrumentele digitale utilizate sunt aplicațiile SPSS și Jamovi.

Cuvinte cheie: cercetare pedagogică, variabile ordinale, variabile nominale, teste neparametrice, date statistice, SPSS, Jamovi.

Introduction

It is well known that statistical variables are divided, according to the way of expression, into quantitative variables (receive numerical values) and qualitative variables (receive values expressed in words). Depending on the type of researched variable, for their inferential statistical analysis, parametric tests (quantitative variables, t tests) or non-parametric tests (qualitative variables) will be applied. Most often, quantitative variables are used in pedagogical research to measure the difference between means, such as scores, points, grades, etc. In this case, if the investigated variable follows a normal distribution, t-Student tests are applied for the appropriate research situation: one sample, two independent samples or paired samples.

Among the methods and tools for measuring different statistical variables in pedagogical research are surveys, questionnaires, forms, etc. The items of these instruments very rarely contain quantitative variables, they are more often qualitative: ordinal (measured on an ordinal scale, which ranks the values of the variable) or nominal

(measured on a nominal scale, in which numbers are assigned to the values as attributes). Moreover, some items allow the selection of several values of a variable by the subjects involved in the research, representing multiple response variables. In these cases, it is obvious the need for statistical processing of such variables to solve the formulated research problems, in which case non-parametric tests will be resorted to.

Applied methods and materials

To perform the non-parametric tests, the specific coefficients U, K-S, Z, W, χ^2 , etc., can be calculated, the results of which will identify the means differences meaning by ranks or signs. Thus, the Wilcoxon, Kruskal-Wallis, Mann-Whitney, Kolmogorov-Smirnov tests, the χ^2 test for comparison of theoretical frequencies with the observed ones, the χ^2 test of association for nominal variables and others can be applied. These are available in most statistical data processing applications such as SPSS, R, Jamovi, PSPP, etc. [1]. In the following, the implementation of the χ^2 test of association for nominal variables and the methodology of processing variables with multiple answers will be exemplified, cases less common in pedagogical research in our country.

Obtained results

Often, in pedagogical experiments, research instruments such as surveys or questionnaires identify respondents' options or preferences for certain research variables or measure their degree of satisfaction / involvement in pedagogical phenomena. For example, the researcher can investigate problems faced by students in the didactic process of a certain course, the options being: 1 – "limited access to didactic materials"; 2 - "limited access to technologies"; 3 – "poor communication with the teacher"; 4 – "low professional skills of the teacher". In this case, the analysed variable will be nominal. And if, for example, the researcher measures the degree of appreciation of the students for some strategy implemented in the taught course (1 - "totally agree", 2 - "agree", 3 - "neutral", 4 - "disagree" and 5 - "totally disagree"), then the analysed variable will be ordinal. For such type o variables will be applied the non-parametric tests. The best-known non-parametric test for this purpose is the χ^2 test of association or independence, which is easily performed both in SPSS (Analyse → Descriptive Statistics → Crosstab → Statistics → Chi-square) and in Jamovi (Analyses → Frequencies → Independent Samples χ^2 test of association).

In case of SPSS software, the *Crosstabulation* table will be displayed, which contains counted and observed frequencies, and percentages within each lines of table. But the most important results are the data from the *Chi-Square Tests* table, which contains information about the statistical significance of interdependency of researched variables. The *Symmetric Measures* table offers information about the effect size of independent variable on the dependent one, expressed by *Phi* and *Cramer's V* coefficients.

In case of Jamovi software, the frequencies will be included in the *Contingency Tables*, and the effect size in *Nominal* table (fig. 1).

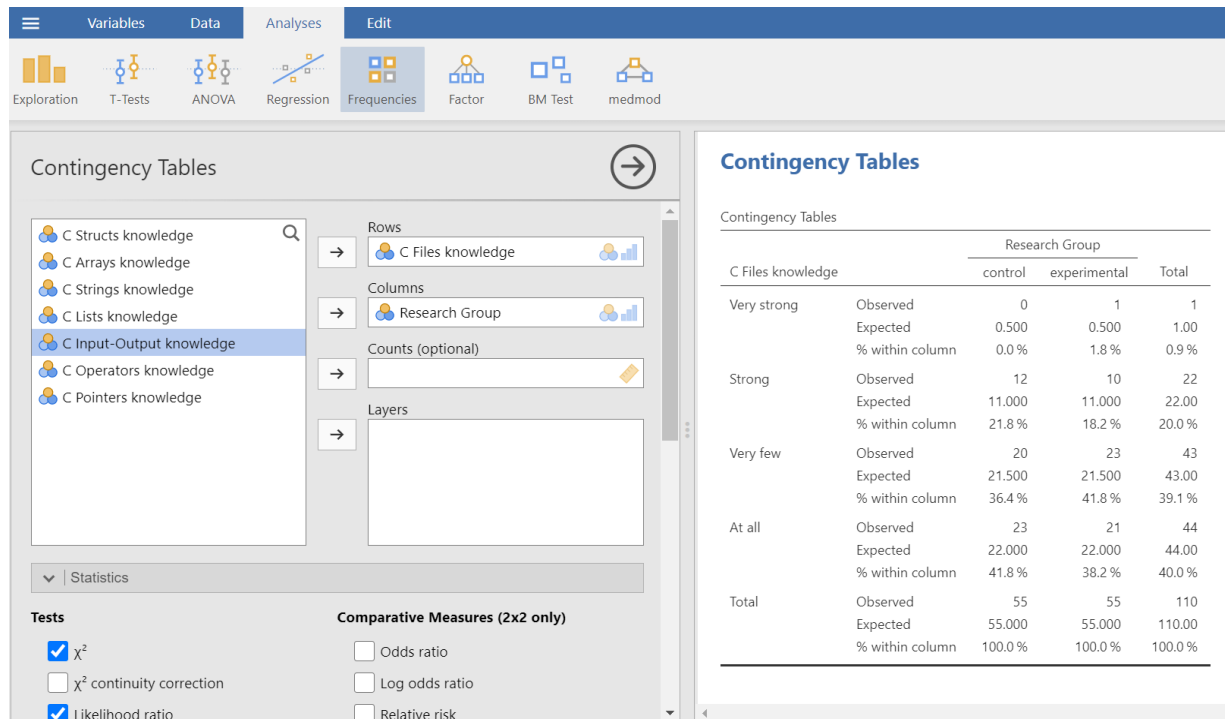


Figure 1. Independent Samples χ^2 test of association, in Jamovi

To display the observed, expected values and the percentage of the total per column, in the *Contingency Tables*, in Jamovi, in the *Cells* box, from the left panel of the application window, which contains the test settings, the options *Observed counts*, *Expected counts* (from the column *Counts*) and *Column* (from the *Percentages column*) will be checked. The main test results are included in the χ^2 *Tests* table, and if the *Phi* and *Cramer's V* option was checked in the *Statistics* box, in the *Nominal* column, then the *Nominal* table will be generated (analogous to the *Symmetric Measures* table in SPSS).

Table 1. The main results of statistics for χ^2 test of association, in Jamovi

χ^2 Tests				Nominal	
	Value	df	p		Value
χ^2	55.7	3	<.001	Phi-coefficient	NaN
N	85			Cramer's V	0.804

The Phi coefficient will only be displayed in the case of the 2x2 contingency table and, along with the Cramer's V coefficient, represents effect size values, which are interpreted in the same way as Pearson r correlation coefficients [2]. For example, in the case of table 1, the effect size is very strong, because $V=0,804>0,7$.

A nominal variable with multiple answers within statistical software is considered a set of dichotomous variables, which correspond to each answer option in the checkbox type item in the form, within each such variable in the set it will be indicated whether the

respondent opted for it or not (whether or not that option was checked) [3]. Dichotomous variable in statistical software is considered that variable that has only two values: 1 - "yes" and 2 - "no", 0 - "unselected" and 1 - "selected", and so on (fig. 2).

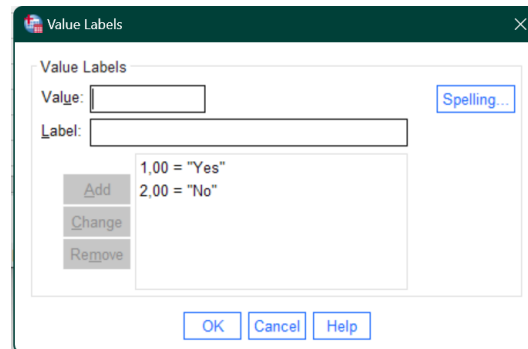


Figure 2. Definition of dichotomous variable, SPSS

After creating the dichotomous variables from the set of the one with multiple answers, the data from the spreadsheet will be imported by copying, which will be visualized through the value labels, if the Value Labels option is checked in the View menu of SPSS (fig. 3).

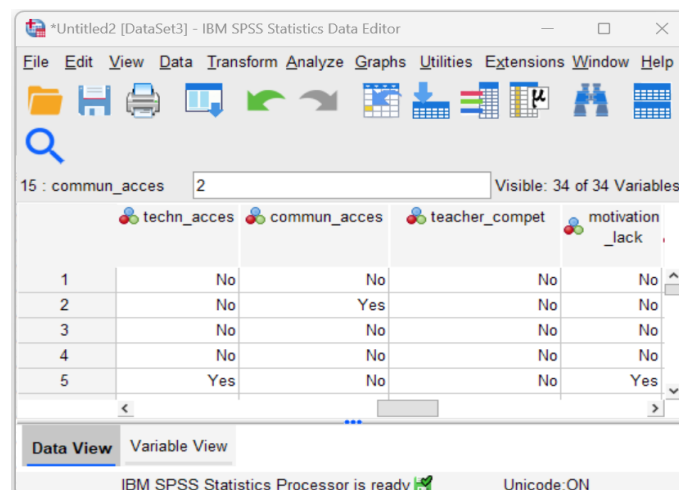


Figure 3. Example of dichotomous variable data in SPSS

The next step in SPSS consists in defining the variable with multiple responses, from the *Analyze* menu, the *Multiple Response* option, the *Define Variable Sets* command ...

In the *Define Multiple Response Sets* window, the elementary variables will be selected and will be entered in the field for the set, and in the field *Counted value* will be entered the value considered for the selection option of the corresponding option in the form (in the case of the example above – 1). Next, will be defined the name and label of the variable, then added the newly created variable to the reserved field in the right panel, by selecting the *Add* option, an operation that is completed by closing the window with the *Close* button (fig. 4).

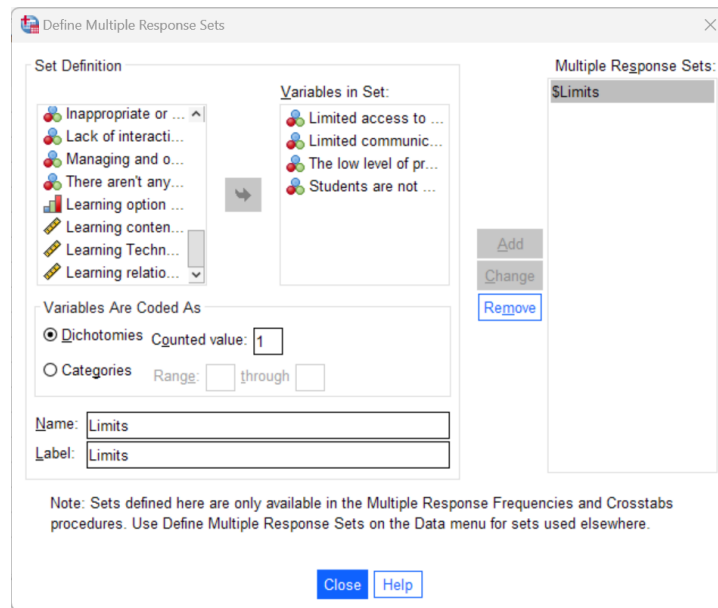


Figure 4. Multiple response variable definition in SPSS

Once the variable with multiple responses is defined, the Frequencies and Crosstabs commands are also activated, from the Multiple Response option, which allow the descriptive statistics with the frequencies of the values of the variables in the set and the construction of conjugate tables (fig. 5).

\$Limits Frequencies				
		Responses		Percent of Cases
		N	Percent	
Limits ^a	Limited access to technology	24	27,0%	41,4%
	Limited communication with teachers	33	37,1%	56,9%
	The low level of professional skills of teachers	7	7,9%	12,1%
	Lack of motivation	25	28,1%	43,1%
Total		89	100,0%	153,4%

a. Dichotomy group tabulated at value 1.

Figure 5. Multiple response variable frequencies, SPSS

The procedure for creating dichotomous variables from the set is also valid for the Jamovi application, except that each value of a dichotomous variable remains only quantified and the label of the levels of the corresponding nominal values is not categorically entered. But the definition of the variable with multiple answers in Jamovi is not available in the standard menus, but requires the installation of the *UFS module* from the application library, by accessing the *Modules* button in the upper right corner of the program window [4]. The installation is very simple and fast and is described in the authors' article [5], analogous to the *bmtest mode*. Once the installation is complete, the *UFS* menu

will become available in the toolbar, in which the *Multi Response* option will be accessed, the elementary variables from the set will be added in the Variables field, and the value 1 will be entered in the *Endorsed* option box (figures 6 and 7).

DATA VARIABLE Imported as: probleme_acces_timp

time_managing

Managing and organizing the time needed for studies

Measure type: Nominal

Data type: Integer

Missing values:

Levels: 1, 2

Figure 6. Definition of elementary dichotomous set variables in Jamovi

If a database created in SPSS was opened in Jamovi, then the dichotomous variables defined there cannot be subjected to statistical analysis here, and the result tables contain only zeros, because the nominal values of the variable must be deleted ("Yes" and "No "), leaving only the corresponding quantifications: 1 and 2.

jamovi - Untitled2

Variables | Data | Analyses | Edit

Exploration | T-Tests | ANOVA | Regression | Frequencies | Factor | ufs

Multi Response

Variables: techn_acces, commun_acces, teacher_compet, motivation_lack

Endorsed option: 1

Results

Multi Response

Option	Frequency	Percentage of responses	Percentage of cases
techn_acces	24	26.97	28.24
commun_acces	33	37.08	38.82
teacher_compet	7	7.87	8.24
motivation_lack	25	28.09	29.41
Total:	89	100.00	104.71

Note: These responses were provided by 85 cases.

Figure 7. Multiple response variable analysis in Jamovi

It is observed that the results obtained are the same in the case of both examined applications, only the way of presentation differs. Depending on the preferences and technical availability of the researcher, he will only have to correctly interpret the obtained results.

Conclusions

Quantitative variables are subject to more rigorous statistical analysis using parametric tests, but nominal and ordinal variables can only be analysed using non-parametric tests. Although the values of the latter ones are quantified, their quantitative analysis must be done with caution, so as not to distort the meaning of the results.

Therefore, non-parametric analysis of qualitative variables is indicated, although non-parametric tests are less rigorous.

Article produced within the scientific research project "Global Issue-Oriented STEAM Teaching to Create a more Sustainable Future", code 24.80013.0807.2TR, within the Moldovan-Turkish bilateral projects (2024-2025), strategic priority IV "Societal Challenges", with the financial support provided by the National Agency for Research and Development

Bibliography

1. PAVEL, M.; PAVEL, D. Diversifying social statistics software tools with Jamovi. In: *Proceedings of the 30th Conference on Applied and Industrial Mathematics, CAIM 2023. September 14-17, 2023: Communications in Education*. Romania: A.I. Cuza Iasi University. pp. 115-123. ISBN 978-606-13-7848-7.
2. LABĂR, A.V. *SPSS pentru științele educației*. Iași: Polirom, 2008. 347 p. ISBN 978-973-46-1148-5.
3. PAVEL M., PAVEL D. The methodology of the statistical analysis of *checkbox* items. In: *Acta et commentationes. Sciences of Education*. 2024, nr. 1(35), pp. 61-67. ISSN 1857-0623. https://revistaust.upsc.md/index.php/acta_educatie/article/view/974/953
4. Jamovi user-guide. <https://www.jamovi.org/user-manual.html>
5. PAVEL, M.; PAVEL, D. Specificity of non-parametric statistical tests in specialized open-source applications. In: *Acta et commentationes. Sciences of Education*. 2023, nr. 4(34), pp. 13-21. ISSN 1857-0623. <https://doi.org/10.36120/2587-3636.v34i4.13-21>.

UDC: 37.02:52

ABORDAREA STEM LA LECȚIILE DE ASTRONOMIE ÎN LICEU

Igor POSTOLACHI, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-1752-5386>

e-mail: postolachi.igor@upsc.md

Valentina POSTOLACHI, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-1977-647X>

e-mail: postolachi.valentina@upsc.md

Catedra de Fizică, Universitatea Pedagogică de Stat "Ion Creangă" din Chișinău,
Republica Moldova

Rezumat. Articolul examinează educația STEM ca una dintre sarcinile educației actualizate în Moldova, descrie condițiile de creștere a motivației pentru disciplina „Astronomie” prin utilizarea tehnologiilor STEM. Acest articol prezintă și dezvoltări metodologice folosind tehnologii STEM care pot fi folosite în lecțiile de astronomie din liceu.

Cuvinte cheie: educație STEM, tehnologii STEM, „Să aprindem constelațiile”.

THE STEM APPROACH TO ASTRONOMY LESSONS IN HIGH SCHOOL

Abstract. The article considers STEM education as one of the tasks of renewed education in Moldova, describes the conditions for increasing motivation for the subject "Astronomy" through the use of STEM technologies. Also in this article, methodological developments using STEM technology are presented, which can be used in astronomy lessons in high school.

Key words: STEM-education, STEM-technologies, "Let's light up the constellations".

Introducere

În societatea modernă, cerințele pentru calitatea educației sunt în continuă schimbare. Astăzi, educația STEM este o prioritate în sistemele educaționale ale țărilor lider ale lumii. STEM nu este doar integrarea științei, tehnologiei, ingineriei și matematicii în educație, ci este o tendință modernă în educație concepută pentru a satisface cerințele lumii moderne de înaltă tehnologie.

Se consideră, că elevii/studentii, care realizează proiecte STEM sunt capabili să gândească logic și să utilizeze în mod independent o varietate de instrumente pentru a rezolva probleme în domeniile inovației și invenției. De asemenea, competența în disciplinele STEM poate avea un impact semnificativ asupra carierei, poate îmbunătăți productivitatea și competitivitatea în mai multe sectoare ale economiei.

Metodologie

Abordarea sistematică în școli a tehnologiei STEM va ajuta la rezolvarea problemei formării personalului calificat – învățământ care presupune studiul tehnologiei, științelor

exacte și ale naturii nu ca discipline separate, ci integrate, prin stabilirea unor sarcini care necesită aplicarea complexă a cunoștințelor.

Scopul principal al acestei tehnologii nu este memorarea subiectelor, ci dezvoltarea la elevi a gândirii logice, creative, a abilităților de lucru în echipă, a capacității de adaptare și de a găsi soluții inovatoare, creșterea motivației pentru orientare spre o carieră științifică și tehnică. Abordarea STEM schimbă complet modul în care privim învățarea și educația. Dacă scopul principal al educației tradiționale este de a preda cunoștințele și de a le folosi în practică, atunci abordarea STEM te învață să combini cunoștințele dobândite cu abilitățile reale. Abordarea STEM le permite elevilor nu doar să propună idei, ci și să le realizeze practic. Elevii vor obține mari oportunități atunci când au dreptul de a alege discipline de profil, de a primi educație în domenii educaționale individuale, au posibilitatea de a participa la dezvoltarea proiectelor și de a-și încerca capacitățile la activități științifice. Din acest punct de vedere, disciplina academică Astronomie este o materie ideală pentru dezvoltarea competențelor în activitatea științifică și cognitivă. La moment, în republica Moldova, disciplina academică astronomia este parte componentă a manualului de fizică, clasa XII [1]. Astronomia nu este o știință izolată, din contra, este în strânsă legătură nu numai cu fizica, ci și cu matematica, geografia și chimia.

Fiecare profesor dorește ca disciplina, la care dumnealui este titular să trezească interes în rândul elevilor, astfel încât elevii să poată înțelege imensitatea Universului, dimensiunea obiectelor spațiale și, desigur, să înțeleagă imaginea astronomică a lumii și să poată gândi logic. Practica noastră personală a arătat că ascultarea pasivă a informațiilor pregătite anterior este una dintre cele mai ineficiente moduri de învățare. Iar sarcina noastră, ca profesor, este să facem elevul un participant activ la procesul educațional. Credem că un elev poate învăța informații într-o lecție dacă este interesat de subiectul analizat/dezvoltat.

Prin urmare, profesorul trebuie să uite de rolul unui informator, el trebuie să joace rolul de organizator al activităților elevilor, să fie un profesor, un mentor care organizează mediul de învățare în care are loc învățarea și dezvoltarea personalității.

Rezultatul cercetării

Pentru a obține rezultatul dorit, trebuie să creăm un mediu educațional interactiv, să motivăm elevii către procesul de învățare și să orientăm elevii astfel încât să își dorească să învețe. Sarcina profesorului este de a organiza procesul de învățare astfel încât elevii să-și dezvolte abilități cognitive, să dezvolte tehnici de activitate mentală (analiza, sinteză, abstractizare, generalizare, comparație), astfel încât să fie capabili să lucreze în echipă și independent, să facă generalizări și concluzii și să aplice în mod creativ cunoștințe în situații noi.

Pentru a atinge un nivel înalt al procesului educațional, în ceea ce privește dezvoltarea motivației, pot fi utilizate diverse tehnologii, instrumente și metode. Motivația este cel mai important aspect din structura activității educaționale, iar pentru un individ, motivația internă dezvoltată, reprezintă principalul criteriu de formare a acesteia. Motivarea eficientă constă în faptul că elevul primește „plăcere” din activitatea la lecțiile de științe [2].

Organizarea activității educaționale folosind tehnologii STEM într-o școală modernă ajută la rezolvarea problemelor legate de motivația elevilor de învățare.

Utilizarea tehnologiei STEM în predarea astronomiei permite: - formarea cu succes a unei imagini științifice și astronomice a lumii la elevi; - cunoașterea realității înconjurătoare; - crearea condițiilor pentru educația elevilor în conformitate cu cerințele actuale; - activarea activității cognitive a elevilor; - învățarea integrată pe unități de conținut dar nu pe discipline; - aplicarea cunoștințelor științifice și tehnice în viața reală; - dezvoltarea gândirii critice și rezolvarea problemelor; - comunicare activă cu ceilalți elevi și lucru în echipă; - dezvoltarea interesului pentru disciplinele tehnice; - abordare creativă și inovatoare a proiectelor; - pregătirea elevilor pentru inovația tehnologică; - STEM ca o completare la programa școlară [3].

Echipament necesar:

➤ *calculatoare sau laptopuri pentru fiecare grup; ➤ stație de lipit sau ciocan de lipit;*

Software-ul necesar:

➤ *Stellarium, StarChart sau planetarii computerizate similare;*

➤ *Tinkercad-Arduino.*

Consumabile necesare:

➤ *Placa Arduino; ➤ Fire de conexiune; ➤ LED-uri de diferite culori; ➤ Set de rezistențe de 220 Ohm; ➤ Foaie de placaj sau carton; ➤ Consumabile pentru lipire.*

Planificare:

Etapa 1	
Durata în timp preconizată	Scopul etapei
Lecție interactivă cu durată de până la 30 min. și rularea platformei „Stellarium”	<i>De a familiariza cu tematica proiectului și de studia cerul înstelat, inclusiv constelațiile</i>
Activități: • Lecție interactivă referitor la orientarea pe sfera cerească. Prezentare PPT; • Comparăm descrierile cerului înstelat între diferite culturi ale lumii cu cea modernă. • Discutăm modalități de a naviga pe sfera cerească; • Căutăm informații despre hărțile și cataloagele stelelor; • Studiem termenii de bază folosiți în navigația pe sfera cerească; • Studiem tipurile și localizarea constelațiilor cu programul Stellarium: ➤ numele și tipurile stelelor lor cele mai strălucitoare;	

➤ asterisme ale constelațiilor, ➤ compara linii, nume și imagini ale constelațiilor, ➤ comparați constelațiile emisferelor sudice și nordice. • Discutăm referitor la poziția constelațiilor pe sfera cerească. Răspundem la întrebarea „Există vre-o legitate în poziția constelațiilor?” Notă: La sfârșitul primei etape, pentru a consolida materialul, putem utiliza diverse servicii pentru a crea sarcini interactive, jocuri și chestionare, de exemplu: ➤ https://kahoot.com/; https://quizizz.com/; https://learningapps.org/.	
Etapa 2. Proiectarea proiectului	
Durata în timp preconizată	Scopul etapei
30 - 60 min	<i>Elaborarea unei schiță a viitoarei hărți stelare.</i>
Activități: • <i>Fiecare echipă, generează dei despre harta noastră stelară a unei constelații. Discutăm despre aspectul hărții noastre, elementele principale.</i> • <i>Creăm o schiță a viitoarei hărți. Noi decidem asupra materialului de fabricație, mărimea și culoarea cadranelor.</i> • <i>edităm plan de lucru pe hartă, distribuim roluri și sarcini pentru fiecare participant al echipei.</i> Notă: o hartă poate fi creată în paralel de mai multe grupuri. Este important ca fiecare grup să aleagă cel puțin o constelație.	
Etapa 3 realizarea hărții stelare a constelației	
Durata în timp preconizată	Scopul etapei
135 - 315 min	<i>Realizarea harți stelelor (constelației) pentru emisfera nordică cu limitele constelațiilor</i>
Activități: • <i>Lucrul asupra hărții:</i> ➤ <i>trasarea contururilor constelației selectate;</i> ➤ <i>realizarea de harți folosind echipamente Hi-Tech;</i> ➤ <i>familiarizarea cu fundamentele electronicii și principiile de lucru cu microprocesorul Arduino;</i> ➤ <i>lucram asupra iluminării constelației: o stea - un LED. Ținem cont că culoarea LED-ului este legată de tipul de stele, iar luminozitatea stelei este luminozitatea LED-ului. Toate firele de conexiune, cu excepția celor care sunt conectate direct la placa Arduino, sunt lipite.</i> ➤ <i>programarea alimentării LED-uri pe placa Arduino;</i> ➤ <i>căutăm informații despre constelație, le punem într-un fișier, facem un link către fișier sub forma unui cod QR, le imprimăm, le atașăm la constelație;</i> ➤ <i>asamblăm harta cu constelația ;</i> ➤ <i>verificăm funcționalitatea hărții stelare, identificăm problemele, neajunsurile și le eliminăm.</i>	

Rezultatele așteptate ale elevilor

Artefacte:

O hartă (magnet) realizată de elevi pentru a învăța să navighezi pe cerul înstelat.

Abilități soft dezvoltate:

- *abilitatea de a lucra în echipă;*
- *abilitatea de a corela acțiunile cu rezultatele planificate,*
- *abilități de gestionare a timpului;*
- *abilitatea de a stabili și a evalua sarcini;*

- *abilitatea de a transforma imagini mentale în modele și diagrame;*
- *abilitatea de a înregistra rezultatele activităților;*
- *abilitatea de a lucra cu modele și diagrame;*

Abilități Hard dezvoltate:

- *abilitatea de proiectare 2D;*
- *abilități de lucru cu echipamente Hi-Tech;*
- *abilitatea de lipire, instalare, depănare a circuitelor electrice;*
- *abilitatea de lucru pe platforma Tinkercad;*
- *abilitatea de programare a plăcii Arduino (microcontroler);*
- *abilități în aplicarea practică a cunoștințelor în proiectarea circuitelor;*
- *abilități de navigare pe cerul înstelat;*
- *abilități de a lucra cu programul Stellarium.*

Surse suplimentare interactive utilizate pentru învățare, realizarea proiectului și evaluare [3-6].

Concluzie

Evoluțiile metodologice prezentate pot crește entuziasmul elevilor pentru astronomie și tehnologie. În timpul lecțiilor de astronomie din clasă, putem crea o sinergie de colaborare între elevi, profesori și astronomie. Această sinergie reprezintă valoarea adăugată a activităților noastre față de un laborator clasic. Folosind tehnologiile STEM la lecțiile de astronomie, profesorii pot intensifica activitatea cognitivă a elevilor.

Articol realizat în cadrul proiectului de cercetare științifică „Metodologia implementării TIC în procesul studierii științelor reale din perspectiva conceptului STEAM și Inteligenței Artificiale”, cod 040101, în cadrul Programului Instituțional de Cercetare (2024-2027), aprobat de Ministerul Educației și Cercetărilor Republicii Moldova Ordinul nr. 102 din 01.02.2024

Bibliografie

1. MARINCIUC, Mihai, RUSU, Spiridon. *Fizică. Astronomie*. Manual de clasa XII. 2012.
2. CRUDU, Gabriela. *Motivația pentru învățare*. <https://socioumane.wordpress.com/2013/08/27/motivatia-pentru-invatare-o-provocare-gabriela-crudu/>
3. <http://Stellarium.org>
4. <https://kahoot.com/>
5. <https://learningapps.org/>
6. <https://quizizz.com>

UDC: 37.02:52+004

TEHNOLOGIA REALITĂȚII VIRTUALE PENTRU STUDIAREA ASTRONOMIEI

Igor POSTOLACHI, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-1752-5386>

e-mail: postolachi.igor@upsc.md

Valentina POSTOLACHI, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-1977-647X>

e-mail: postolachi.valentina@upsc.md

Catedra de Fizică, Universitatea Pedagogică de Stat "Ion Creangă" din Chișinău,
Republica Moldova

Rezumat. Modernizarea abordărilor de predare a fizicii și astronomiei ar trebui să fie asigurată prin introducerea tehnologiilor actuale de predare. Articolul examinează utilizarea tehnologiei realității virtuale pentru studierea astronomiei în școală. Ca exemplu de tehnologie a realității virtuale pentru studierea astronomiei în școală se folosește programul Stellarium, cu ajutorul căruia se observă fazele planetei Venus, se determină perioada siderală și sinodică a planetei.

Cuvinte cheie: realitate virtuală, Stellarium, astronomie, fazele Venus, perioadă siderală, perioadă sinodică.

VIRTUAL REALITY TECHNOLOGY FOR THE STUDY OF ASTRONOMY

Abstract. Modernization of physics and astronomy teaching approaches should be ensured by introducing current teaching technologies. The article examines the use of virtual reality technology for the study of astronomy in school. As an example of virtual reality technology for studying astronomy in school, the Stellarium program is used, with the help of which the phases of the planet Venus are observed, the sidereal and synodic period of the planet is determined.

Key words: virtual reality, Stellarium, astronomy, Venus phases, sidereal period, synodic period

Introducere

Disciplinele academice Fizică și Astronomia au o contribuție semnificativă la formarea sistemului de cunoștințe referitor la lumea din jurul nostru, asigurând că elevii/studentii își dezvoltă o imagine fizică unificată a lumii, o viziune științifică asupra lumii, la dezvoltarea abilităților lor intelectuale - creative și la pregătirea pentru viață în condiții moderne.

Rezultatele studiului internațional comparativ PISA și ale altor lucrări naționale de testare a cunoștințelor indică faptul că în metodele de predare a fizicii și astronomiei se acordă o atenție insuficientă formării și dezvoltării competențelor precum stabilirea unei probleme de cercetare, prezentarea de ipoteze științifice și propunerea de modalități de testare a acestora, determinarea unui plan de cercetare și interpretarea rezultatelor acestuia, utilizarea tehnicilor care sporesc fiabilitatea datelor obținute.

În procesul de învățare, nu sunt oferite suficiente sarcini, în care este necesar să se explice un fenomen natural pe baza cunoștințelor existente, pentru a prezice în mod rezonabil dezvoltarea unui proces. Rezultatele cercetării internaționale și datele examenelor de la sesiunea de BAC indică un dezechilibru în formarea metodelor de activitate: cele mai înalte rezultate se obțin la îndeplinirea sarcinilor de reproducere a cunoștințelor și aplicarea acestora în situații educaționale tipice, dificultăți se înregistrează la efectuarea aplicării cunoștințelor în situații modificate la explicarea fenomenelor și descrierea experiențelor observate. Analiza seturilor educaționale și metodologice existente demonstrează o saturație insuficientă cu sarcini care formează abilități complexe de a construi raționament logic, de a explica rezultatele experimentelor, de a formula independent ipoteze și de a efectua cercetări.

Rezultatele cercetărilor arată că sunt necesare schimbări în metodele de rezolvare a problemelor și situațiilor problemă, care ar trebui să vizeze nu memorarea metodelor de rezolvare a problemelor standard, ci predarea capacității de a alege independent un model fizic atunci când se rezolvă o situație problemă și să justifice alegerea necesarului.

Modernizarea abordărilor de predare a fizicii și astronomiei ar trebui să fie asigurată prin introducerea tehnologiilor actuale de predare, cum ar fi:

- tehnologie pentru utilizarea modelării computerizate în procesul de învățare prin cercetare;
- tehnologie bazată pe utilizarea tabletelor și a telefoanelor mobile;
- tehnologia cooperării în învățare, adică lucrul în grupuri mici de cooperare;
- tehnologia de clasei „inversate”, adică studiu independent de material nou înainte de lecție;
- tehnologia realității virtuale;
- tehnologie pentru dezvoltarea deprinderilor experimentale ale elevilor.

Este recunoscut, că metoda prioritară sunt activitățile de cercetare bazate pe proiecte ale elevilor/studentilor, care au un caracter integrativ și se desfășoară pe baza unui nou mediu educațional, care face elevii participanți activi la procesul de învățământ și oferă oportunitatea unei largi opțiuni în domeniu de dezvoltare profesională viitoare bazată pe științe fundamentale ale naturii și pregătirea matematică.

Fazele planetei Venus reprezintă o schimbare periodică a aspectului emisferei iluminate de Soare văzută de pe Pământ. Ele sunt asemănătoare cu fazele Lunii. Dimensiunea discului vizibil al planetei se modifică odată cu fazele sale. Această modificare se explică prin poziții relative diferite ale Pământului în raport de Venus, care se mișcă în jurul Soarelui [1].

Fazele lui Venus au fost descoperite pentru prima dată de Galileo Galilei în 1610-1611 [2].



Figura 1. Schiță a fazelor lui Venus realizată de Galileo Galilei în 1610
(Muzeul Științei, Florența) [2]

Descoperirea fenomenului fazelor lui Venus a devenit o dovadă serioasă a teoriei heliocentrice a sistemului solar al lui Copernic și, în consecință, o infirmare a sistemului geocentric al lumii lui Ptolemeu (Fig.2). Într-o scrisoare către Benedetto Castelli, Galileo a afirmat că existența fazelor lui Venus indică veridicitatea sistemului heliocentric [2].

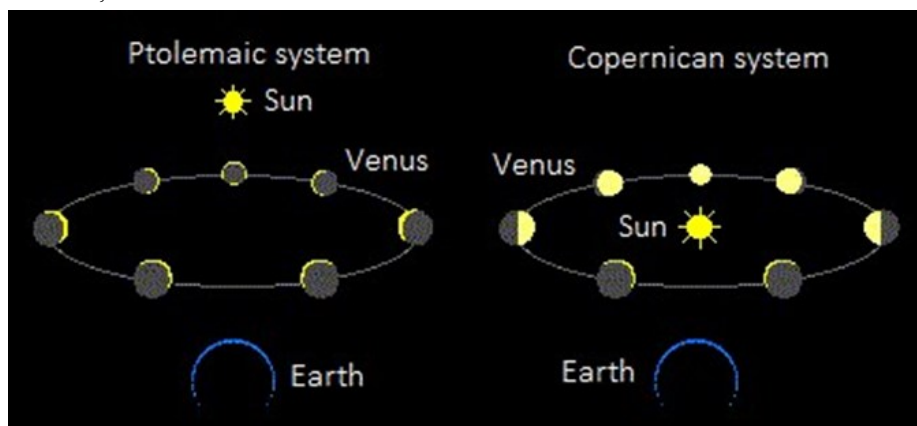


Figura 2. Fazele planetei Venus pentru modelul Ptolemeu și modelul Copernic [2]

Fazele lui Venus pot fi observate în condiții favorabile folosind un telescop cu diametrul obiectivului de 60 mm sau mai mult. În ciuda acestui fapt, unele surse susțin că fazele lui Venus pot fi văzute cu ochiul liber [3].

Lucrare de laborator: Studiul fazele planetei Venus

Galileo Galilei este faimos în mod justificat pentru multe descoperiri atât în fizică, cât și în astronomie. Deși era fascinat de fenomenul de gravitație și mișcarea cinematică, însă una din cele mai valoroase descoperiri este, fără îndoială, fazele lui Venus. Observând și înregistrând cu atenție progresia fazelor planetei Venus similare cu fazele Lunii, el a reușit să demonstreze imposibilitatea modelului geocentric complicat al lui Ptolemeu.

Folosind programul Stellarium [4], putem repeta observațiile lui Galileo Galilei, plasându-ne în același timp și loc, 1610, Pisa, Italia.

Obiectivele lucrării:

- Familiarizarea cu programul Stellarium;
- Observarea și interpretarea schimbării aspectului planetei Venus de-a lungul unui an venusian;

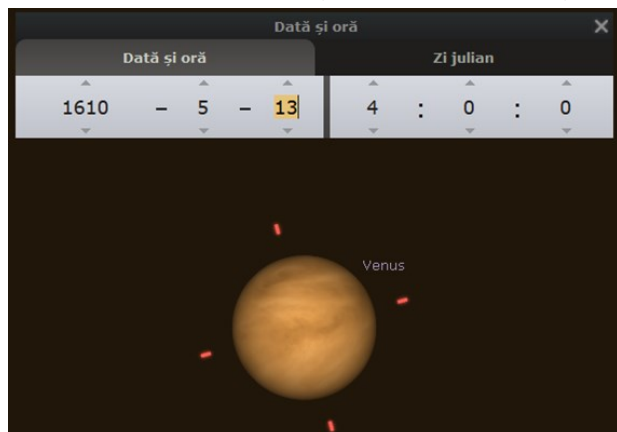
- Determinarea perioadelor orbitale sinodice și siderale pentru planeta Venus.

Mersul lucrării:

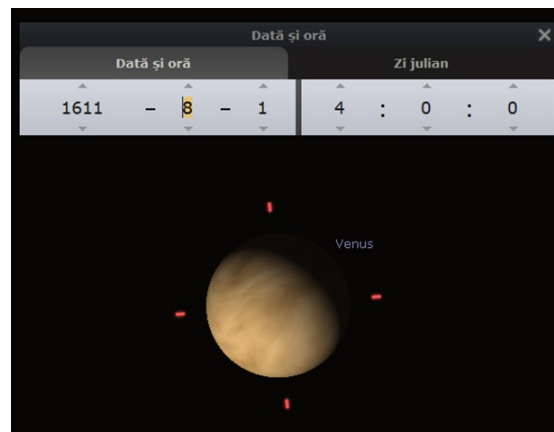
1. Lansăm programul Stellarium: Pe ecran va apărea cerul văzut din locația Dvs la ora dată;
2. Setăm locația. În caseta de căutare a ferestrei de locație, **tastați „Pisa”** și selectați **Pisa, Italia** ca locație.
3. Setăm data și ora de pe timpul lui Galilei: **01 ianuarie 1610** și ora la **00:00:00**.
4. Bifați etichetele constelațiilor. Localizați careva constelații ale căror forme le cunoașteți.
5. Schimbați în fereastra de localizare data: **01 aprilie 1610**. Mențineți ora setată: **00:00:00**.
6. În fereastra de căutare tipărim **Venus**. Din lista apărută selectăm planeta **Venus**.
7. Mărim imaginea planetei pentru a-i observa faza.
8. Avansăm timpul (ziua) până când Venus este complet iluminat (**100,0%**) și înregistrați data. Utilizați tabelul de mai jos ca model pentru înregistrarea datelor Dvs.
9. Urmăriți schimbarea fazei: apăsați bara de spațiu o dată pentru a menține Venus centrat în câmpul Dvs. vizual, apoi măriți până când faza este evidentă.
10. Continuați să avansați treptat până când **Venus** este cel mai puțin iluminat. Rețineți că această valoare nu va fi exact **0,00%**. Odată ce vă apropiați de momentul când este **Venus Nou**, trebui să avansați timpul cu **zile**, se poate și **ore**. Înregistrați în tabel data fazei nouă a planetei Venus.

Data/ANUL	Iluminarea (%)	Faza planetei	Magnitudinea aparentă	Diametrul aparent (")	Distanța (UA)
1 aprilie 1610	98,3		-3,88	9,90	1,686
1 mai 1610	99,9		-3,90	9,65	1,730
13 mai 1610	100	Venus plină	-3,90	9,63	1,734
1 iunie 1610	99,5		-3,9	9,68	1,724
1 decembrie 1610	57,9		-4,37	21,11	0,791
18 decembrie 1610	50,0	Primul pătrar	-4,54	25,11	0,655
1 ianuarie 1611	41,8		-4,70	29,74	0,561
1 februarie 1611	17,4		-4,87	47,14	0,354
26 februarie 1611	1,1	Venus nou	-4,22	60,23	0,277
1 martie 1611	1,4		-4,25	59,87	0,279
1 mai 1611	47,0		-4,5	25,92	0,644
8 mai 1611	50,0	Ultimul pătrar	-4,42	23,55	0,700
1 iunie 1611	61,3		-4,19	18,74	0,891
1 decembrie 1611	99,9		-3,92	9,77	1,708
19 decembrie 1611	100	Venus plină	-3,92	9,76	1,710

11. După ce ați găsit Venus nou, avansați timpul până când veți observa faza **Venus plină**. Înregistrați data observării în tabel.
12. Pe parcurs observați datele când aveți **faza primul pătrar și ultimul pătrar**.



**Figura 3. Faza Venus plină
din 13 mai 1610**



**Figura 4. Faza Primul pătrar
din 18 decembrie 1610**

Determinarea perioadei sinodice a planetei Venus

Def. Intervalul de timp dintre două faze pline a planetei reprezintă perioada sinodică.

13. Pentru a determina intervalul de timp dintre observații putem utiliza un program de conversie a unităților de timp online [5]. Această aplicație vă va converti timpul în zile.
14. Din tabel selectăm data primei și data pentru a doua fază plină a planetei Venus. Aceste date le introducem în ferestrele respective ale aplicației [5]
15. Determinăm eroarea relativă a măsurărilor realizate după relația:

$$\varepsilon = \frac{T_a - T_e}{T_a} \cdot 100\%, \text{ unde } T_a - \text{este perioada sinodică acceptată,}$$

T_e – perioada sinodică măsurată (experimentală)

Valoarea acceptată pentru perioada sinodică a lui Venus este de 583,9 zile.

Perioada siderală a lui Venus

Pentru a măsura perioada siderale a planetei Venus, vom folosi o stea de referință, dar trebuie să abordăm măsurarea puțin diferit. Vom folosi ca sistem de referință Soarele. Setați locația: În caseta de căutare a ferestrei de locație, începeți să tastăm o localitate ce se află la ecuator (Africa, America, Asia).

16. Stabilim data 11 iulie 2024 și găsim planeta Venus. Localizăm planeta Venus. Înaintăm până când apare în apropiere de planeta Venus o stea. Fixăm timpul.
17. Avansăm timpul până când planeta Venus apare în aceeași poziție relativ de steaua selectată anterior.
Diferența dintre aceste două intervale de timp reprezintă perioada siderală a planetei. Perioada acceptată este de 224,7 zile.
18. Determină perioada siderală a planetei Venus după relația:

$$\frac{1}{P_V} = \frac{1}{P_T} + \frac{1}{S_V}$$

19. Comparăm perioadele teoretică și experimentală.

Concluzie

E timpul să ne dăm seama, că metoda prioritară de învățare sunt activitățile de cercetare bazate pe proiecte ale elevilor/studenților, care au un caracter integrativ și se desfășoară pe baza unui nou mediu educațional, care face elevii participanți activi la procesul de învățământ și oferă oportunitatea unei largi opțiuni în domeniu de dezvoltare profesională viitoare bazată pe științe fundamentale ale naturii, tehnologie și pregătirea matematică.

Articol realizat în cadrul proiectului de cercetare științifică „Digitalizarea procesului de formare inițială a cadrelor didactice pentru asigurarea unui demers didactic eficient, în context cu solicitările pieței muncii”.

Bibliografie

1. TIRON, Ștefan, NACU, Ion. *Astronomie*. Chișinău: Liceum, 2015. 416 p.
2. <https://www.aeronomie.be/en/encyclopedia/venus-phases-not-line-geocentric-model>
3. <https://www.cabinet.ox.ac.uk/phases-venus-1610-23>
4. <https://stellarium.org/>
5. http://www.onlineconversion.com/days_between_advanced.htm.

UDC: 37.02:514.7

**EXPLORAREA UNOR PROBLEME DE GEOMETRIE PLANĂ
LEGATE DE CONSTRUIREA POLIGOANELOR
PE LATURILE TRIUNGHIULUI. ASPECTE PSIHODIDACTICE**

Marcel TELEUCA, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0003-1730-5284>

e-mail: marcel.teleuca@math.usm.md

Universitatea de Stat din Moldova, IMI „V. Andrunachievici”

Larisa SALI, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0003-1172-3055>

e-mail: sali.larisa@upsc.md

Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă”, Republica Moldova

Rezumat. În articol sunt analizate modalități de tratare didactică a conținuturilor matematice din perspectiva abordării psihodidactice. Sunt expuse opiniile autorilor privind unele posibilități de creare a mediilor de învățare axate pe extinderea zonei proximei dezvoltări pentru elevii capabili de performanțe înalte la matematică.

Cuvinte cheie: competență matematică, îmbogățire curriculară, zona proximei dezvoltări, problematizare, metoda investigației.

**EXPLORATION OF SOME PLANE GEOMETRY PROBLEMS RELATED
TO THE CONSTRUCTION OF POLYGONS ON THE SIDES
OF THE TRIANGLE. PSYCHODIDACTIC ASPECTS**

Summary. The article analyzes ways of didactic treatment of mathematical contents from the perspective of the psychodidactic approach. The authors' opinions on some possibilities of creating learning environments focused on expanding the area of next development for students capable of high performance in mathematics are exposed.

Key words: mathematical competence, curricular enrichment, area of next development, problematization, investigation method.

Dezvoltarea competențelor matematice ale elevilor capabili de performanțe înalte se axează pe implicarea lor în rezolvare de probleme dar și pe aplicarea la clasă a strategiilor didactice ce rezultă din principiul problematizării.

Ideea principală a învățământului problematizat constă în faptul că o parte din cunoștințe nu trebuie transmise elevilor de-a gata și urmează să fie folosite pentru descoperiri independente. Elevii înving dificultăți cognitive pe care profesorul le introduce conștient și sistematic în procesul educațional. O situație problemă, raportată la individ, caracterizează starea mentală a individului în momentul apariției unor dificultăți de ordin intelectual pentru care acesta deține experiență sau cunoștințele necesare.

Situația problemă apare atunci când subiectul se ciocnește de o contradicție pe care nu o înțelege, referitor la care simte nedumerire, manifestă emoții de disconfort, se crează un conflict cognitiv. Această stare trebuie să culmineze cu formularea unei întrebări la care elevul nu găsește răspunsul. Sistemul situațiilor de problemă alcătuiește baza instruirii problematizate însă crearea acestui sistem este o sarcină didactică foarte complexă.

Problematizarea ca principiu didactic se sprijină pe diverse metode în care principala activitate este dobândirea independentă a cunoștințelor. În dependență de gradul de activitate cognitivă independentă a elevilor și rolul profesorului în organizarea învățământul problematizat distingem trei niveluri de realizare: expunerea problematizată; conversația problematizată; problematizarea ca metodă de investigație.

Metoda investigației presupune organizarea cercetărilor independente a elevilor. În acest caz profesorul formulează scopul activității de cunoaștere și elevilor le revine sarcina de a formula și rezolva independent situația problemă apărută. Profesorul ghidează elevii care întâmpină dificultăți.

În acest context, vom evidenția conceptul de *zonă a proximei dezvoltări* (ZPD) introdus de psihologul Lev Vygotsky, care oferă o înțelegere importantă a învățării, dar implicațiile acesteia pentru profesori sunt adesea neclare sau limitate și ar putea fi explorate în continuare.

Vygotsky susținea că pentru a determina nivelul dezvoltării intelectuale a unui elev este mai bine să examinăm capacitatea lui de a rezolva problemele independent și capacitatea de a rezolva problemele cu ajutorul unui „expert”, decât să evaluăm ceea ce știe. La

întrebarea: „Dacă doi copii au aceleași rezultate la un test, nivelurile lor de dezvoltare intelectuală sunt aceleași?” Vygotsky concluziona că răspunsul este „Nu!” [4].

Rob Wass și Clinton Golding au cercetat, în baza analizei conceptuale, aplicarea tehnologiilor didactice axate pe ZPD în contextul dezvoltării gândirii critice la studierea zoologiei. Concluziile autorilor au fost următoarele: profesorii ar trebui să propună sarcini pe care elevii nu le pot realiza independent, dar pe care le pot face cu asistență; ei ar trebui să ofere suficientă asistență pentru ca elevii să învețe să îndeplinească sarcinile în mod independent și, în cele din urmă, profesorii vor contribui la sporirea performanțelor în învățare, organizând mediul de învățare astfel, încât să le permită elevilor să îndeplinească sarcini mai grele decât ar fi posibil altfel și atribuind cele mai grele sarcini pe care elevii le pot face cu asistență [8].

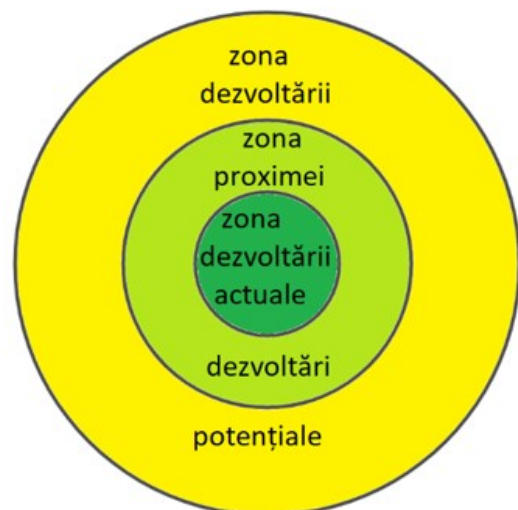


Figura 1. Zona proximei dezvoltări

Orice funcție din zona de dezvoltare proximală se maturizează într-un anumit context intern care include nu numai nivelul actual al funcției, ci și cât de susceptibil este copilul la tipuri de ajutor, succesiunea în care aceste tipuri de ajutor sunt oferite, flexibilitatea sau rigiditatea, stereotipurile formate anterior, cât de dispus este copilul să colaboreze cu alți factori. Acest context poate afecta diagnosticarea nivelului potențial de dezvoltare al unei funcții.

Wass și Golding leagă schimbările din mediul de predare cu schimbările în dimensiunea ZPD. Mediul de predare – inclusiv practicile și normele obișnuite – oferă suport general elevilor, permițându-le să îndeplinească o serie de sarcini, în timp ce eșafodajul (din engl. *scaffolding*, trad. autorilor) oferă suport specific pentru sarcini specifice. Dacă profesorii creează un mediu propice pentru un anumit tip de sarcină, acest lucru va permite elevilor să abordeze sarcini mult mai dificile și astfel să învețe să facă mai mult decât ar putea face într-un mediu mai puțin propice. De exemplu, dacă elevii se află într-un mediu de învățare în care greșelile sunt acceptabile, în care au suficient timp pentru a finaliza problemele și unde se oferă feedback prompt, probabil că vor putea îndeplini sarcini mai complexe și mai problematice, ei ar avea ZPD mai extinsă decât într-un mediu în care greșelile sunt ridiculizate, în care timpul este puțin și în care nu se oferă feedback și, astfel, ar putea învăța să facă mai mult.

Pornind de la reprezentarea ZPD cu ajutorul diagramelor circulare concentrice (Figura 1), autorii prezintă schematic efectul lărgirii acestei zone în dinamică, evidențiind constanța zonei în care elevul rezolvă sarcinile fără asistență din exterior (Figura 2).

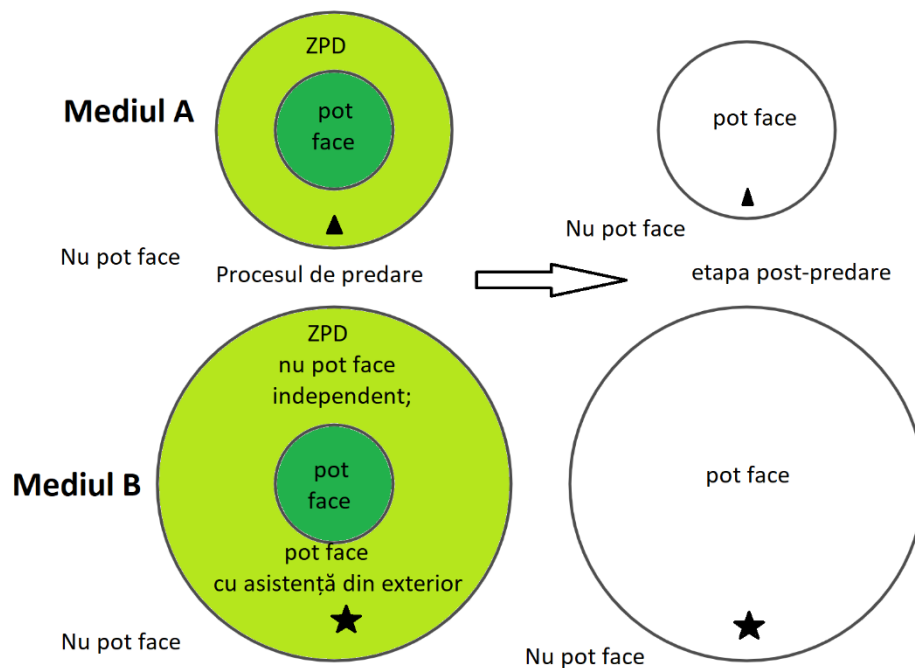


Figura 2. Mediul B este mai propice învățării anumitor sarcini decât mediul A, iar rezultatul este - ZPD mai largă [8]

Didacticienii și practicienii au dezvoltat principii de proiectare a sarcinilor și procedee didactice prin care este valorificat potențialul problematizării în învățământul matematic și se pretează la lărgirea zonei proximei dezvoltări pentru subiecții implicați în procesul educațional. Vom evidenția câteva, care și-au demonstrat eficacitatea în practică:

- rezolvarea problemelor cu conținut practic;
- aplicarea transformărilor/funcțiilor/aplicațiilor și soluționarea problemei pe un alt model matematic;
- reformularea problemelor prin înlocuirea întrebării sau concluziei cu propoziții caracterizate ca vagi;
- identificarea bazei științifice a demonstrației/rezolvării;
- cercetarea căilor de soluționare a problemei în condiții de restricționare a tipurilor de instrumente sau metode care pot fi utilizate;
- alegerea celor mai raționale metode de rezolvare;
- compunerea problemelor după figuri, scheme sau formule date;
- compunerea problemelor reciproce;
- compunerea problemelor prin analogie cu alte probleme rezolvate;
- stabilirea incorectitudinilor în raționamente și corectarea lor;
- restabilirea figurilor după un număr minim de elemente cunoscute;
- construirea unor figuri în care anumite elemente sunt inaccesibile ș.a.
- crearea sarcinilor deschise la diferite ipoteze legitime, lăsând intenționat unele dintre ipotezele sarcinii implicite sau nespecificate;
- crearea sarcinilor care să permită răspunsuri diferite ce par contradictorii, dar care sunt legitime conform ipotezelor legitime respective despre sarcină;
- crearea sarcinilor în care este implicată posibilitatea unor răspunsuri legitime diferite, dacă astfel de răspunsuri sunt posibile, dar nu pot fi produse de către elevi înșiși [1, 3, 6, 7].

Vom ilustra cum funcționează unele procedee examinând diverse probleme de geometrie plană legate de construirea poligoanelor pe laturile triunghiului. Am numit ciclul de probleme propus în continuare „*probleme despre triunghiuri cu aripioare*”.

1. Relații metrice în triunghi. Teorema lui Pitagora

Problemă practică: Avem la dispoziție două plăci de faianță de formă pătrată: 9dm^2 și 16dm^2 . Plăcile sunt destinate să acopere o suprafață pătrată cu aria 25dm^2 . Arătați cum pot fi tăiate plăcile, efectuând un număr minim de tăieturi.

Sarcina a fost compusă în baza figurii utilizate la demonstrarea teoremei lui Pitagora prin construirea pătratelor pe laturile triunghiului dreptunghic în exteriorul triunghiului. Inclusiv, s-a ținut cont de faptul că elevii recunosc triunghiul pitagoreic cu laturile de lungimi proporționale cu numerele 3, 4, 5.

Sarcina are un caracter deschis la diferite ipoteze legitime, și unele dintre ipotezele sarcinii au fost lăsate intenționat implicite sau nespecificate.

Vom accentua în această situație faptul că, în afară de teorema lui Pitagora, în zona dezvoltării actuale vom include proprietățile: aditivitatea ariei suprafețelor plane; figurile echicompuse sunt echivalente (au arii egale); poligoanele regulate de acelaș tip sunt figuri asemenea. Una dintre soluții poate fi identificată în baza imaginii din Figura 3. Figura 4 ilustrează o soluție pentru cazul în care nu este respectată cerința ca numărul de tăieturi să fie minim.

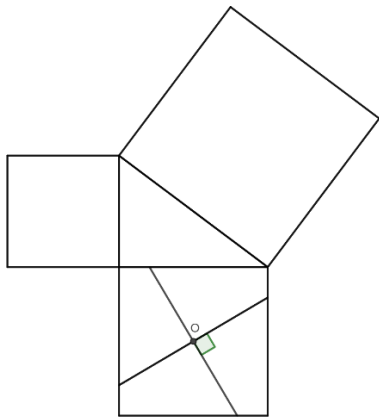


Figura 3. a)

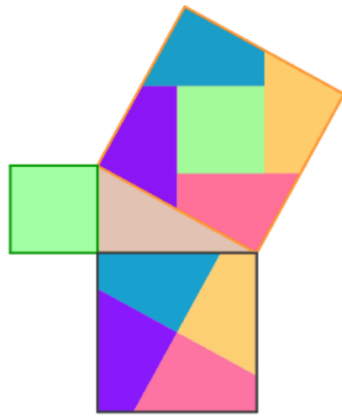


Figura 3. b)

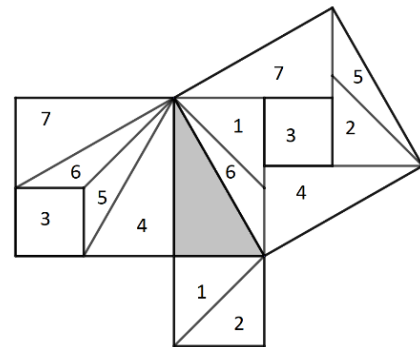


Figura 4.

Următoarele întrebări vor permite lărgirea ZPD:

- Dacă pe laturile triunghiului dreptunghic construim triunghiuri echilaterale, se va respecta proprietatea: suma ariilor triunghiurilor echilaterale construite pe catete este egală cu aria triunghiului echilateral construit pe ipotenuză?
- Dacă pe laturile triunghiului dreptunghic construim pentagoane regulate, se va respecta proprietatea: suma ariilor pentagoanelor regulate construite pe catete este egală cu aria pentagonului regulat construit pe ipotenuză?
- Dacă pe laturile triunghiului dreptunghic construim poligoane regulate cu n laturi, se va respecta proprietatea: suma ariilor poligoanelor regulate construite pe catete este egală cu aria poligonului regulat construit pe ipotenuză?
- Dacă construim semicercuri cu diametrele pe laturile triunghiului dreptunghic, se va respecta proprietatea: suma ariilor semicercurilor construite pe catete este egală cu aria semicercului regulat construit pe ipotenuză?

2. Configurații în care pe laturile triunghiului sunt construite triunghiuri dreptunghice

Evidențiem că problemele 1 și 2 propuse în continuare permit crearea sarcinilor deschise la diferite ipoteze legitime. Problema 1 a fost selectată din considerentele că metoda de rezolvare consolidează procedeul de demonstrație prin construirea unor pătrate pe laturile triunghiului. „Aripioarele” se transformă din triunghiuri dreptunghice isoscele

– în pătrate. Problema 2 modelează situația când „aripioarele” declarate în ipoteză se transformă din triunghiuri dreptunghice în triunghiuri isoscele.

În zona dezvoltării actuale vom include proprietățile: criterii de congruență a triunghiurilor; măsurile unghiurilor cu laturi perpendiculare; rotația ca transformare isometrică; proprietățile liniei mijlocii a triunghiului; proprietățile înălțimii duse la baza triunghiului isoscel.

Problema 1. Fie dat triunghiul ABC . În exteriorul lui sunt construite triunghiurile dreptunghice isoscele ADB, BEC și CFA , astfel încât laturile $AD = DB, BE = EC$ și $AF = FC$. Demonstrați că DE este perpendicular pe BF .

Soluție

Figura 5 a), b), c) reflectă diverse cazuri posibile pentru unghiul B – ascuțit, drept, obtuz.

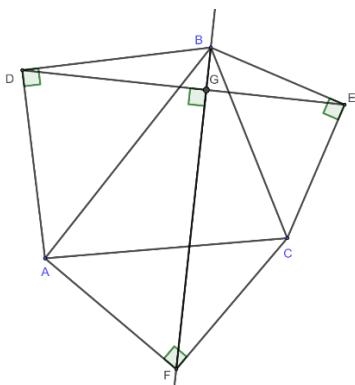


Figura 5. a)

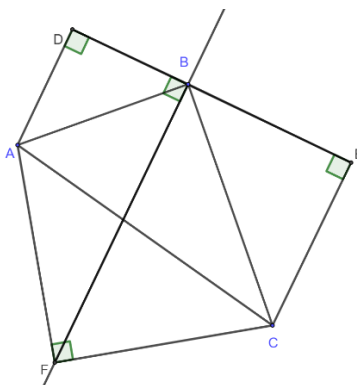


Figura 5. b)

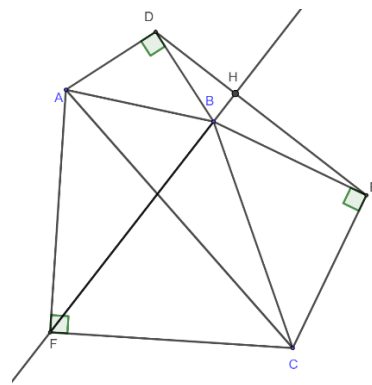


Figura 5. c)

Vom demonstra afirmația pentru cazul când unghiul B este ascuțit.

Construim în exteriorul triunghiului ABC pătratele $BXYC$ și $CUVA$. Punctele B, E, Y sunt coliniare și A, F, U sunt coliniare.

Observăm că $\Delta CYA \equiv \Delta CBU$, fiind obținute unul din altul prin rotirea în jurul punctului C cu 90° . Atunci $AY \equiv BU$ și $AY \perp BU$.

Fie M mijlocul laturii AB . Segmentul ME este linie mijlocie în ΔABY și segmentul MF este linie mijlocie în ΔABU . Atunci din (1) rezultă că $ME \equiv MF$ și $ME \perp MF$.

Dacă rotim ΔBMF cu 90° în jurul punctului M , atunci punctul B trece în D și punctul F trece în punctul E . Triunghiurile BMF și DME sunt congruente și au laturile reciproc perpendiculare două câte două.

Rezultă că DE este perpendicular pe BF .

Problema 2. Din vârful A al triunghiului ABC sunt construite perpendicularele AX și AY la bisectoarele unghiurilor exterioare B și C .

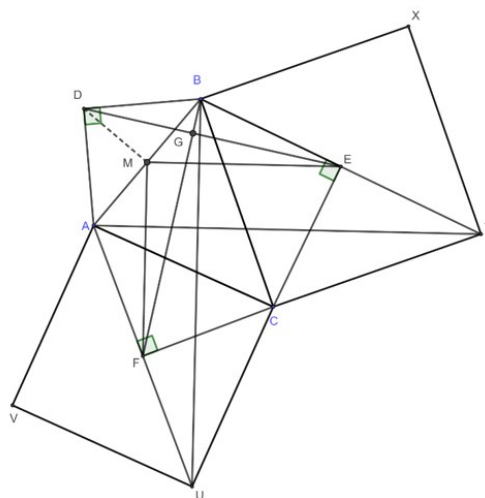


Figura 6.

Demonstrați că lungimea segmentului XY este egală cu semiperimetrul triunghiului $\triangle ABC$.

Soluție

Fie $AX \cap BC = \{F\}$ și $AY \cap BC = \{L\}$

Atunci CX este bisectoare și înălțime în triunghiul ACF , prin urmare $\triangle ACF$ este isoscel cu baza AF și X este mijlocul laturii AF .

Prin analogie urmare $\triangle ABL$ este isoscel cu baza AL și Y este mijlocul laturii AL .

Atunci XY este linia mijlocie în $\triangle AFL$ și

$$XY = \frac{1}{2}FL = \frac{1}{2}(FC + CB + BL) = \frac{1}{2}(AC + CB + BA) = p_{\triangle ABC}.$$

Următoarele întrebări vor permite lărgirea ZPD:

- Cum se modifică demonstrația în cazul triunghiului dreptunghic/obtuzunghic?
- Cum puteți optimiza raționamentele expuse în demonstrație?
- Care va fi concluzia dacă în Problema 2 sunt considerate bisectoarele unghiurilor interioare?

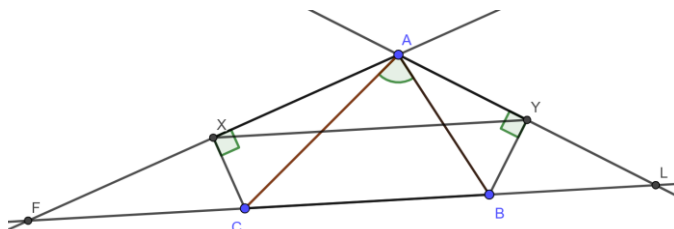


Figura 7.

3. Configurații în care pe laturile triunghiului dat sunt construite triunghiuri care îl completează pe cel dat până la un triunghi echilateral

Problemele 3 și 4 se raportează la categoria de sarcini care conțin raționamente ce par contradictorii, dar care sunt legitime conform ipotezelor legitime. În concluzie sunt identificate obiecte care coincid ca mulțimi de puncte.

În zona dezvoltării actuale vom include: criteriile de congruență a triunghiurilor; proprietățile triunghiurilor regulate; rotația ca transformare isometrică; echivalența figurilor; teorema cosinusului.

Problema 3. Laturile triunghiului ABC sunt prelungite în afara triunghiului și pe prelungiri sunt luate punctele A_1, B_1, C_1 , astfel încât $BC_1 = AC$, $AB_1 = CA_1 = AB$. Se știe că $\triangle A_1B_1C_1$ este echilateral (Figura 8). Demonstrați că $\triangle ABC$ este echilateral.

Soluție

Observăm că $\triangle AB_1C_1 \equiv \triangle A_1B_1C$ (criteriul LLL), prin urmare $\angle CB_1A_1 \equiv \angle B_1C_1A$ și $\angle C_1B_1A \equiv \angle B_1A_1C$.

Dar atunci $\angle C_1A_1B \equiv \angle CB_1A_1$ și $\angle A_1C_1B \equiv \angle B_1A_1C$, deoarece unghiurile triunghiului $\triangle A_1B_1C_1$ sunt congruente.

Astfel $\triangle A_1BC_1 \equiv \triangle AB_1C_1$, prin urmare $\angle C_1AB_1 \equiv \angle A_1BC_1 \equiv \angle B_1CA_1$.

Atunci unghiurile triunghiului ABC sunt congruente, adică el este echilateral.

Problema 4. Laturile triunghiului ABC sunt prelungite în afara triunghiului și pe prelungiri sunt luate punctele A_1, B_1, C_1 , astfel încât $AB = BB_1$, $BC = CC_1$, $CA = AA_1$. Se știe că $\Delta A_1B_1C_1$ este echilateral (Figura 9. a)). Demonstrați că și ΔABC este echilateral.

Soluție

Construim segmentele A_1B , B_1C , C_1A . În acest mod triunghiul $A_1B_1C_1$ a fost divizat în 7 triunghiuri echivalente (cu arii egale).

De aceea $A_{\Delta A_1B_1C} = 2A_{\Delta A_1C_1C}$.

Construim înălțimile B_1M , C_1P în aceste triunghiuri.

Fie $A_1C \cap B_1C_1 = \{N\}$. Atunci $B_1M = 2C_1P$ și triunghiurile B_1MN și C_1PN sunt asemenea, cu coeficientul de asemănare egal cu 2. Prin urmare, dreapta A_1C împarte segmentul B_1C_1 în raportul 2:1.

Analog, dreptele B_1A și C_1B împart segmentele A_1C_1 și A_1B_1 în raportul 2:1.

Prin rotirea întregii figuri cu 120° în jurul centrului triunghiului $A_1B_1C_1$, figura se va suprapune pe sine însăși, ceea ce demonstrează că triunghiul ABC este echilateral.

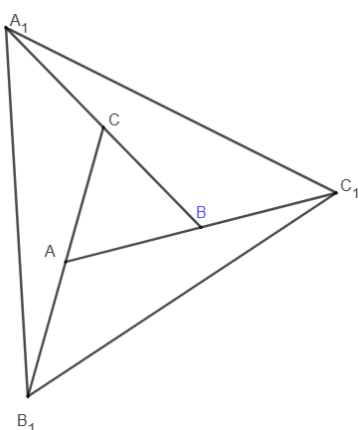


Figura 8.

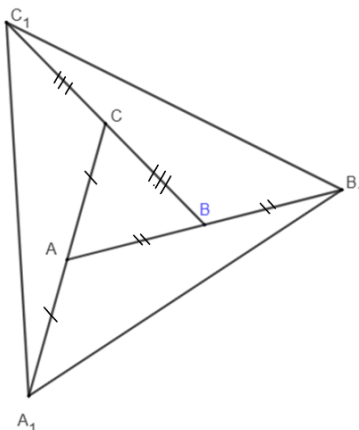


Figura 9. a)

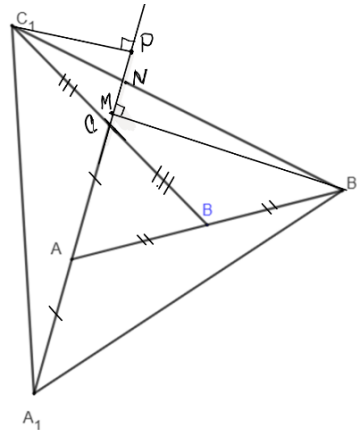


Figura 9. b)

Următoarele întrebări vor permite lărgirea ZPD:

Care va fi configurația, dacă pe prelungirile laturilor triunghiului ABC sunt depuse segmente care au lungimi proporționale laturilor triunghiului ABC ?

Cu se modifică situația dacă $\Delta A_1B_1C_1$ este scalen?

Care va fi relația între perimetrele (ariile) ΔABC și $\Delta A_1B_1C_1$?

4. Configurații în care pe laturile triunghiului dat sunt construite triunghiuri isoscele și concurența unor linii conduce la concurența altor linii

Problema 5 se referă la identificarea bazei științifice a demonstrație. În zona dezvoltării actuale vom include: proprietățile mediatoarelor laturilor triunghiului; proprietățile triunghiurilor isoscele.

Problema 5. În exteriorul triunghiului ABC sunt construite triunghiurile isoscele BCD , CAE și ABF cu bazele BC, CA, AB respectiv. Demonstrați că perpendicularele duse din vârfurile A, B, C pe dreptele EF, ED, DE sunt concurente [5].

Soluție.

Evident că perpendicularele duse din D, E, F pe laturile BC, AC, AB sunt concurente în centrul cercului circumscribit triunghiului ABC . Dar atunci triunghiurile ABC și DEF sunt ortologice. De unde rezultă concluzia.

Clarificarea proprietăților triunghiurilor ortologice va permite lărgirea ZPD.

Se spune că două triunghiuri sunt ortologice dacă perpendicularele de la vârfurile unuia dintre ele la laturile corespunzătoare ale celuilalt sunt concurente. Aceasta este o proprietate simetrică; adică dacă perpendicularele de la vârfurile A, B, C ale triunghiului $\triangle ABC$ la laturile EF, FD, DE ale triunghiului $\triangle DEF$ sunt concurente, atunci perpendicularele de la vârfurile D, E, F ale $\triangle DEF$ la laturile BC, CA, AB din $\triangle ABC$ sunt de asemenea concurente (demonstrație dată de Steiner în 1827). Punctele de concurență sunt cunoscute sub denumirea de centre ortologice ale celor două triunghiuri.

5. Configurații în care pe laturile triunghiului dat sunt construite triunghiuri echilaterale și centrele lor sunt vârfuri ale unor triunghiuri echilaterale

Teoremă. Dacă pe laturile unui triunghi scalen, în exteriorul lui, sunt construite triunghiuri echilaterale, atunci centrele acestora sunt vârfuri ale unui triunghi echilateral [2].

Teorema este atribuită lui Napoleon Bonaparte, dar acest fapt trezește dubii. În acest context, este cunoscut că generalul Napoleon Bonaparte se considera „puțin matematician”, interesându-se în mod deosebit de geometrie. În particular, este răspândită o istorioară despre una dintre discuțiile sale cu Lagrange și Laplace, în timpul căreia Laplace l-a întrerupt brusc pe Napoleon, spunându-i: „Cel mai puțin dintre toate, noi așteptăm de la dvs, generale, o lecție de geometrie”. În noiembrie 1799, imediat după preluarea puterii prin lovitura de stat din 18 Brumaire (9 Noiembrie 1799), Napoleon l-a numit pe Laplace în funcția de ministru de interne. Numirea, însă, a durat doar șase săptămâni, după care Lucien Bonaparte, fratele lui Napoleon, a primit postul. Evident, odată ce stăpânirea lui Napoleon a fost sigură, nu era nevoie de un om de știință prestigios, dar fără experiență în guvern [2].

Vom exersa compunerea problemelor prin analogie cu alte probleme rezolvate.

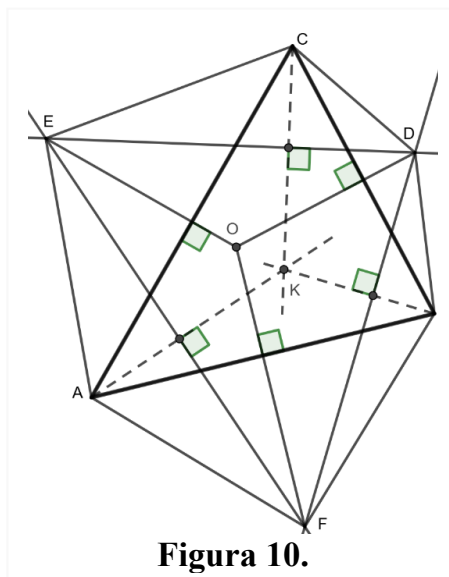


Figura 10.

În zona dezvoltării actuale vom include: proprietățile triunghiurilor echilaterale; congruența triunghiurilor; rotația ca transformare izometrică; asemănarea triunghiurilor.

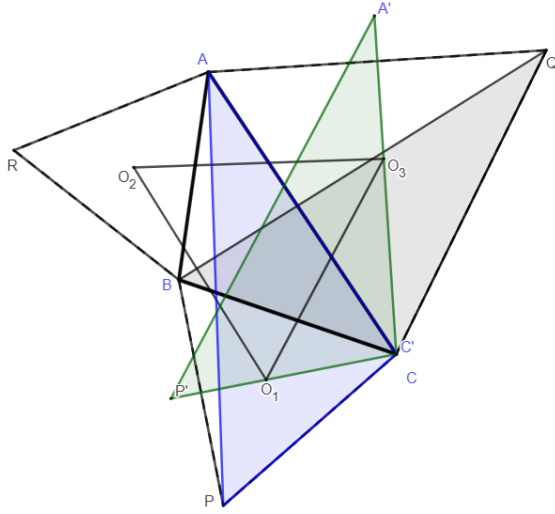


Figura 11 a)

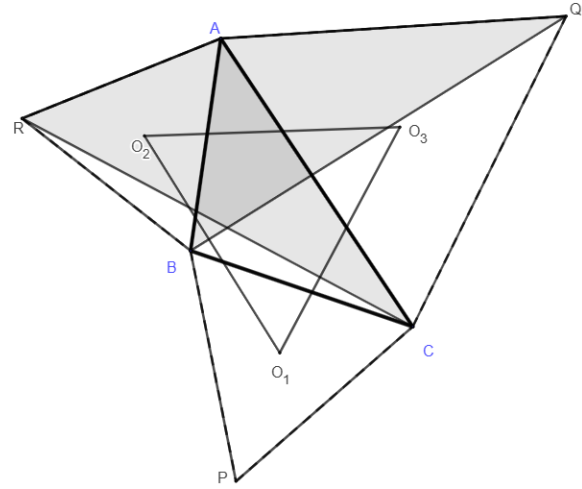


Figura 11 b)

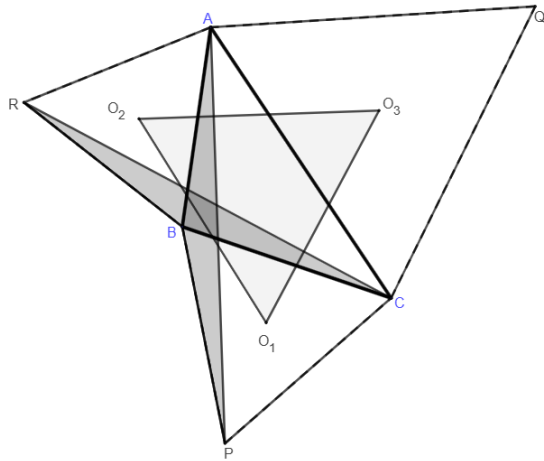


Figura 11 c)

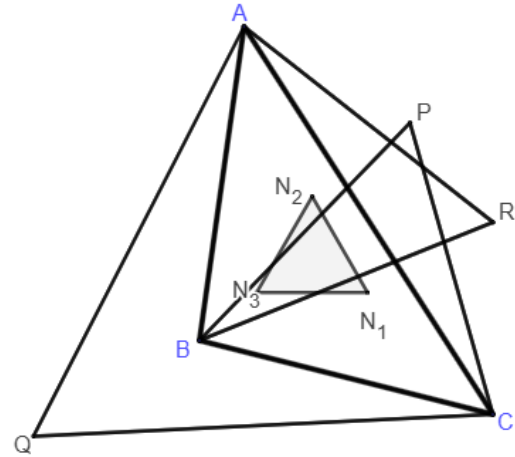


Figura 11 d)

Demonstrație:

Fie $AB = c, BC = a, AC = b, m(\angle BAC) = \alpha$.

Vom roti triunghiul CAP cu 30° în jurul punctului C în direcția acelor ceasornicului, obținând triunghiul $\triangle CA'P' \equiv \triangle CAP$.

Astfel, $O_1 \in CP', O_3 \in CA', CA' = b, CP' = a, CO_1 = \frac{a}{\sqrt{3}}, AO_3 = \frac{b}{\sqrt{3}}$,

$m(\angle O_1CO_3) = m(\angle P'CA') = \gamma + 60^\circ$.

Din relațiile de mai sus constatăm asemănarea

$$\triangle O_1CO_3 \sim \triangle P'CA' \Rightarrow \frac{P'A'}{O_1O_3} = \frac{PA}{O_1O_3} = \sqrt{3}.$$

La rotirea triunghiului CAP cu 60° în jurul punctului C în direcția acelor ceasornicului, acesta se suprapune pe $\triangle CQB$ și obținem $\triangle CQB \equiv \triangle CAP \Rightarrow QB \equiv AP$.

Prin analogie examinând imaginile obținute prin rotirea ΔQAB în jurul vârfului A cu 30° , apoi cu 60° constatăm asemănarea ΔO_2AO_3 cu același coeficient de asemănare $\frac{QB}{O_2O_3} = \sqrt{3}$ și congruența $\Delta QAB \equiv \Delta CAR \Rightarrow QB \equiv CR$.

Iar prin rotirea ΔRBC în jurul vârfului B cu 30° , apoi cu 60° constatăm asemănarea ΔO_1BO_2 cu același coeficient de asemănare $\frac{RC}{O_1O_2} = \sqrt{3}$ și congruența

$$\Delta RBC \equiv \Delta ABP \Rightarrow CR \equiv AP.$$

Prin urmare $\frac{PA}{O_1O_3} = \frac{QB}{O_2O_3} = \frac{RC}{O_1O_2} = \sqrt{3}$ și $CR \equiv QB \equiv AP$, de unde rezultă că $O_1O_3 = O_2O_3 = O_1O_2$, deci $\Delta O_1O_2O_3$ este echilateral.

Teorema este valabilă și în cazul construirii triunghiurilor echilaterale spre interiorul triunghiului inițial (Figura 11. d).

Vom utiliza faptul că $\Delta O_1O_2O_3$ este echilateral.

Aplicăm teorema cosinusului în triunghiul AO_2O_3 :

$$(O_2O_3)^2 = \frac{c^2}{3} + \frac{b^2}{3} - \frac{2}{3}cb \cdot \cos(\alpha + 60^\circ).$$

Observăm că punctele N_1, N_2, N_3 sunt simetrice cu punctele O_1, O_2, O_3 în raport cu laturile triunghiului ABC și $m(\angle N_2AN_3) = \alpha - 60^\circ$.

Aplicăm teorema cosinusului în triunghiul AN_2N_3 :

$$(N_2N_3)^2 = \frac{c^2}{3} + \frac{b^2}{3} - \frac{2}{3}cb \cdot \cos(\alpha - 60^\circ)$$

Calculăm diferența

$$(O_2O_3)^2 - (N_2N_3)^2 = \frac{2}{3}bc[\cos(\alpha - 60^\circ) - \cos(\alpha + 60^\circ)] = \frac{2}{\sqrt{3}}\sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot A_{\Delta ABC}.$$

Prin analogie $(O_1O_3)^2 - (N_1N_3)^2 = (O_1O_2)^2 - (N_1N_2)^2 = \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot A_{\Delta ABC}$.

Deoarece $O_1O_2 = O_2O_3 = O_1O_3$, rezultă că $N_1N_2 = N_2N_3 = N_1N_3$, deci $\Delta N_1N_2N_3$ este echilateral.

Ținând cont că aria unui triunghi echilateral este egal cu $\frac{\sqrt{3}}{4}$ înmulțit la pătratul lungimii laturii, obținem:

$$\frac{\sqrt{3}}{4}(O_1O_3)^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}(N_1N_3)^2 = A_{\Delta ABC}.$$

Prin urmare, este adevărată:

Teorema 2. Diferența dintre aria triunghiului exterior al lui Napoleon și aria triunghiului interior al lui Napoleon ale unui triunghi arbitrar ABC este egală cu aria triunghiului ABC .

Teorema 2 permite lărgirea ZPD. Suplimentar putem stabili care este poziția centrelor triunghiurilor exterior și interior ale lui Napoleon.

Concluzii

Abordarea psihodidactică din perspectiva extinderii ZPD este prolifică în procesul de dezvoltare a abilităților elevilor pentru efectuarea operației de generalizare. Prin examinarea unor probleme particulare, profesorul poate oferi elevilor posibilitatea de a exersa metode care permit generalizarea dar, de asemenea, îmbogățesc și aprofundează înțelegerea conținuturilor matematice, contribuind la dezvoltarea competențelor elevilor capabili de performanțe înalte la matematică.

Bibliografie

1. ACHIRI, I., CEBOTARENCO, E., GAIDARJI, GH., SOLOMON, N., TURLACOV, Z. *Metodica predării matematicii în școala medie*. Vol. I. Chișinău: Lumina, 1992. 281 p. ISBN 5-372-01184-X.
2. COXETER H., GRITZER S. *Geometri revizited*. 1967, 224 p.
3. KOMATSU, K., MURATA, S., STYLIANIDES, A. J., & STYLIANIDES, G. J. Introducing Students to the Role of Assumptions in Mathematical Activity. In: *Cognition and Instruction*, 2023. 42(2), pp. 327–357. <https://doi.org/10.1080/07370008.2023.2293695>
4. Stages of development. In: Curriculum connections psychology: Cognitive development. Retrieved from Credo Reference Database, 2010.
5. TELEUCĂ, M., IVANOV, A. *Probleme de geometrie competitivă*. Editura GIL, România, 2009. 225 pag.
6. TELEUCĂ, M., LUPU, I., SALI, L. Transpunerea didactică a conținuturilor pentru dezvoltarea gândirii matematice. In: *Acta et commentationes (Științe ale Educației)*, 2012, nr. 1, pp. 109-118. ISSN 1857-0623.
7. TELEUCĂ, M., SALI, L. Aspecte ale creării mediului de dezvoltare a elevilor capabili de performanțe înalte la matematică. In: *Acta et commentationes (Științe ale Educației)*, 2023, nr. 2(32), pp. 93-102. ISSN 1857-0623. DOI: <https://doi.org/10.36120/2587-3636.v32i2.93-102>
8. WASS, R., GOLDING, C. Sharpening a tool for teaching: the zone of proximal development. In: *Teaching in Higher Education*, 19:6, 2014. pp. 671-684, DOI: 10.1080/13562517.2014.901958

UDC: 511.528

ON THE SOLUTION OF A NONLINEAR DIOPHANTINE EQUATION

Boris ȚARĂLUNGĂ, PhD, associate professor

<https://orcid.org/0000-0002-2477-9736>

e-mail: taralunga.boris@upsc.md

Department of Algebra, Geometry and Topology

Ion Creangă State Pedagogical University, Chișinău, Republic of Moldova

Nicoleta NEGRU, mathematics teacher

<https://orcid.org/0009-0005-2443-4713>

e-mail: negrunicoleta0@gmail.com

National College of Commerce of ASEM, Chișinău, Republic of Moldova

Abstract. In this paper, we prove that the Diophantine exponential equation: $6^x + 15^y = z^2$ and has exactly three integer non - negative solutions: $(x, y, z) \in \{(0,1,4), (3,2,21), (4,2,39)\}$.

Keywords: Exponential Diophantine equation, integer solutions.

DESPRE SOLUTIILE UNEI ECUAȚII DIOFANTINE NELINIARE

Rezumat. În această lucrare se arată, că ecuația diofantică exponențială $6^x + 15^y = z^2$ are exact trei soluții întregi nenule: $(x, y, z) \in \{(0,1,4), (3,2,21), (4,2,39)\}$.

Cuvinte cheie: Ecuație exponențială diofantică, soluții întregi.

One important topic in number theory is the study of Diophantine equations, equations in which only integer solutions are permitted. The famous general Diophantine exponential equation $a^x + b^y = z^2$ has many forms. The literature contains a very large number of articles on non – linear such individual equations. No general method exist to decide whether a given Diophantine exponential equation has any solutions, or how many solutions.

In this paper, we study Diophantine exponential equation: $6^x + 15^y = z^2$, where x, y, z are non - negative integer. One could cite here many articles on the equation $a^x + b^y = z^2$ [1,2,3,4,6,7,8].

Theorem. The Diophantine exponential equation $6^x + 15^y = z^2$ has exactly three integer non - negative solutions: $(x, y, z) \in \{(0,1,4), (3, 2, 21), (4,2,39)\}$.

Proof. We consider several cases.

Case 1. For $y = 0$, then we have the Diophantine exponential equation

$$6^x + 1 = z^2.$$

The number 6^x has the last digit 6. Then the number $6^x + 1$ has the last digit 7, which is impossible.

Case 2. For $y = 2t, t \in N^*$, then we have the Diophantine exponential equation

$$6^x + 15^{2t} = z^2$$

or

$$(z - 15^t)(z + 15^t) = 6^x.$$

We have $15^t = 3^t \cdot 5^t$ and $6^x = 2^x \cdot 3^x$.

Let

$$z - 3^t \cdot 5^t = 2^r \cdot 3^s$$

and

$$\begin{aligned} z + 3^t \cdot 5^t &= 2^{x-r} \cdot 3^{x-s}, \\ x &> 2r, x > 2s, r, s \in \mathbb{N}. \end{aligned}$$

From here, we obtain

$$2^{x-r} \cdot 3^{x-s} - 2^r \cdot 3^s = 2 \cdot 3^t \cdot 5^t. (*)$$

Subcase 2.1. We write the equation (*) in the form

$$2^{x-r} \cdot 3^s (3^{x-2s} - 2^{2r-x}) = 2 \cdot 3^t \cdot 5^t.$$

Then we have $x - r = 1, t = s$. We substitute and get

$$3^{x-2s} - 2^{2r-x} = 5^t$$

or

$$5^t + 2^{2r-x} = 3^{x-2s}$$

The given equation [9] has integer solution $t = 1, r = 2, s = 1$ and the initial equation has the solution $x = 4, y = 2, z = 39$.

Subcase 2.2. We write the equation (*) in the form

$$2^r \cdot 3^{x-s} (2^{x-2r} - 3^{2s-x}) = 2 \cdot 3^t \cdot 5^t.$$

Then we have $r = 1, x - s = t$. We substitute and get

$$2^{x-2r} - 3^{2s-x} = 5^t$$

or

$$5^t + 3^{2s-x} = 2^{x-2r}$$

The given equation [9] does not have integer solution.

Subcase 2.3. We write the equation (*) in the form

$$2^r \cdot 3^s (2^{x-2r} \cdot 3^{x-2s} - 1) = 2 \cdot 3^t \cdot 5^t.$$

Then we have $r = 1, t = s$. We substitute and get

$$2^{x-2} \cdot 3^{x-2t} - 1 = 5^t.$$

The given equation has integer solution $x - 2 = 1, x - 2t = 1, t = 1$ and the initial equation has the solution $x = 3, y = 2, z = 21$.

Subcase 2.4. We write the equation (*) in the form

$$2^{x-r} \cdot 3^{x-s} (1 - 2^{2r-x} \cdot 3^{2s-x}) = 2 \cdot 3^t \cdot 5^t.$$

Then we have $x - r = 1$ and $x - s = t$. We substitute and get

$$1 - 2^{2r-x} \cdot 3^{2s-x} = 5^t.$$

The given equation does not have integer solution.

Case 3. For $y = 2t + 1, t \in \mathbb{N}^*$, then we have the Diophantine exponential equation

$$6^x + 15^{2t+1} = z^2$$

Subcase 3.1 For $x = 2s, s \in \mathbb{N}$, then we have the Diophantine exponential equation

$$6^{2s} + 15^{2t+1} = z^2$$

or

$$6^{2s} + 15 \cdot 15^{2t} = z^2$$

According to the Legendre criterion [5] the given equation has integer solution $s = 0, t = 0$ and the initial equation has the solution $x = 0, y = 1, z = 4$.

Subcase 3.2. For $x = 2s + 1$, then we have the Diophantine exponential equation

$$6^{2s+1} + 15^{2t+1} = z^2$$

or

$$6 \cdot 6^{2s} + 15 \cdot 15^{2t} = z^2.$$

According to the Legendre criterion [5] the given equation has no integer solutions.
The theorem is proved.

Bibliography

1. ACU, D. On a Diophantine equation s . In: *Gen. Math.*, Vol.15, No.4, 2007, pp.145–148.
2. BURSHTAIN, N. On solutions of the Diophantine equation $p^x + q^y = z^2$. In: *Annals of Pure and Applied Mathematics*, Vol. 13, No. 1, 2017, pp. 143-149.
3. BURSHTAIN, N. A Short Note on Solutions of the Diophantine equations $6^x + 11^y = z^2$ and $6^x - 11^y = z^2$. In: *Annals of Pure and Applied Mathematics*, Vol. 19, No. 2, 2019, pp. 55-56.
4. CHOTCHASTHIT, S. On the Diophantine equation of $4^x + p^y = z^2$ where p is a prime number. In: *Amer. J. Math.*, Vol.1, 2012, pp.191-193.
5. IRELAND, K., ROSEN, M. *A Classical Introduction to Modern Number Theory*. New York-Heidelberg-Berlin: Springer-Verlag, 1990. p.389
6. RABAGO, J. On the Diophantine equation of $3^x + 19^y = z^2$. In: *Int. J. Math., Sci. Comp.* Vol. 3, 2013, pp. 28-29.
7. RECA, P. On two Diophantine equations $10^x + 2^y = z^2$ and $10^x + 3^y = z^2$. In: *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, Vol.2, Issue 2, 2017, pp.102- -103.
8. TADEE, S. On the Diophantine equation of $6^x + p^y = z^2$ where p is a prime. In: *Int. J. Math., Sci. Comp.* Vol. 18, 2023, pp. 737-741.
9. ZHENFU, C. A note on the Diophantine equation $a^x + b^y = c^z$. In: *Acta Arithmetica* XC.1, 1999, pp.85-93.

UDC: 004.896:37.015:373:378

PREDAREA ROBOTICII PRIN INTERMEDIUL LABORATOARELOR VIRTUALE

Teodora VASCAN, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-6828-5343>

e-mail: vascan.teodora@upsc.md

Catedra ITI, UPSC

Rezumat. În contextul educației moderne STEM, utilizarea laboratoarelor virtuale pentru predarea roboticii a devenit o metodă eficientă și accesibilă de a iniția studenții în conceptele fundamentale ale ingineriei și programării. Acest articol examinează diverse platforme de laboratoare virtuale, inclusiv TinkerCAD Circuits, VEXcode VR, Robot Virtual Worlds, RoboBlockly și Webots, cu un accent deosebit pe OpenRobertaLab - o platformă open-source dezvoltată de Fraunhofer IAIS, ce se remarcă prin interfața sa intuitivă și capacitatea de a sprijini o gamă largă de roboți educaționali, precum LEGO Mindstorms și micro. Articolul explorează avantajele și provocările utilizării acestor platforme în cadrul procesului educațional, evidențiind modul în care OpenRobertaLab facilitează învățarea interactivă și accesibilă a roboticii.

Cuvinte cheie: robotica, laborator virtual, simulatoare, OpenRobertaLab.

TEACHING ROBOTICS THROUGH VIRTUAL LABORATORIES

Abstract. In the context of modern STEM education, using virtual labs to teach robotics has become an effective and affordable way to introduce students to fundamental engineering and programming concepts. This article examines various virtual lab platforms, including TinkerCAD Circuits, VEXcode VR, Robot Virtual Worlds, RoboBlockly, and Webots, with a particular focus on OpenRobertaLab - an open-source platform developed by Fraunhofer IAIS, notable for its intuitive interface and ability to support a wide range of educational robots, such as LEGO Mindstorms and micro. The article explores the advantages and challenges of using these platforms in the educational process, highlighting how OpenRobertaLab facilitates interactive and accessible robotics learning.

Keywords: robotics, virtual laboratory, simulators, OpenRobertaLab.

Introducere

Programul de studiere a roboticii a fost lansat în Republica Moldova în martie 2014, iar în prezent, inițiativa este implementată în aproximativ 270 de instituții educaționale din țară. Până acum, peste 40 de mii de elevi din nordul, centrul și sudul Moldovei au beneficiat de acest program, iar aproximativ 650 de profesori au fost instruiți pentru predarea roboticii în școli [1], [2], [3]. Până în noiembrie 2023, 110 instituții de învățământ au fost dotate cu seturi de robotică de ultimă generație, cu ajutorul cărora elevii își pot dezvolta abilitățile în domeniul științei, tehnologiei, ingineriei și matematicii. Aceste echipamente conțin senzori, motoare și piese pentru a proiecta și construi roboți, precum și pentru a elabora proiecte la diferite discipline școlare. Ministrul Educației și Cercetării, Dan Perciun, a subliniat importanța noilor tehnologii

pentru sistemul educațional, iar Misiunea USAID în Moldova a apreciat rezultatele obținute până acum, subliniind că investiția în educație este esențială pentru construirea unui viitor prosper și democratic pentru toți moldovenii. De asemenea, Clasa Viitorului a lansat un laborator performant dedicat testării diferitelor tehnologii educaționale, inclusiv ochelari pentru realitate virtuală și augmentată, drone, sisteme de senzori, micro:bit, Sphero Edu (roboței sub formă de sferă), senzori Pasco și Vernier, sistem interactiv OnEvo floor interactive, Matatalab și echipament adaptat pentru educație incluzivă. Valoarea totală a acestor tehnologii este de 100.000 de dolari și a fost oferită de Proiectul Tehnologiile Viitorului, finanțat de USAID, Suedia și Marea Britanie. Este îmbucurător să vedem cum educația digitală și tehnologia continuă să se dezvolte în Moldova, oferind elevilor oportunități noi și captivante, dar ce vor face celelalte instituții de învățământ din Republica Moldova care încă nu au fost dotate cu echipamente necesare predării Roboticii Educaționale? Un ajutor indispensabil pentru rezolvarea acestei dileme este oferit de laboratoarele virtuale.

În era digitală actuală, educația STEM (știință, tehnologie, inginerie și matematică) joacă un rol esențial în pregătirea studenților pentru carierele viitorului. O componentă cheie a educației STEM este robotica, care îmbină aspecte de programare, electronică și mecanică, oferind studenților o experiență de învățare holistică și practică. Cu toate acestea, accesul la echipamentele fizice de robotică poate fi limitat de factori precum costurile ridicate, necesitatea de spațiu adecvat și riscurile asociate cu manipularea componentelor electronice. În acest context, laboratoarele virtuale au apărut ca soluții inovatoare, oferind o platformă accesibilă și sigură pentru învățarea roboticii.

Laboratoarele virtuale sunt medii simulate care permit studenților să interacționeze cu echipamente și procese educaționale prin intermediul unui computer. Aceste platforme oferă simulări realiste ale mediilor fizice, permițând utilizatorilor să proiecteze, să testeze și să modifice sisteme electronice și mecanice fără a necesita echipamente fizice. Laboratoarele virtuale pentru robotică pot include simulatoare de roboți, medii de programare bazate pe blocuri sau text, și instrumente pentru modelarea și simularea circuitelor electronice.

Exemple de laboratoare virtuale disponibile gratuit pentru predarea roboticii educaționale

Vom prezenta o listă de platforme și laboratoare online care pot fi utilizate în procesul de predare a roboticii educaționale:

- **TinkerCAD Circuits** - este o platformă online gratuită dezvoltată de Autodesk, care permite utilizatorilor să creeze, să simuleze și să partajeze circuite electronice și proiecte de programare. Aceasta este concepută pentru a facilita învățarea bazelor electronicii și programării, fiind accesibilă atât pentru începători, cât și pentru utilizatori avansați. *TinkerCAD Circuits* este folosită pe scară largă în educație

pentru a iniția studenții în concepte de inginerie electrică și robotică. Printre principalele caracteristici ale acestei platforme se enumeră:

- *Interfață intuitivă și ușor de utilizat* (figura 1) - platforma oferă o interfață grafică prietenoasă, care permite utilizatorilor să adauge și să conecteze componente electronice printr-un sistem de drag-and-drop. Interfața este concepută astfel încât să fie accesibilă chiar și pentru utilizatorii fără experiență anterioară în electronică sau programare.



Figura 1. Interfața platformei *TinkerCAD Circuits*

- *Bibliotecă extinsă de componente electronice* - TinkerCAD Circuits include o gamă largă de componente electronice, cum ar fi rezistențe, LED-uri, condensatoare, butoane, senzori, motoare și multe altele. Utilizatorii pot accesa și utiliza microcontrolere populare, cum ar fi Arduino, pentru a crea proiecte mai complexe.
- *Simulare în timp real* - platforma permite simularea în timp real a circuitelor create, oferind utilizatorilor feedback instantaneu asupra funcționalității proiectelor lor. Utilizatorii pot vizualiza curenții și tensiunile din circuit, precum și comportamentul componentelor electronice în diverse scenarii.
- *Programare Arduino integrată* - TinkerCAD Circuits include un editor de cod integrat care permite utilizatorilor să scrie și să încarce cod pentru microcontrolere Arduino. Editorul suportă atât programarea bazată pe blocuri, cât și programarea textuală în limbajul C++ specific Arduino.
- *Colaborare și partajare* - utilizatorii pot partaja proiectele lor cu alți utilizatori prin linkuri, facilitând colaborarea și schimbul de idei. Proiectele pot fi exportate în diverse formate, inclusiv cod sursă pentru Arduino, și pot fi salvate în cloud pentru acces ușor de pe orice dispozitiv.

- *Resurse educaționale și tutoriale* - Platforma oferă o varietate de resurse educaționale, inclusiv tutoriale, ghiduri pas cu pas și exemple de proiecte pentru a ajuta utilizatorii să învețe și să exploreze. Comunitatea activă de utilizatori contribuie cu proiecte și resurse suplimentare, îmbogățind astfel experiența de învățare.

În scopuri educaționale, această platformă poate fi utilizată pentru:

- *Învățarea bazelor electronicii* - TinkerCAD Circuits este ideal pentru inițierea studenților în bazele electronicii, permițându-le să învețe despre componente și circuite simple într-un mod interactiv și vizual.
- *Învățarea programării și automatizării* - Platforma oferă un mediu excelent pentru învățarea programării microcontrolerelor Arduino, ajutând studenții să înțeleagă principiile de bază ale automatizării și controlului electronic.
- *Realizarea proiectelor integrate STEM* - Utilizatorii pot crea proiecte integrate STEM care combină elemente de electronică, programare și inginerie, dezvoltându-și astfel abilitățile interdisciplinare.

TinkerCAD Circuits este o platformă robustă și accesibilă care oferă o gamă largă de funcționalități pentru învățarea electronicii și programării. Prin interfața sa intuitivă, biblioteca extinsă de componente, și capacitățile de simulare în timp real, TinkerCAD Circuits facilitează o experiență de învățare practică și interactivă. Platforma este un instrument valoros în educația STEM, oferind studenților și profesorilor un mediu sigur și flexibil pentru explorarea conceptelor de inginerie electrică și robotică.

➤ *VEXcode VR* - este o platformă online dezvoltată de VEX Robotics, care oferă un mediu de programare accesibil și interactiv pentru roboți virtuali. Concepută pentru a sprijini educația STEM, VEXcode VR permite studenților să învețe programare și robotică într-un mod captivant și practic, fără necesitatea de a deține echipamente fizice. Aceasta platformă este ideală pentru utilizare în sălile de clasă, laboratoare de informatică, sau pentru învățare la distanță. Printre principalele caracteristici ale acestei platforme sunt:

- *Programare bazată pe blocuri și text* - VEXcode VR suportă programarea bazată pe blocuri (drag-and-drop) și programarea textuală (Python). Această dualitate permite utilizatorilor să înceapă cu blocuri vizuale ușor de înțeles și să progreseze către codul textual pe măsură ce își dezvoltă abilitățile.
- *Simulare de roboți virtuali* - Platforma oferă roboți virtuali predefiniți care pot fi programați pentru a îndeplini diverse sarcini într-un mediu virtual 3D. Simularea realistă permite studenților să vadă în timp real cum roboții execută instrucțiunile date.
- *Medii de învățare interactive* - VEXcode VR include mai multe medii de simulare, cum ar fi labirinturi, piste de curse, și spații deschise pentru explorare.

Fiecare mediu oferă provocări unice care ajută la dezvoltarea abilităților de programare și rezolvare de probleme.

- *Instrumente de monitorizare și feedback* - studenții pot monitoriza în timp real variabilele și senzorii roboților, precum și fluxul de execuție al programului. Feedback-ul instantaneu ajută la înțelegerea și corectarea erorilor de programare.
- *Proiecte și activități educaționale* - Platforma vine cu o serie de proiecte și activități predefinite care ghidează utilizatorii prin conceptele esențiale de programare și robotică. Aceste resurse sunt aliniate la standardele educaționale STEM, facilitând integrarea în curriculum.
- *Partajare și colaborare* - Proiectele create în VEXcode VR pot fi partajate prin linkuri, permițând colaborarea între studenți și profesori. Aceasta funcționalitate sprijină învățarea colaborativă și schimbul de idei.

În scopuri educaționale, platforma VEXcode VR poate fi utilizată pentru:

- *Învățarea bazelor programării*: VEXcode VR este ideal pentru inițierea studenților în bazele programării, oferindu-le o interfață vizuală simplă și un mediu captivant pentru a exersa.
- *Dezvoltarea abilităților de rezolvare a problemelor*: Provocările și proiectele din mediul virtual stimulează gândirea critică și abilitățile de rezolvare a problemelor, esențiale pentru inginerie și robotică.
- *Integrarea STEM*: Platforma permite integrarea conceptelor de matematică și științe în proiectele de programare, oferind o abordare interdisciplinară a educației STEM.
- *Învățarea la distanță*: Fiind o platformă online, VEXcode VR este perfectă pentru învățarea la distanță, oferind studenților acces la resurse educaționale de oriunde.

VEXcode VR este un mediu de programare versatil și interactiv, ideal pentru educația STEM. Prin combinația sa de programare bazată pe blocuri și text, simulare realistă a roboților, și medii de învățare captivante, platforma oferă o experiență educațională bogată și accesibilă. VEXcode VR facilitează dezvoltarea abilităților esențiale de programare și rezolvare a problemelor într-un mod sigur și atractiv, făcându-l un instrument valoros pentru studenți, profesori și instituții educaționale.

- **RoboBlockly** – este o platformă online bazată pe blocuri care facilitează învățarea programării și a roboticii prin intermediul unui mediu de simulare interactiv. Dezvoltată pentru a sprijini educația STEM, RoboBlockly permite utilizatorilor să programeze și să controleze roboți virtuali folosind o interfață vizuală intuitivă. Aceasta platformă este potrivită atât pentru începători, cât și pentru utilizatori avansați, și este utilizată pe scară largă în sălile de clasă, laboratoare și pentru învățarea la distanță. Principalele caracteristici ale acestei platforme sunt:

- *Programare bazată pe blocuri* - RoboBlockly utilizează o interfață bazată pe blocuri, similară cu Scratch, care permite utilizatorilor să creeze programe prin combinarea și aranjarea blocurilor de cod. Această abordare vizuală face programarea accesibilă și ușor de înțeles, în special pentru începători și copii.
- *Simulare de roboți virtuali* - Platforma oferă un simulator 2D unde utilizatorii pot programa și observa comportamentul roboților virtuali. Simulările includ diverse provocări și scenarii, cum ar fi labirinturi, trasee și sarcini de manipulare a obiectelor.
- *Proiecte predefinite și activități educaționale* - RoboBlockly vine cu o colecție vastă de proiecte predefinite și activități educaționale care ghidează utilizatorii prin conceptele esențiale de programare și robotică. Aceste activități sunt aliniate la standardele educaționale STEM, facilitând integrarea în curriculum.
- *Integrare cu roboți fizici* - RoboBlockly poate fi utilizat pentru a programa roboți fizici populari, cum ar fi LEGO Mindstorms, Arduino și alte platforme compatibile. Aceasta permite o tranziție lină de la simularea virtuală la implementarea practică pe hardware real.
- *Instrumente de evaluare și feedback* - Platforma oferă instrumente pentru evaluarea progresului utilizatorilor, inclusiv rapoarte și feedback automatizat asupra performanței programelor. Aceasta ajută la identificarea erorilor și la înțelegerea conceptelor de programare într-un mod eficient.
- *Comunitate și resurse educaționale* - RoboBlockly are o comunitate activă de utilizatori și educatori care contribuie cu resurse suplimentare, tutoriale și exemple de proiecte. Platforma oferă și suport pentru profesori, inclusiv ghiduri de predare și planuri de lecții.

Ca sugestii de aplicare educațională a acestei platforme pot fi următoarele:

- *Pentru învățarea bazelor programării*: RoboBlockly este ideal pentru introducerea studenților în bazele programării, oferindu-le o interfață vizuală simplă și atractivă pentru a exersa concepte de codificare.
- *Dezvoltarea abilităților de rezolvare a problemelor*: Prin intermediul provocărilor și sarcinilor din mediul de simulare, utilizatorii își pot dezvolta abilitățile de gândire critică și rezolvare a problemelor.
- *Integrarea STEM*: Platforma permite integrarea conceptelor de matematică, științe și inginerie în proiectele de programare, oferind o abordare interdisciplinară a educației STEM.
- *Învățarea la distanță*: Fiind o platformă online, RoboBlockly este perfectă pentru învățarea la distanță, oferind studenților acces la resurse educaționale de oriunde și oricând.

RoboBlockly este un mediu de programare puternic și accesibil, ideal pentru educația STEM. Prin utilizarea programării bazate pe blocuri și a simulării interactive a roboților, platforma oferă o experiență educațională captivantă și practică. RoboBlockly facilitează dezvoltarea abilităților esențiale de programare și rezolvare a problemelor într-un mod sigur și atractiv, făcând-o un instrument valoros pentru studenți, profesori și instituții educaționale.

➤ **Webots** - este un mediu de simulare robotizat avansat, dezvoltat de Cyberbotics Ltd., care permite crearea și testarea roboților mobili și industriali într-un mediu virtual 3D. Platforma este utilizată pe scară largă în cercetare, educație și dezvoltare de produse comerciale datorită realismului și flexibilității sale. Webots suportă simularea unei game variate de roboți și echipamente, permițând utilizatorilor să testeze algoritmi și comportamente robotice într-un mediu sigur și controlat. Principalele caracteristici ale acestui mediu de simulare sunt:

- *Simulare realistă 3D* - Webots oferă un motor de simulare 3D avansat care recrează cu fidelitate comportamentele fizice și dinamice ale roboților și mediului înconjurător. Simulările includ factori precum gravitația, fricțiunea, coliziunile și alți parametri fizici realiști.
- *Suport pentru diverse platforme robotice* - Webots vine cu un set vast de roboți predefiniți, incluzând roboți mobili, brațe robotice, drone, și multe altele. Utilizatorii pot crea și personaliza roboți noi folosind interfața grafică sau prin codificare, ceea ce face platforma extrem de flexibilă.
- *Limbaje de programare multiple* - Webots suportă programarea roboților în diverse limbaje de programare, inclusiv C, C++, Python, Java, MATLAB și ROS (Robot Operating System). Această compatibilitate largă permite utilizatorilor să aleagă limbajul de programare care se potrivește cel mai bine nevoilor și preferințelor lor.
- *Senzori și actuatori avansați* - Platforma oferă o varietate de senzori virtuali, cum ar fi camere, LIDAR, GPS, accelerometre și giroscopae, care pot fi utilizate pentru a simula percepția și navigația robotului. Actuatorele, inclusiv motoare, servomotoare și dispozitive de prindere, pot fi configurate și controlate pentru a testa diverse comportamente robotice.
- *Interfață grafică intuitivă* - Webots oferă o interfață grafică prietenoasă care permite utilizatorilor să creeze și să editeze scenarii de simulare prin drag-and-drop. Utilizatorii pot vizualiza și monitoriza comportamentul roboților în timp real, ajustând parametrii și observând rezultatele instantaneu.
- *Extensibilitate și integrare* - Webots este extensibil și permite integrarea cu alte platforme și biblioteci software, cum ar fi OpenCV pentru procesarea imaginii sau TensorFlow pentru învățarea automată. Platforma poate fi utilizată în

combinație cu ROS pentru dezvoltarea și testarea algoritmilor robotici într-un mediu integrat.

În scopuri educaționale această platformă poate fi utilizată pentru:

- *Cercetare în Robotică și Inteligență Artificială*: Webots este utilizat pe scară largă în cercetare pentru testarea și dezvoltarea algoritmilor de navigație, control și percepție. Platforma permite simularea complexă a scenariilor și a interacțiunilor, oferind un mediu sigur pentru testarea ideilor inovatoare.
- *Învățare și predare STEM*: Webots este un instrument valoros în educație, oferind studenților posibilitatea de a experimenta și învăța prin simulare. Platforma sprijină proiectele de echipă și activitățile practice, ajutând studenții să dezvolte competențe esențiale în robotică și programare.
- *Dezvoltare de produse și prototipuri*: Companiile folosesc Webots pentru dezvoltarea și testarea produselor robotizate înainte de fabricarea prototipurilor fizice. Platforma permite reducerea costurilor și timpului de dezvoltare prin identificarea și rezolvarea problemelor în stadiile incipiente ale proiectului.

Webots este o platformă de simulare robotizată avansată care oferă un mediu complet și realist pentru dezvoltarea și testarea roboților. Cu suport pentru diverse platforme robotice, limbaje de programare multiple și senzori avansați, Webots facilitează cercetarea, educația și dezvoltarea de produse în domeniul roboticii. Realismul simulării și flexibilitatea platformei fac din Webots un instrument indispensabil pentru ingineri, cercetători și educatori, contribuind la avansarea tehnologică și la formarea viitoarelor generații de specialiști în robotică.

➤ **OpenRobertaLab** - este o platformă online gratuită dezvoltată de Fraunhofer IAIS, destinată educației în robotică și programare. Conceput pentru a fi accesibil și ușor de utilizat, OpenRobertaLab permite utilizatorilor să programeze și să simuleze roboți educaționali, cum ar fi LEGO Mindstorms, micro și alții, printr-o interfață grafică bazată pe blocuri. Platforma este ideală pentru utilizare în școli, cluburi de robotică, și pentru învățare individuală, oferind resurse și instrumente pentru toate nivelurile de cunoștințe. Principalele caracteristici ale acestei platforme sunt:

- *Interfață intuitivă bazată pe blocuri* (figura 2) - OpenRobertaLab utilizează o interfață vizuală bazată pe blocuri, similară cu Scratch, care permite utilizatorilor să creeze programe prin combinarea blocurilor de cod. Această metodă de programare face procesul de învățare accesibil și ușor de înțeles pentru începători, inclusiv pentru copii.
- *Suport pentru diverse platforme robotice* - Platforma suportă o gamă largă de roboți educaționali, inclusiv LEGO Mindstorms EV3 și NXT, micro, Calliope mini, Bot'n Roll, și mulți alții. Utilizatorii pot schimba cu ușurință între diferite

tipuri de roboți, permițând o tranziție flexibilă și explorarea diverselor tehnologii.

- *Simulare în timp real* - OpenRobertaLab include un simulator integrat care permite utilizatorilor să testeze programele în timp real pe roboți virtuali. Simulările oferă o reprezentare fidelă a comportamentului roboților, permițând utilizatorilor să verifice și să îmbunătățească programele fără a necesita hardware fizic.
- *Resurse educaționale și tutoriale* - Platforma oferă o multitudine de resurse educaționale, inclusiv tutoriale pas cu pas, ghiduri, planuri de lecții și proiecte predefinite. Aceste resurse sunt aliniate la standardele educaționale STEM și sunt concepute pentru a sprijini atât profesorii, cât și studenții în procesul de învățare.
- *Partajare și colaborare* - OpenRobertaLab permite utilizatorilor să salveze și să partajeze proiectele lor online, facilitând colaborarea între colegi și profesori. Proiectele pot fi accesate de oriunde, ceea ce sprijină învățarea la distanță și proiectele de echipă.
- *Integrare cu hardware real* - Pe lângă simularea virtuală, OpenRobertaLab permite programarea roboților fizici, oferind o experiență completă de învățare. Platforma suportă conectarea directă a roboților la computer, permițând încărcarea și testarea codului pe hardware real.

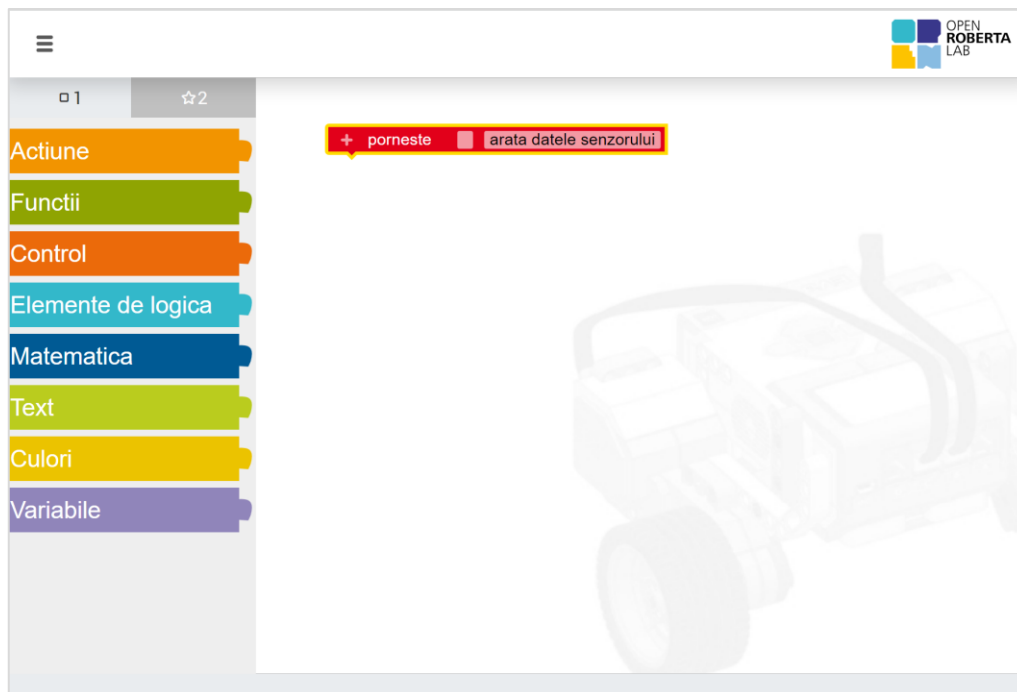


Figura 2. Interfața platformei OpenRobertaLab

Această platformă poate fi folosită pentru:

- *Învățarea bazelor programării:* OpenRobertaLab este ideal pentru introducerea studenților în bazele programării, oferindu-le un mediu vizual simplu și intuitiv pentru a învăța concepte fundamentale de codificare.
- *Dezvoltarea abilităților STEM:* Platforma sprijină dezvoltarea abilităților STEM prin intermediul proiectelor și activităților hands-on, care combină programarea cu elemente de inginerie și robotică.
- *Proiecte interdisciplinare:* OpenRobertaLab permite integrarea conceptelor de matematică, fizică și tehnologie în proiectele de programare, oferind o abordare interdisciplinară a educației STEM.
- *Învățare la distanță:* Fiind o platformă online, OpenRobertaLab este perfectă pentru învățarea la distanță, permițând studenților să acceseze resurse educaționale și să lucreze la proiecte de oriunde și oricând.

OpenRobertaLab este un laborator virtual puternic și accesibil, ideal pentru educația în robotică și programare. Prin utilizarea unei interfețe intuitive bazate pe blocuri și a unui simulator integrat, platforma oferă o experiență educațională captivantă și practică. OpenRobertaLab sprijină dezvoltarea abilităților esențiale de programare și rezolvare a problemelor într-un mod sigur și atractiv, făcând-o un instrument valoros pentru studenți, profesori și instituții educaționale. Faptul că există un ghid de utilizare a acestei platforme cu descrierea detaliată și a limbajului de programare încorporat editat în limba română îi oferă acesteia un plus valoare în accesibilitate și utilizare [4]. Sursa bibliografică [5] conține un studiu al publicațiilor referitoare la laboratoarele virtuale și impactul lor asupra procesului educațional și în care sunt evidențiate avantajele utilizării acestora ca o metodă de instruire.

Concluzii

Laboratoarele virtuale reprezintă o resursă valoroasă în educația modernă, oferind o platformă accesibilă, sigură și flexibilă pentru învățarea roboticii. Integrarea acestor instrumente în curricula educațională poate îmbunătăți semnificativ experiența de învățare, pregătind studenții pentru provocările și oportunitățile viitorului. Pe măsură ce tehnologia continuă să evolueze, laboratoarele virtuale vor juca un rol din ce în ce mai important în formarea viitoarei generații de ingineri și programatori.

Rezultatele studiului sugerează că laboratoarele virtuale, în special OpenRobertaLab, pot îmbunătăți semnificativ experiența de învățare, oferind studenților oportunitatea de a dezvolta competențe esențiale într-un mediu sigur și controlat. Această cercetare contribuie la înțelegerea modului în care instrumentele digitale pot fi integrate eficient în curricula educațională pentru a inspira și forma viitoarele generații de ingineri și programatori și a acoperi lipsa de echipamente necesare pentru acest lucru.

Articol realizat în cadrul proiectului de cercetări științifice „Metodologia implementării TIC în procesul de studiere a științelor reale din perspectiva conceptului STEAM și Inteligenței Artificiale”, codul 040101, din cadrul Programului instituțional de cercetare (2024-2027), aprobat prin Ordin MEC nr. 102 din 01.02.2024.

Bibliografie

1. 110 instituții de învățământ din țară, dotate cu seturi de robotică de ultimă generație, accesibil: <https://stiri.md/article/social/110-institutii-de-invatamant-din-tara-dotate-cu-seturi-de-robotica-de-ultima-generatie> (accesat la data 10.05.2024)
2. Ministerul Educației și Cercetării al Republicii Moldova disponibil: <https://mecc.gov.md/ro/content/110-institutii-de-invatamant-din-tara-au-fost-dotate-cu-seturi-de-robotica-de-ultima> (accesat la data 10.05.2024)
3. Mai multe școli din Republica Moldova au fost dotate cu seturi de robotică de ultimă generație disponibil: <https://radiomoldova.md/p/25380/mai-multe-scoli-din-republica-moldova-au-fost-dotate-cu-seturi-de-robotica-de-ultima-generatie> (accesat la data 10.05.2024)
4. OPREA, M. *Învățare cu Roboți*. Asociația E-Civis, 2018. Disponibil la: <https://scoalamultimedia.wordpress.com/wp-content/uploads/2019/01/invatare-cu-roboti.pdf>
5. VASCAN, T. Impactul laboratoarelor virtuale asupra educației. În: *Acta et Commentationes, Sciences of Education*. 2024, nr. 2(36), pp. 134-143. ISSN 1857-0623. E-ISSN 2587-3636.

UDC: 37.02:004.94

ASPECTE DE INTEGRARE A TEHNOLOGIILOR VR ȘI AR ÎN EDUCAȚIA STEAM

Tatiana VEVERIȚA, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-0798-0174>

e-mail: veverita.tatiana@upsc.md

Universitatea Pedagogică de Stat "Ion Creangă" din Chișinău

Rezumat. Acest articol examinează impactul integrării tehnologiei de realitate virtuală și augmentată în domeniul educației STEAM. Se subliniază tendințele actuale și beneficiile utilizării realității virtuale și augmentate, cum ar fi: experiențele immersive, vizualizarea interactivă, învățarea practică, personalizată și colaborativă. Studiile recente prezentate demonstrează aplicabilitatea acestor tehnologii în învățarea STEAM și modul în care realitatea virtuală și augmentată revoluționează învățarea. Sunt explicate avantajele și limitele integrării realității virtuale și augmentate în educația STEAM, împreună cu condițiile necesare pentru realizarea unei învățări STEAM eficiente. Pe lângă aceasta, articolul evidențiază relevanța unor principii fundamentale pentru adaptarea la mediul virtual și sugerează modalități de depășire a provocărilor învățării STEAM, prin parteneriate, formare continuă a cadrelor didactice și creare de comunități online pentru schimbul de bune practici.

Cuvinte-cheie: Realitate virtuală, realitate augmentată, educație STEAM, tehnologii inovative.

ASPECTS OF INTEGRATING VR AND AR TECHNOLOGIES IN STEAM EDUCATION

Abstract: This article examines the impact of integrating virtual and augmented reality technology in the field of STEAM education. It highlights current trends and benefits of using virtual and augmented reality, such as immersive experiences, interactive visualization, hands-on, personalized, and collaborative learning. Recent studies demonstrate the applicability of these technologies in STEAM learning and how virtual and augmented reality are revolutionizing education. The article explains the advantages and limitations of integrating virtual and augmented reality into STEAM education, along with the necessary conditions for achieving effective STEAM learning. Additionally, it emphasizes the relevance of fundamental principles for adapting to the virtual environment and suggests ways to overcome STEAM learning challenges through partnerships, ongoing teacher training, and the creation of online communities for sharing best practices.

Keywords: Virtual reality, augmented reality, STEAM education, innovative technologies

I. Tendințe și tehnologii inovative în educația STEAM

Educația în domeniul științei, tehnologiei, ingineriei, artei și matematicii (STEAM) este esențială pentru inovație și dezvoltare economică. Aceasta înzestrează tânăra generație cu competențele necesare pentru a se încadra pe piața muncii. Formarea noii generații implică nu doar a ține pasul cu schimbările tehnologice, dar și prezicerea noilor schimbări și adaptarea rapidă la acestea. Astfel, menirea educației STEAM este de a forma o generație tânără pricepută în tehnologie, plină de lideri, inovatori, cu abilități de gândire critică și apti de a face față provocărilor secolului XXI.

În ultima perioadă, educația STEAM a suferit schimbări semnificative, orientându-se pe o abordare mai practică și interactivă. În educația STEAM, o serie de tendințe și tehnologii conexe contribuie în prezent la crearea unui mediu de învățare mai captivant și stimulant. Printre acestea se enumeră:

- ✓ **Integrarea tehnologiilor emergente:** Tehnologii precum inteligența artificială (AI), realitatea virtuală (VR) și realitatea augmentată (AR) sunt folosite pentru a sprijini învățarea, făcând conceptele abstracte mai accesibile și mai captivante [1], [2].
- ✓ **Eliminarea inegalităților de gen, socio-economice și de diversitate:** Inegalitățile de gen și socio-economice sunt abordate în scopul creării unui mediu de învățare mai echitabil [3], [4], [5].
- ✓ **Alfabetizarea digitală și educația în securitatea cibernetică:** Alfabetizarea digitală și securitatea cibernetică sunt foarte importante în educația STEAM pentru a pregăti elevii să folosească tehnologia în mod sigur și responsabil [6], [7], [8].
- ✓ **Gamificarea învățării STEAM:** Folosirea elementelor de joc face învățarea mai distractivă și interactivă, ajutând elevii să rezolve probleme prin metode creative și motivante [9].
- ✓ **Învățarea bazată pe proiecte (PBL):** Implică studenții în rezolvarea problemelor reale, combinând cunoștințele teoretice cu experiența practică [10], [11], [12].
- ✓ **Colaborarea și conexiunea globală:** Tehnologia permite elevilor să colaboreze la nivel global pentru a aborda provocările comune, facilitând interacțiunea între echipe dispersate geografic [13].
- ✓ **Robotica și automatizarea:** Acestea sunt integrate în sistemul educațional pentru a dezvolta abilități de programare și gândire logică, necesare pentru inovație și antreprenoriat.
- ✓ **Învățarea mixtă (Blended Learning):** Combină elementele de învățare online cu cele offline, oferind o experiență educațională flexibilă și dinamică [14], [15].

II. Metode de integrare a tehnologiilor VR și AR în educația STEAM

Odată ce tehnologia evoluează și transformă continuu demersul educațional, este important pentru cadrele didactice să fie la curent cu soluțiile de top care au potențialul de a revoluționa procesul didactic și de a crește implicarea elevilor/studenților. Printre cele mai inovatoare instrumente emergente în acest context se numără realitatea virtuală (VR) și realitatea augmentată (AR). În acest context, cercetările recente [12–27] subliniază impactul semnificativ al realității augmentate (AR) și al realității virtuale (VR) asupra educației STEAM.

Tehnologiile VR și AR au transformat profund procesul de învățare, oferind noi oportunități de învățare pentru elevi:

- ✓ *Experiențe imersive*: Permit elevilor să exploreze civilizații antice, spațiul cosmic sau diverse ecosisteme pentru a înțelege mai bine conceptele complexe.
- ✓ *Vizualizare interactivă*: Oferă modele 3D și simulări, facilitând înțelegerea conceptelor abstracte.
- ✓ *Învățare practică*: Simulează scenarii interactive care imită situații din lumea reală, permițându-le să aplice cunoștințele și abilitățile într-un mediu sigur și controlat.
- ✓ *Învățare personalizată*: Oferă conținut adaptat nevoilor individuale ale elevilor, cu feedback instantaneu.
- ✓ *Învățare colaborativă*: Facilitează colaborarea globală între elevi, dezvoltând abilități de lucru în echipă și conștientizare culturală.

Integrarea VR/AR în educația STEAM are potențialul de a îmbunătăți semnificativ livrarea și înțelegerea conținutului educațional, de a introduce noi abordări pedagogice și de a deschide o gamă vastă de oportunități de angajare pentru elevi/studenți într-un mediu tehnologic în continuă schimbare.

III. Particularități ale integrării eficiente a tehnologiilor VR și AR în educația STEAM

Mediul virtual, ca instrument educațional, deschide oportunități unice și aduce cu sine un șir de beneficii precum accesul universal, flexibilitatea, interacțiunea cu obiectele virtuale, învățarea personalizată. Cu toate acestea, învățarea într-un mediu virtual prezintă și unele dezavantaje, cum ar fi: lipsa contactului fizic; limitele tehnologice și suportul tehnic insuficient; motivația redusă etc. Evident pentru a putea realiza activități educaționale într-un mediu virtual este necesar să utilizăm un software de înaltă calitate cu o interfață accesibilă și prietenoasă.

Conceptul STEAM integrează diferite discipline: știință, tehnologie, inginerie, artă și matematică și încurajează elevii să găsească soluții care combină diferite domenii de studiu și se aplică în diverse contexte [28], [29], [30], [31]. Educația STEAM se bazează pe învățarea prin rezolvarea de probleme (PBL - Problem-Based Learning). PBL include o varietate largă de teme, domenii de studiu și în fiecare domeniu, elevii sunt implicați în activități diversificate pentru a îmbunătăți diferite rezultate.

Instruirea în bază de probleme presupune parcurgerea următoarelor etape [32]: Identificarea obiectivelor de învățare; Formularea problemei; Discutarea problemei; Documentarea și învățarea; Analiza metodelor de rezolvare; Testarea rezultatelor; Alegerea soluției finale; Sintetizarea și generalizarea.

În contextul educației STEAM, Basham J. și Marino M. [33] în modelul de învățare STEAM pun accentul pe gândirea sistemică, creativitate, optimism, colaborare, comunicare și etică. Kim S. [34] descrie modelul de învățare STEAM ca unul circular care include următoarele etape: înțelegerea problemei, soluționarea problemei și

evaluarea performanței. La fel, autorul menționează că o educație STEAM în care elevii pot învăța, inova și colabora trebuie să fie bazată pe principiile flexibilității, mobilității, conexiunii, integrării, organizării, învățării inversate și a unei abordări centrate pe echipă.

Având la bază aceste principii învățarea eficientă a disciplinelor STEAM în mediu virtual necesită respectarea unui șir de principii cheie care contribuie la adaptarea maximă la particularitățile disciplinelor STEAM și ale mediului de învățare virtual.

1. **Principiul interactivității:** Mediul virtual permite crearea lecțiilor interactive. Acest principiu implică interacțiunea cu obiectele virtuale ceea ce ajută la consolidarea cunoștințelor teoretice prin practică.
2. **Principiul învățării experiențiale:** Utilizarea activităților de proiect în mediul virtual permite elevilor să rezolve probleme reale, să înfrunte provocări și să aplice cunoștințele teoretice în crearea de prototipuri și proiecte ceea ce este esențial în educația STEAM.
3. **Principiul flexibilității:** Luând în considerare nevoile individuale ale fiecărui elev putem ajusta materialele și metodele de învățare.
4. **Principiul integrării tehnologiei VR/AR:** Folosirea realității virtuale și augmentate creează o experiență mai complexă și mai interesantă.
5. **Principiul actualizării:** Domeniul STEAM evoluează constant, iar activitățile trebuie să reflecte cele mai noi tendințe.

Învățarea eficientă în domeniul STEAM în mediul virtual este imposibilă fără o infrastructură tehnologică de înaltă calitate. Aceasta include: software specializat, resurse educaționale suplimentare, tehnologii cloud și asistență tehnică permanentă.

Mentținerea motivației într-un mediu virtual este, la fel, esențială. Cele mai eficiente strategii includ: Crearea studiilor de caz realiste; Implicarea elevilor în luarea deciziilor; Organizarea proiectelor de grup; Oferirea unui feedback continuu; Organizarea webinarilor și conferințelor; Utilizarea jocurilor ca activități didactice.

Implementarea realității virtuale și augmentate în educația STEAM aduce multe beneficii dar și unele provocări. Printre aceste provocări se regăsesc:

- ✓ costul ridicat al tehnologiei VR și AR;
- ✓ probleme tehnice (incompatibilitatea echipamentului, actualizările software-lui, defecțiunile tehnice etc.);
- ✓ pregătirea insuficientă a profesorilor;
- ✓ colaborarea insuficientă între instituțiile de învățământ superior, profesional tehnic, general și furnizori.

Pentru a face față acestor provocări propunem următoarele soluții:

1. Școlile să opteze pentru opțiuni mai accesibile sau pe obținerea unor proiecte, parteneriate cu organizații care să asigure subvenții, echipamente la preț redus, resurse gratuite.

2. Instituțiile să soluționeze problemele tehnice prin colaborarea cu furnizorii sau prin contractarea serviciilor de suport tehnic.
3. Instituțiile de învățământ superior, centrele de formare continuă și alte instituții abilitate să ofere formare și suport didactic cadrelor didactice care organizează activități STEAM.
4. Crearea unei comunități online unde cadrele didactice împărtășesc bunele practici și resurse care îmbunătățește procesul de integrare a tehnologiilor VR și AR în procesul didactic.

Constatări și concluzii

Implementarea realității virtuale (VR) și a realității augmentate (AR) în mediul educațional este un proces în plină desfășurare. Pentru a depăși provocările generate de noile tehnologii și pentru a valorifica oportunitățile pe care tehnologia VR și AR o oferă în îmbunătățirea experiențelor de predare și învățare ale elevilor este necesară o colaborare fructuoasă între cadre didactice, instituțiile de învățământ superior, profesional tehnic, general și furnizorii de tehnologie.

Realitatea virtuală și augmentată au potențialul de a revoluționa educația prin furnizarea de experiențe de învățare interactivă, imersivă și captivantă pentru elevi și studenți. Acestea au un impact semnificativ asupra nivelului de implicare a elevilor/studenților, a cantității de informație reținută și a dezvoltării abilităților acestora. Pe măsură ce aceste tehnologii avansează este așteptat ca impactul acestora asupra viitorului educației să devină tot mai mare transformând modul în care învățăm și predăm. În ciuda provocărilor pe care le prezintă ele au potențialul de a îmbunătăți considerabil modul în care elevii/studenții învață știința, tehnologia, ingineria, arta și matematica.

Articol realizat în cadrul proiectului de cercetare științifică „Global Issue-Oriented STEAM Teaching to Create a more Sustainable Future”, cod 24.80013.0807.2TR, din cadrul proiectelor bilaterale moldo-turce (2024-2025), prioritatea strategică IV „Provocări Societale”, cu sprijinul financiar oferit de Agenția Națională pentru Cercetare și Dezvoltare

Bibliografie

1. GE, X., IFENTHALER, D., SPECTOR, J. Moving Forward with STEAM Education Research. In: *Emerging Technologies for STEAM Education*. Educational Communications and Technology: Issues and Innovations, eds. 2015.
2. KIM, J., KIM, K. Teacher's perceptions of using an artificial intelligence-based educational tool for scientific writing. *Frontiers Media S.A.*, 2022. doi: <https://doi.org/10.3389/feduc.2022.755914>

3. CALABRESE BARTON, A., TAN, E. *STEM-rich maker learning: Designing for equity with youth of color*. Yasmin B. Kafai (Foreword). Teachers College Press, 2018.
4. BROWN, B. A. *Science in the city: Culturally relevant STEM education*. H. R. Milner IV (Series Ed.), C. Emdin (Foreword). Race and Education. Teachers College Press, 2019.
5. ADAMS, J. D. Positioning urban youth for success in science: The critical role of community and school-based informal science learning. *Urban Education*, 2012. 47(5), pp. 1105-1132.
6. WILLIAMS, D. J. *Digital literacy in the 21st century: Navigating the digital landscape*. Educational Technology Press, 2021.
7. GARDNER, H. *Frames of mind: The theory of multiple intelligences* (Updated Edition). Basic Books, 2019.
8. WALLER, N. C. *Cybersecurity education: Preparing students for the digital age*. Springer, 2022.
9. BREIEN, F., WASSON, B. eLuna: A co-design framework for narrative digital game-based learning that supports STEAM. *Frontiers in Education*, 2022. 6. <https://doi.org/10.3389/feduc.2021.775746>
10. MASPUL, K. A. Enhancing project-based learning in STEM education with integrated technology and coding. *Journal of intelligent systems and information technology*, 2023. vol. 1(1), pp. 16-24. Online ISSN: 3046-5001. https://www.researchgate.net/publication/377767708_Enhancing_Project-Based_Learning_in_STEM_Education_with_Integrated_Technology_and_Coding
11. CAPRARO, R. M., CAPRARO, M. M., MORGAN, J. (eds.). *STEM project-based learning: An integrated science, technology, engineering, and mathematics (STEM) approach* (2nd ed.). 2013. ISBN 978-94-6209-141-2.
12. SUKMAWAT, E. Implementation and challenges of project-based learning of STEAM in the university during the pandemic: A systematic literature review. In: *Jurnal Inovasi Pembelajaran*, 2023. 9(1). <https://doi.org/10.22219/jinop.v9i1.25177>
13. LISTON, M., MORRIN, A. M., FURLONG, T., GRIFFIN, L. Integrating data science and the Internet of Things into science, technology, engineering, arts, and mathematics education through the use of new and emerging technologies. In: *Frontiers in Education*, 2022. 7. <https://doi.org/10.3389/feduc.2022.757866>
14. O'BYRNE, W. I., MCMAHON, K. Blended learning in STEM: Understanding the impact on student achievement and engagement. In: *Journal of Educational Technology & Society*, 2017. 20(4), pp. 101-112.
15. PARKER, A., CHAO, C. M. The effectiveness of blended learning in STEM education: A systematic review. In: *Educational Research Review*, 2018. 24, pp. 97-117. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2018.10.004>

16. SHIRAZI, A., BEHZADAN, A. H. Content delivery using augmented reality to enhance students' performance in a building design and assembly project. In: *Adv. Eng. Educ.* 2018. 4:3. https://www.researchgate.net/publication/282744466_Content_delivery_using_augmented_reality_to_enhance_students'_performance_in_a_building_design_and_assembly_project
17. ROGERS, C. B., EL-MOUNAYRI, H., WASFY, T., SATTERWHITE, J. Assessment of STEM e-learning in an immersive virtual reality (VR) environment. In: *ASEE*. 2018. 8:4. https://www.researchgate.net/publication/327526751_Assessment_of_STEM_e-learning_in_an_immersive_virtual_reality_VR_environment
18. LI, S., SHEN, Y., JIAO, X., AND CAI, S. Using augmented reality to enhance students' representational fluency: the case of linear functions. In: *Mathematics*, 2022. 10:1718. <https://www.mdpi.com/2227-7390/10/10/1718>
19. KASSIM, M., ŞI ZUBIR, M. Design of augmented reality for engineering equipment in education. In: *Int. J. Adv. Trends Comput. Sci. Eng.* 2019. 8, pp. 2773–2781. doi: [10.30534/ijatcse/2019/15862019](https://doi.org/10.30534/ijatcse/2019/15862019)
20. KAZANIDIS, I., PELLAS, N. Developing and assessing augmented reality applications for mathematics with trainee instructional media designers: an exploratory study on user experience. In: *J. Univers. Comput. Sci.* 2019. 25, pp. 489–514. https://www.researchgate.net/publication/333824726_Developing_and_Assessing_Augmented_Reality_Applications_for_Mathematics_with_Trainee_Instruational_Media_Designers_An_Exploratory_Study_on_User_Experience
21. MAHANAN, M. S., IBRAHIM, N. H., SURIF, J., NEE, C. K. AR module for learning changes of matter in chemistry. In: *Int. J. Interact. Mob. Technol.* 2021. 25, pp. 489–514. https://www.researchgate.net/publication/356879062_AR_Module_for_Learning_Changes_of_Matter_in_Chemistry
22. MARQUES, M. M., POMBO, L. The impact of teacher training using mobile augmented reality games on their professional development. In: *Educ. Sci.* 2021. 11:404. <https://www.mdpi.com/2227-7102/11/8/404>
23. IQBAL, M. Z., MANGINA, E., CAMPBELL, A. G. Current challenges and future research directions in augmented reality for education. In: *Multimodal Technol. Interact.* 2022. 6:75. https://www.researchgate.net/publication/363230240_Current_Current_Challenges_and_Future_Research_Directions_in_Augmented_Reality_for_Education
24. COBAN, M., AKÇAY, N. O., CELIK, I. (2022). Using virtual reality technologies in STEM education: ICT pre-service teachers' perceptions. In: *Knowl. Manag. E-Learn.* 14, pp. 269–285. https://www.researchgate.net/publication/363769072_Using_virtual_reality_technologies_in_STEM_education_ICT_pre-service_teachers'_perceptions

25. SUMARDANI, D., SIPAYUNG, E. R., CHIU, P.-S. Enabling spatial thinking through an augmented reality for teaching crystal structure. In: *Innovations in Education and Teaching International*, 2023. 60(4), pp. 555–566. <https://doi.org/10.1080/14703297.2022.2076716>
26. FREESE, M., TEICHREW, A., WINKELMANN, J. et al. Measuring teachers' competencies for a purposeful use of augmented reality experiments in physics lessons. In: *Front. Educ.* 2023. 8:1180266. https://www.researchgate.net/publication/371958206_Measuring_teachers'_competencies_for_a_purposeful_use_of_augmented_reality_experiments_in_physics_lessons
27. CRUZ, J., COLUCI, V. R. ȘI MORAES, R. ORUN-VR2: a VR serious game on the projectile kinematics: design, evaluation, and learning outcomes. In: *Virtual Real.* 2023. 27, pp. 2583–2604. <https://dl.acm.org/doi/abs/10.1007/s10055-023-00824-w>
28. VEVERIȚA, T. Abordarea învățării bazate pe proiecte prin integrarea STEAM în studierea educației digitale la clasele primare. În: *Materialele Conferinței științifice internaționale „Abordări inter/transdisciplinare în predarea științelor reale (concept STEAM)”*, ediția a III-a. 27 – 28 octombrie 2023. Chișinău: UPSC, 2023, pp. 374-380. ISBN 978-9975-46-813-8 (PDF).
29. VEVERIȚA, T.; PAVEL, M.; VASCAN, T. *Metodologia implementării conceptului STEAM în clasele 1-4*. Chișinău: UPSC, 2023. 74 p. ISBN 978-9975-46-809-1.
30. VEVERIȚA, T. Utilizarea realității augmentate și virtuale în proiectele STEAM la clasele primare. In: *Materialele Conferinței științifice internaționale „Abordări inter/transdisciplinare în predarea științelor reale, (concept STEAM)”* Ediția a II-a, 28 - 29 octombrie 2022. Chișinău: UST, pp. 360 – 365. ISBN 978-9975-76-411-7. https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag_file/360-365_8.pdf
31. BRAICOV, A., VEVERIȚA, T. Organizarea activităților STEAM în cadrul laboratorului „European Schoolnet Future Classroom”. In: *Materialele Conferinței științifice internaționale „Abordări inter/transdisciplinare în predarea științelor reale, (concept STEAM)”*. Ch.: UST, 2021. V. I, pp. 181 – 188. ISBN 978-9975-76-357-8. https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag_file/Vol_I_STEAM_2021.pdf
32. BRAICOV, A., VEVERIȚA, T. *Metode de instruire activă la Informatică*. Chișinău: UST, 2022. 209 p. ISBN 978-9975-76-378-3.
33. BASHAM, J. D., MARINO, M. T. Understanding STEM education and supporting students through universal design for learning. In: *Teaching exceptional children*, Vol. 45, No. 4, pp. 8–15, 2013.
34. KIM, S. (n.d.). *Design principles for learning environment based on STEAM education*. <https://www.koreascience.or.kr/article/JAKO202128837849067.page>