



UNIVERSITATEA
„ALEXANDRU IOAN CUZA”
din IAȘI



PRIMĂRIA ORAȘULUI
DĂRMĂNEȘTI
JUDEȚUL BACĂU



UNIVERSITATEA
PEDAGOGICĂ DE STAT
ION CREANGĂ
DIN CHIȘINĂU



CAIM 2023

**Proceedings of
THE 30TH CONFERENCE ON APPLIED
AND INDUSTRIAL MATHEMATICS**

Communications in Education

Iasi, Romania, September, 14-17, 2023

Iasi, 2023

"ALEXANDRU IOAN CUZA" UNIVERSITY OF IASI
11, Boulevard Carol I, 700506, Iasi, Romania,
WEB address: <https://www.uaic.ro/>

"Ion Creanga" State Pedagogical University of Chisinau, Faculty of Physics, Mathematics and Information Technologies contributed as a co-organizer, within the CAIM 2023 international conference, to the publication of the volume "Proceedings of the 30th Conference on Applied and Industrial Mathematics, Communications in Education" and to the good conduct of section 8 - "Education"

Recommended for publication by the Scientific Council of the Faculty of Physics, Mathematics and Information Technologies, „Ion Creanga” State Pedagogical University of Chisinau, Republic of Moldova

Editor: prof. Liubomir Chiriac

Technical editor: Maria Pavel

Authors are fully responsible for the content of their papers

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

Conference on Applied and Industrial Mathematics (30; 2023; Iași). CAIM 2023. Proceedings of the 30th Conference on Applied and Industrial Mathematics, September 14-17, 2023: Communications in Education / editor: Liubomir Chiriac, Maria Pavel. – Iași: UAIC, 2023. –155 p: fig., tab.

Antetit.: "Alexandru Ioan Cuza" University of Iasi – Texte : lb. rom., engl., – Rez. paral.: lb. rom.-engl., engl.-rom. – Referințe bibliogr. la sfârșitul art. – **100 ex.**

ISBN **978-9975-76-401-8.**

Copyright © "Alexandru Ioan Cuza" University of Iasi, 2023
All rights reserved

ISBN **978-9975-76-401-8**

CUPRINS

CUVÂNT ÎNAINTE	4
AFANAS Dorin . Legea pătratelor inverse și aplicațiile ei	7
BAGRIN Diana, GLOBA Angela . Atitudinea față de studii a liceenilor prin prisma resurselor educaționale și a mediului de învățare	14
BALTAG Iurie . Aplicații ale produsului scalar la soluționarea unor probleme de determinare a extremelor condiționate	19
BOGDANOVA Violeta, CHIRIAC Liubomir . From the experience of studying the digital footprint from the position of information security	22
BOSTAN Marina . Aspecte metodice implementării soft-ului Maple în studierea cursului universitar „Teoria Grafurilor”	27
BRAICOV Andrei, BIBIC Alexandru . Simbioza competența matematică-competența digitală	34
BRAICOV Andrei, POPOVICI Iona . Soluții cloud pentru comunicarea digitală în educația matematică	41
CALMUȚCHI Laurențiu, FILIPOPOLSKI Ecaterina . Impactul problemelor practice în stimularea interesului elevilor pentru studierea geometriei	53
CALMUȚCHI Laurențiu, TURAN Ozkan . Dezvoltarea capacităților intelectuale la elevi în procesul studierii matematicii prin rezolvarea problemelor cu parametri	63
CAZACIOC Nadejda, COROPCEANU Eduard, ȘEREMET Ileana Simona . Proiectarea experiențelor de învățare STE(A)M în procesul schimbării și perfecționării unei societăți moderne	71
CHIRIAC Liubomir, CHIRIAC Eugenia, LUPAȘCO Natalia, JOSU Natalia . Algoritmul Genetic: interconexiune dintre biologie, matematică și informatică. Aplicații practice	81
GASNAȘ Ala, GLOBA Angela . Modalități de utilizare CHATGPT în procesul de predare-învățare a disciplinelor de programare	89
GRIGORCEA Sofia, GRECU Tatiana, CHIRIAC Eugenia, NEDBALIUC Boris . Stimularea gândirii critice la lecțiile de biologie prin aplicarea proiectelor STEAM	104
MIHĂLACHE Lilia . Unele aspecte curriculare ale disciplinei opționale „Modelarea și Imprimarea 3D”	110
PAVEL Maria, PAVEL Dorin . Diversificarea instrumentelor software de statistică socială cu Jamovie	115
TELEUCA Marcel, SALI Larisa . Abordare interdisciplinară la studiul unor inegalități	124
ȚĂRĂLUNGĂ Boris . On the solutions of diophantine exponential equations $2^x + 68^y = z^2$ and $2^x + 4352^y = z^2$	135
VASCAN Teodora . Beneficiile și provocările inteligenței artificiale în educație	140
VEVERIȚA Tatiana . Aspecte curriculare ale programului de studii universitar <i>Animație</i>	146

CUVÂNT ÎNAINTE

Conferințele CAIM întotdeauna au acordat o atenție specială desfășurării activităților secției „Educația”. De-a lungul anilor în cadrul secției respective în permanență au fost examinate cele mai stringente probleme care țin de studierea științelor reale și de dezvoltarea didacticilor științelor reale. În ultima perioadă o atenție deosebită este dedicată noilor abordări STEAM în studierea științelor reale. În situația când cei mai talentați tineri decid să nu mai îmbrățișeze o carieră STEAM, este pus în pericol însăși procesul de pregătire a cadrelor pentru economia reală a țării. Faptul că cei mai buni elevi decid să nu mai susțină bacalaureatul la matematică (profil real), fizică și informatică, denotă că ceva nu merge bine în sistemul educațional existent. Pentru a ameliora situația în acest domeniu, a fost dezvoltat conceptul STEAM (Științe, Tehnologie, Inginerie, Artă, Matematică), promovarea și implementarea căruia în procesul de educație se presupune a fi una din soluții.

În contextul dat, obiectivul central în elaborarea acestui volum ține de familiarizarea atât a experților cât și a publicului larg cu cele mai importante probleme care țin de procesul de modernizare a predării-învățării-evaluării matematicii, informaticii, fizicii, chimiei, geografiei, din perspectiva inter/transdisciplinarității (conceptului STEAM).

Astfel, ținem să subliniem faptul că Adelina Georgescu, dr., profesor universitar, primul președinte ROMAI, fondatoarea „mișcării pro-matematică aplicată și industrială”, în România și Republica Moldova, chiar la I ediție a CAIM-ului, în anul 1993, a formulat problema privind necesitatea abordării, la conferințele ROMAI, a educației matematicii și informaticii din prisma inter/transdisciplinarității ca o soluție practică la provocările timpului și a constrângerilor cu care se confruntă societatea modernă. Cercetările realizate de A. Georgescu la frontiera dintre diverse domenii științifice, conțineau un profund spirit interdisciplinar. Președintele ROMAI, Adelina Georgescu în parteneriat cu academicianul Mitrofan Ciobanu au încurajat și stimulat cooperarea cercetătorilor din diferite domenii, identificând probleme interdisciplinare și propunând metode și instrumente noi de cercetare.

În articolele prezentate în acest volum un accent special se pune pe didactica studierii subiectelor de importanță majoră care țin de diverse discipline. În acest sens am fi vrut să clarificăm unii termeni care vor fi utilizați pe parcurs. Astfel, didactica ca și pedagogia reprezintă o știință care elaborează legități, norme didactice și definitivează arta pentru că modelează personalitatea elevului/studentului prin intermediul măiestriei pedagogice și aplicarea diferențiată a metodologiei pedagogice. În acest sens, pedagogia este știința fundamentală și generală a educației, iar didactica este știința și arta axată pe procesul de învățământ. Didactica are în centrul preocupărilor - tehnologia procesului de

învățământ (metodele, mijloacele și formele de organizare și evaluare a procesului educațional).

Deja în Uniunea Europeană, dar și în Statele Unite ale Americii, s-a creat un mediu didactic favorabil și o opinie bine definită conform căreia inițiativele frumoase de promovare a învățării disciplinelor STEM, atât în rândurile profesorilor, cât și printre copii, tineri contribuie și pregătesc terenul ca tinerii să urmeze o carieră în domeniile științelor reale. Un rol important în dezvoltarea didacticilor științelor reale, inclusiv din perspectiva inter/transdisciplinară, și pregătirea cadrelor de calificare înaltă, în cadrul Facultății de Fizică, Matematică și Tehnologii Informaționale constituită în anul 1930 în cadrul Universității de Stat din Tiraspol, a avut-o Catedra de Matematică și Metoda Predării Matematicii, fondată încă în anul 1950. Mulți profesori talentați au lucrat în cadrul acestei catedre și au adus o contribuție serioasă la dezvoltarea didacticii matematicii. Menționăm doar câteva nume în acest sens: *Prof. Dr., Gersh Gleizer, Prof. Constantin Cozlovski, Prof. Dr., Zinaida Turlacova, Prof. Dr., Natalia Solomon, Prof. Dr., D. Șiman, Prof. Dr., Nistor Dodon, Prof. Dr. hab., Mitrofan Ciobanu, Prof. Dr., Andrei Hariton, Prof. Dr., Ion Achiri, Prof. Dr., Ion Cojocaru, Prof. Dr., Larisa Sali, Prof. Dr., Ilie Lupu și mulți alții.*

Foarte succint vom reda unele secvențe din biografia Profesorului Gersh Gleizer (12 iulie 1904 – 17 mai 1967) recunoscut la nivel internațional pentru cercetările în domeniul studierii istorismului în matematică. Profesorul Gersh Gleizer s-a născut în satul Securenii, Județul Hotin, Basarabia, România. A absolvit gimnaziul românesc din Chișinău și ulterior a studiat Matematica la Universitatea din Viena. Iar în anul 1929 a susținut teza de doctor în științe Matematice în cadrul Departamentului de Matematică a Universității Sapienza din Roma. Revenind în Basarabia a lucrat în calitate de profesor de matematică în localitățile Securenii, Mărculești și orașul Bălți.

În perioada 1940-1948, a fost șeful Catedrei de Matematică din cadrul Institutului Pedagogic de Stat Chișinău „Ion Creangă”. Totodată, a ținut ore la Universitatea de Stat din Chișinău. Începând cu anul 1948 s-a transferat la Institutul Pedagogic din Tiraspol, unde, inițial, a lucrat în calitate de asistent universitar la Catedra de Fizică și Matematică. În perioada anilor 1952-1963 a fost șeful Catedrei de Matematică și Metodică de Predare a Matematicii din cadrul Facultății de Fizică și Matematică. În această perioadă a scris circa patruzeci de monografii, manuale, majoritatea dintre care au fost publicate la Moscova, Leningrad, Kiev, Chișinău. Iar unele lucrări au fost traduse în limbi străine și tipărite în străinătate.

Astfel, Profesorul Gersh Gleizer a elaborat lucrarea „Predarea istoriei Matematicii în școală”, în trei volume, care au fost publicate inițial în limba română/moldovenească (1960, 1963, 1966). Versiunea în limba rusă pregătită de autor a fost publicată postum (1981-1983), la editura „Prosveshchenie” (Moscova), într-un tiraj de 300 de mii de

exemplare. Ulterior lucrările lui au fost traduse în mai multe limbi ale lumii: uzbekă, letonă, lituaniană, bulgară, croată, japoneză, cazahă etc. Lucrările Profesorului Dr., Gersh Gleiser au devenit cărți de referință pentru profesorii de matematică din sistemul preuniversitar și universitar din mai multe țări ale lumii și au fost incluse în colecțiile bibliotecilor universitare și publice.

Este necesar de menționat că pentru a perpetua eforturile profesorilor specializați în didactica științelor reale, academicianul Mitrofan M. Cioban, în cooperare cu Ilie Lupu, dr. habilitat, profesor universitar, A. Hariton, dr., profesor universitar, în anul 2002, au constituit *Școala Doctorală „Teoria și metodologia instruirii” din cadrul Universității de Stat din Tiraspol (cu sediul în Chișinău) care s-a dovedit a fi unica în Republica Moldova*. Cercetările remarcabile în cadrul școlii respective s-au axat, în mod special, pe didacticele științelor exacte și ale naturii (matematică, fizică, informatică, chimie, biologie, geografie). Grație cercetărilor avansate în domeniul didacticii, în cadrul Universității de Stat din Tiraspol a fost fondat unicul Seminar Științific de Profil și Consiliul Științific Specializat în domeniul didacticii științelor exacte și ale naturii în Republica Moldova. Astfel, pe parcursul ultimilor 20 de ani de activitate, în cadrul acestei școli doctorale au fost susținute 48 teze de doctor în științe. Un rezultat frumos pentru Școala doctorală din cadrul UST/UPSC și un rezultat excelent pentru știința pedagogică din țara noastră.

Liubomir CHIRIAC, dr. habilitat, profesor universitar

Maria PAVEL, dr., conferențiar universitar

CZU: 51:797.556

LEGEA PĂTRATELOR INVERSE ȘI APLICAȚIILE EI

Dorin AFANAS, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0001-7758-943X>

e-mail: afanas.dorin@upsc.md

Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău, Republica Moldova

Rezumat. În general, matematica este considerată ca știința ce studiază modelele de spațiu, modelele de structură, modelele de schimbare, inclusiv relațiile cantitative. În sens modern, matematica poate fi privită ca investigare a structurilor abstracte definite în mod axiomatic folosind logica formală [1].

Un loc important în matematică îl ocupă seriile numerice, care sunt strâns legate de operația de adunare și noțiunea de convergență. Una dintre aplicațiile seriilor numerice le putem găsi în testele IQ. În asemenea caz se prezintă un fragment dintr-o serie dată și se cere persoanei evaluate să afle următorul număr din serie. În prezentul articol se cercetează aplicațiile seriei numerice în controlul unei aeronave fără pilot, în fotografiere și filmare.

Cuvinte-cheie: serie numerică, convergență, fotografie, filmare, sursă de lumina, vehicul aerian.

THE INVERSE SQUARE LAW AND ITS APPLICATIONS

Abstract. In general, mathematics is considered as the science that studies patterns of space, patterns of structure, patterns of change, including quantitative relationships. In the modern sense, mathematics can be seen as the investigation of abstract structures defined axiomatically using formal logic [1].

An important place in mathematics is occupied by numerical series, which are closely related to the addition operation and the notion of convergence. One of the applications of number series can be found in IQ tests. In such a case, a fragment of a given series is presented and the evaluated person is asked to find out the next number in the series.

This article investigates the applications of number series in the control of an unmanned aircraft, in photography and videography.

Key-words: number series, convergence, photography, filming, light source, aerial vehicle.

În sens algebric nu pot fi adunate o infinitate de numere reale. Pentru realizarea acestui scop s-a introdus noțiunea de *serie*, care reprezintă prin sine o generalizare a conceptului de *sumă finită de numere reale*. Acest concept se aplică unei mulțimi infinite ale cărei elemente sunt termenii unui șir.

Sunt cunoscute diferite aplicații ale seriilor numerice. În cadrul acestui articol vom prezenta aplicația seriei $\sum \frac{1}{n^2}$ în controlul zborului unui vehicul aerian fără pilot uman la bord prin intermediul semnalelor radio, în fotografiere și filmări realizate cu ajutorul unor asemenea aeronave.

Pentru a conștientiza asemenea aplicații este necesar să ne axăm pe următoarele repere teoretice:

- ◆ Semnal radio,
- ◆ Fotografiere,

- ◆ Filmare,
- ◆ Noțiune de funcție,
- ◆ Limita funcției,
- ◆ Sumă finită de numere reale,
- ◆ Noțiune de serie numerică,
- ◆ Sumă parțială a seriei numerice,
- ◆ Suma seriei numerice,
- ◆ Serie convergentă,
- ◆ Serie divergentă,
- ◆ Criteriile de convergență ale seriilor.

În cadrul lecțiilor de Analiză matematică se studiază următorul criteriu de comparație al seriilor: *considerăm două serii* [2, 3]:

- ◆ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ și $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$, unde $0 < a_n \leq b_n$ pentru orice n natural.
- ◆ Dacă seria $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ converge, atunci și seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge.
- ◆ Dacă seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge, atunci și seria $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ diverge.

Se demonstrează convergența seriei:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}.$$

Într-adevăr,

$$\begin{aligned} 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots &= 1 + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots = \\ &= 1 + \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) + \dots \end{aligned}$$

Observăm că suma parțială a seriei date este:

$$S_n = 2 - \frac{1}{n},$$

de unde trecând la limită obținem 2. Prin urmare, seria dată converge.

Se trece apoi la demonstrația convergenței seriei:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}.$$

Într-adevăr, aplicând criteriul de comparație al seriilor, obținem că:

$$1 \leq 1, \frac{1}{4} < \frac{1}{2}, \frac{1}{9} < \frac{1}{6}, \frac{1}{16} < \frac{1}{12}, \frac{1}{25} < \frac{1}{20}, \dots, \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n^2 + n}.$$

Deoarece seria $\sum \frac{1}{n(n+1)}$ converge, rezultă că și seria $\sum \frac{1}{n^2}$ converge.

Se explică că există și alte metode de a demonstra convergența seriei $\sum \frac{1}{n^2}$. Una din aceste metode se bazează pe descompunerea funcției trigonometrice $\sin x$ în serie.

Într-adevăr, dezvoltarea funcției $\sin x$ în serie este:

$$\begin{aligned}\sin x &= x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \frac{x^{11}}{11!} + \dots = \\ &= x \left(1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \frac{x^6}{7!} + \frac{x^8}{9!} - \frac{x^{10}}{11!} + \dots \right).\end{aligned}$$

Deci

$$\frac{\sin x}{x} = 1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \frac{x^6}{7!} + \frac{x^8}{9!} - \frac{x^{10}}{11!} + \dots$$

Pe de altă parte, Euler a stabilit că funcția $\sin x$ admite descompunerea:

$$\sin x = x \left(1 - \frac{x^2}{\pi^2} \right) \left(1 - \frac{x^2}{4\pi^2} \right) \left(1 - \frac{x^2}{9\pi^2} \right) \left(1 - \frac{x^2}{16\pi^2} \right) \left(1 - \frac{x^2}{25\pi^2} \right) \dots$$

Prin urmare,

$$\frac{\sin x}{x} = \left(1 - \frac{x^2}{\pi^2} \right) \left(1 - \frac{x^2}{4\pi^2} \right) \left(1 - \frac{x^2}{9\pi^2} \right) \left(1 - \frac{x^2}{16\pi^2} \right) \left(1 - \frac{x^2}{25\pi^2} \right) \dots$$

Egalitatea

$$\begin{aligned}1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \frac{x^6}{7!} + \frac{x^8}{9!} - \frac{x^{10}}{11!} + \dots = \\ = \left(1 - \frac{x^2}{\pi^2} \right) \left(1 - \frac{x^2}{4\pi^2} \right) \left(1 - \frac{x^2}{9\pi^2} \right) \left(1 - \frac{x^2}{16\pi^2} \right) \left(1 - \frac{x^2}{25\pi^2} \right) \dots\end{aligned}$$

are loc pentru orice x și deci coeficienții de pe lângă x^2 trebuie să fie egali, adică

$$-\frac{1}{6} = -\frac{1}{\pi^2} - \frac{1}{4\pi^2} - \frac{1}{9\pi^2} - \frac{1}{16\pi^2} - \frac{1}{25\pi^2} - \dots$$

sau

$$\frac{1}{\pi^2} + \frac{1}{4\pi^2} + \frac{1}{9\pi^2} + \frac{1}{16\pi^2} + \frac{1}{25\pi^2} + \dots = \frac{1}{6}.$$

Prin urmare,

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \dots = \frac{\pi^2}{6},$$

adică suma seriei $\sum \frac{1}{n^2}$ este $\frac{\pi^2}{6}$.

Se observă că seria dată ne reprezintă o sumă a pătratelor inverse, numită *legea pătratelor inverse* și că această sumă poate fi obținută și prin metode alternative precum descompunerea funcției $f(x) = x^2$ în seria Fourier.

În anul 1988 Roy D. North a calculat cu ajutorul unui computer suma a unui milion de termeni a seriei pătratelor inverse și a observat legitatea – a șasea cifră după virgulă, după cum și era de așteptat, este greșită (vezi tabelul de mai jos).

Suma seriei pătratelor inverse		1,644934066848226436472415166646025189218949901...
-----------------------------------	--	--

Suma parțială a primilor un milion de termeni	1,644933066848726436305748499979391855885616544...
Eroarea	0.00000099999950000016666666666666333333333333357...

Odată familiarizați cu noțiunile teoretice de mai sus trecem la prezentarea aplicațiilor legii pătratelor inverse.

Aplicația 1. În fizică, legea pătratelor inverse afirmă că *o anumită cantitate sau intensitate fizică este invers proporțională cu pătratul distanței față de sursa acelei cantități fizice.*

Matematic legea pătratelor inverse poate fi notată:

$$\text{intensitatea} \sim 1/\text{distanța}^2 \quad (I \sim 1/r^2),$$

unde cu I s-a notat intensitatea, iar cu r – distanța.

De asemenea, această lege poate fi exprimată matematic și astfel:

$$\text{intensitatea}_1/\text{intensitatea}_2 = (\text{distanța}_2)^2/(\text{distanța}_1)^2 \quad (I_1/I_2 = r_2^2/r_1^2)$$

sau ca formularea unei cantități constante:

$$\text{intensitatea}_1 \times (\text{distanța}_1)^2 = \text{intensitatea}_2 \times (\text{distanța}_2)^2 \quad (I_1 \times r_1^2 = I_2 \times r_2^2).$$

Geometric dependența dintre intensitatea radiației unei surse de lumină și distanța de la sursă este reprezentată în figura 1.

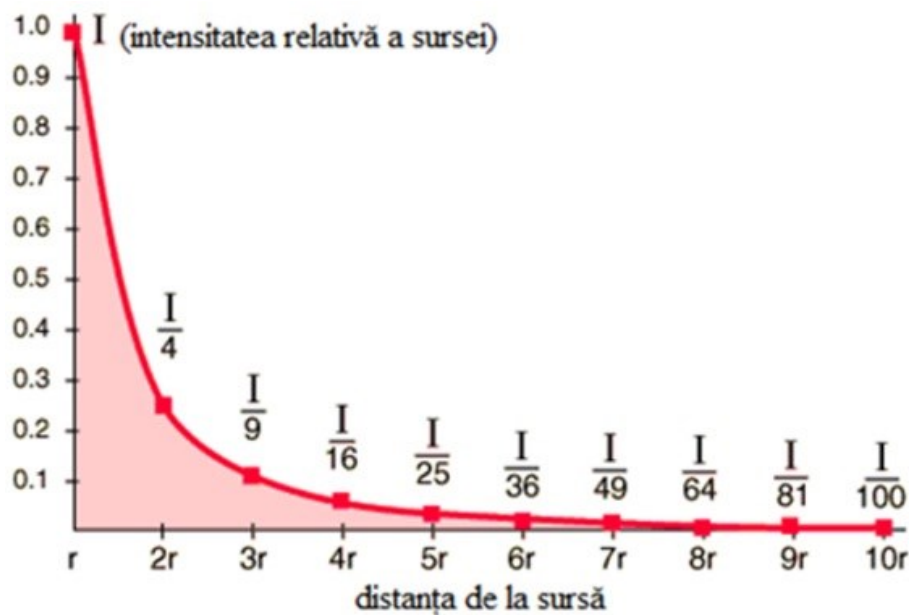


Figura 1. Dependența dintre intensitatea radiației unei surse de lumină și distanța de la sursă

În figura 2 punctul S reprezintă sursa de lumină, r – distanța de la sursa de lumină. Liniile reprezintă fluxul care iese din sursă. Numărul total de linii de flux depinde de intensitatea de radiație a sursei și este constant cu creșterea distanței, unde o densitate mai mare de flux de linii (liniile pe unitatea de suprafață) înseamnă un câmp mai puternic.

Densitatea liniilor de flux este invers proporțională cu pătratul distanței față de sursă, deoarece suprafața unei sfere crește cu pătratul razei. Astfel puterea unui câmp este invers proporțională cu pătratul distanței față de sursă.

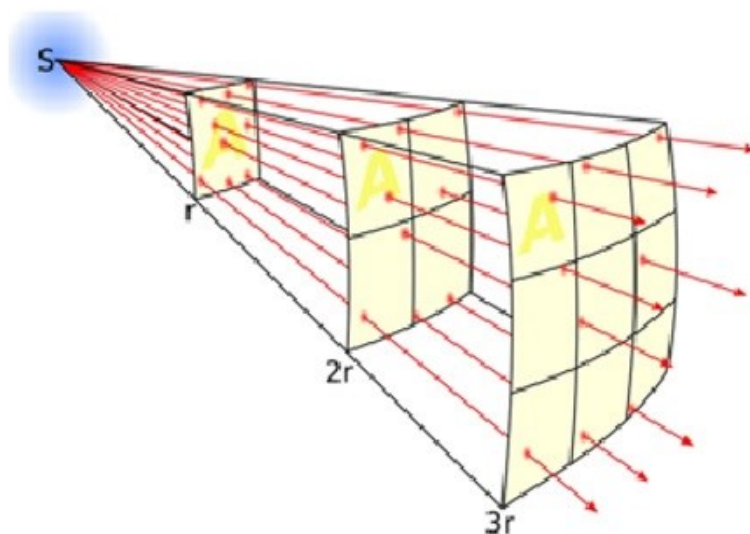


Figura 2. Fluxul sursei

Observăm că micșorarea intensității de radiație a sursei de la 1 m până la 10 m în procente cu exactitatea până la un număr întreg va arăta așa cum este reprezentat în figura 3.

Observăm, că intensitatea de radiație a sursei (iluminarea) scade brusc cu 75% de la 1 m până la 2 m, iar mai apoi scade numai cu 5% de la 4 m până la 10 m.

Trebuie să reținem că conform legii pătratelor, pătratele numerelor cresc din ce în ce mai repede, iar conform legii pătratelor inverse ele se micșorează din ce în ce mai încet.

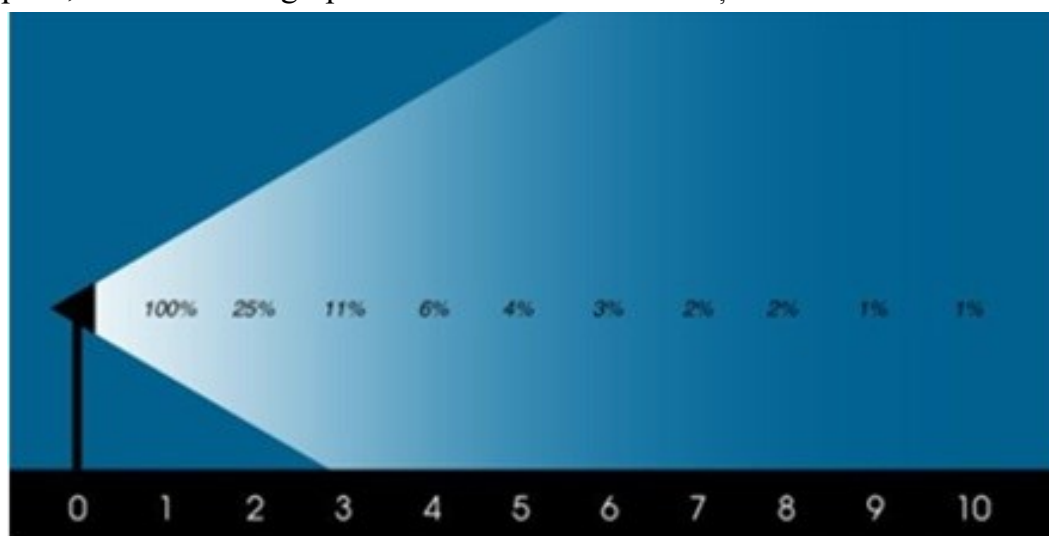


Figura 3. Micșorarea intensității de radiație a sursei

Legea pătratelor inverse are o aplicație importantă în fotografie și filmări.

Astfel, dacă ne aflăm aproape de sursă, atunci intensitatea de radiație (iluminarea) este mare, iar dacă ne aflăm departe de sursă, atunci vom avea o iluminare slabă. Reieșind din aceasta, pentru a obține o expoziție corectă la fotografiere, în cazul când ne aflăm aproape de sursă, vom fixa diafragma aparatului foto aproximativ la F16, pentru a bloca surplusul de lumină.

Dacă însă ne aflăm departe de sursă, atunci trebuie să fixăm diafragma aproximativ la F4, pentru a capta mai multă lumină și deci ambele cadre vor arăta aproximativ identic (fig. 4).

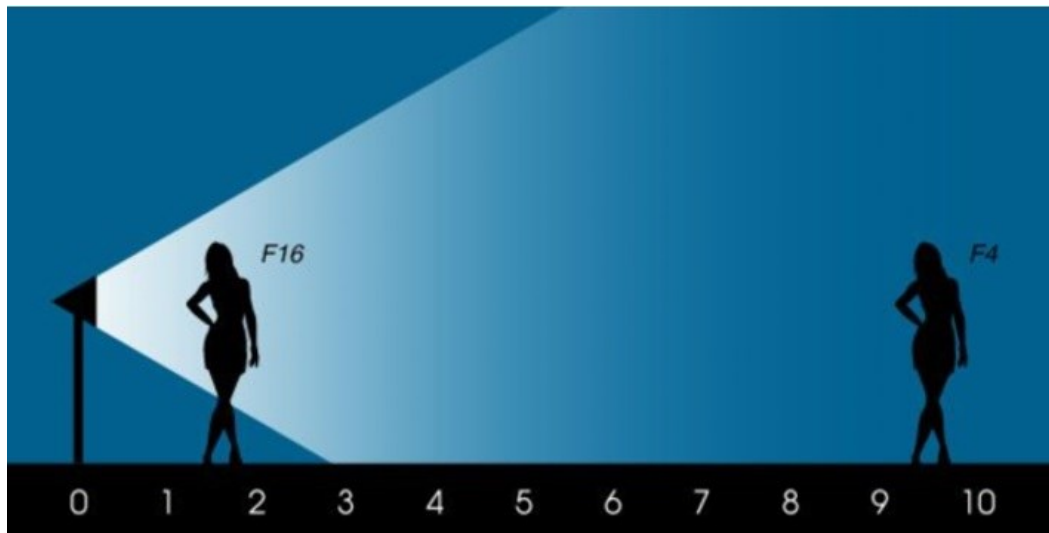


Figura 4. Fixarea diafragmei dispozitivului la F4 și F16

Astfel, noi vom putea aproximativ estima valoarea diafragmei pentru a obține o expoziție corectă. Trebuie să reținem, că puterea iluminării de la început scade brusc, iar apoi din ce în ce mai lent. După acest principiu, noi la început deschidem diafragma brusc, iar apoi din ce în ce mai lent o dată cu îndepărtarea de la sursa de lumină.

Majoritatea vehiculelor aeriene fără pilot uman la bord pentru consum larg nu posedă diafragmă reglabilă și prin urmare va fi nevoie în unele cazuri să ne apropiem de obiectul filmat/fotografiat, iar în alte cazuri va fi necesar să ne îndepărtăm. În majoritatea cazurilor așa ceva se realizează destul de simplu cu ajutorul unui vehicul aerian.

Aplicația 2. O altă aplicație importantă a legii pătratelor inverse o găsim la semnalele radio. Se cunoaște că vehiculele aeriene fără pilot uman la bord sunt ghidate la distanță de către un operator prin intermediul semnalelor radio. Diferite vehicule aeriene pot fi dirijate la anumite distanțe. De exemplu, pentru vehiculul aerian fără pilot Xiaomi FIMI A3, scos din cutie, este setată o rază utilă de 500 m, însă noi avem posibilitate să setăm și o rază utilă mai mare sau mai mică. În primul caz puterea emițătorului crește, iar în al doilea – descrește.

În acest context putem rezolva probleme de tipul:

1. Un vehicul aerian fără pilot uman la bord avea setată o rază utilă de control de 500 *m*, apoi a fost setată raza utilă de 1000 *m*. De câte ori trebuie să crească puterea emițătorului?

Indicație. Conform legii pătratelor inverse puterea emițătorului s-a mărit de patru ori.

2. Raza utilă de control a unui vehicul aerian fără pilot uman la bord era setată la 400 *m*, apoi a fost setată la 100 *m*. De câte ori a scăzut puterea emițătorului ?

Indicație. Puterea emițătorului a scăzut de 16 ori.

3. Inițial un vehicul aerian fără pilot uman la bord putea fi dirijat prin intermediul semnalelor radio pe o rază de 600 *m*. După ce operatorul a mărit puterea emițătorului vehiculului aerian, el putea fi dirijat pe o rază de 1800 *m*. De câte ori operatorul a mărit puterea emițătorului ?

Răspuns: De 9 ori.

4. Puterea emițătorului unui vehicul aerian fără pilot uman la bord a fost mărită de 4 ori. De câte ori s-a mărit raza utilă de control ?

Răspuns: De 2 ori.

Articol realizat în cadrul proiectului de cercetări științifice „Metodologia implementării TIC în procesul de studiere a științelor reale în sistemul de educație din Republica Moldova din perspectiva inter/transdisciplinarității (concept STEAM)”, inclus în „Program de stat” (2020-2023), Prioritatea IV: Provocări societale, cifrul 20.80009.0807.20, cu suportul financiar oferit de Agenția Națională pentru Dezvoltare și Cercetare

Bibliografie

1. OPREA, I.; PAMFIL, C.-G.; RADU, R.; ZĂSTROIU, V. Noul dicționar universal al limbii române. Editura Litera Internațional, 2007.
2. ȘCERBAȚCHI, I. *Curs de analiză matematică*. Vol.2, 3. Chișinău: Ed. Tehnica-Info, 2002.
3. PISCUNOV, N. *Calcul diferențial și integral*. Vol.1. Chișinău,: Ed. Lumina, 1991.
4. PISCUNOV, N. *Calcul diferențial și integral*. Vol.2. Chișinău: Ed. Lumina, 1992.

CZU: 37.015.3

ATITUDINEA FAȚĂ DE STUDII A LICEENILOR PRIN PRISMA RESURSELOR EDUCATIONALE ȘI A MEDIULUI DE ÎNVĂȚARE

Diana BAGRIN, doctorand, domeniul Științe ale Educației

<https://orcid.org/0009-0009-9135-0842>

email: dianabagrin9777@gmail.com

Angela GLOBA, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-2653-0320>

email: globa.angela@upsc.md

Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău, Republica Moldova

Rezumat. În articol este făcută o trecere în revistă a elementelor importante care determină calitatea vieții școlare a elevilor. Autorii au analizat opinia elevilor vis-a-vis de cauzele care îi fac să considere experiențele sale de învățare ca fiind plăcute și utile; dependența dintre reușita în viață a elevilor și performanța lor academică; impactul feedback-ului oferit de cadrele didactice, metodele/ strategiile didactice/ modul de predare a conținuturilor curriculare și motivația pentru învățare.

Cuvinte-cheie: motivație, competență, succes academic, strategii de motivare, motivație intrinsecă, motivație extrinsecă, interdisciplinaritate, transdisciplinaritate.

HIGH SCHOOL STUDENTS' ATTITUDE TOWARDS EDUCATIONAL RESOURCES AND LEARNING ENVIRONMENT

Abstract. The article reviews important elements that determine students' school quality life. The authors analyzed students' opinion towards causes that make them consider their learning experiences as being pleasant and useful; the dependence between students' success in life and their academic performance; feedback impact provided by the teaching staff, teaching methods/strategies/how to teach curricular contents and the motivation for learning.

Keywords: motivation, competence, academic success, motivation strategies, intrinsic motivation, extrinsic motivation, interdisciplinarity, transdisciplinarity.

Conceptul de stare de bine, calitatea vieții, este asociat cu activitatea sănătății fizice, mintale, emoționale, sociale, percepția de sine etc. [1]. Este destul de important să înțelegem care este starea de bine din punct de vedere mintal, cât de satisfăcuți sunt elevii față de calitatea vieții lor, atitudinea lor față de școală și învățare precum și aspirațiile lor de viitor.

De asemenea, o caracteristică a adolescentului este proiectarea scopurilor de viitor, unde interesul de bază este profesia. Adolescentul se analizează pentru a-și descoperi calitățile, care îl vor determina în alegerea ulterioară a activităților pe care le va desfășura în viitor.

O altă caracteristică importantă a adolescentului este avântul puternic spre acțiune, dorința de a lua parte la toate activitățile vieții sociale. La etapa adolescenței interesele devin mai stabile, conștiente. Aceste interese sunt legate de idealul profesional, astfel,

generând un șir de motive, care îl va orienta pe adolescent în alegerea profesiei: aptitudinile pentru profesia dată, șansele de a reuși la o instituție de învățământ superior, posibilități de venit, condiții bune de muncă, modalități de afirmare, dorința de a fi eficient societății [2].

Conform datelor PISA [3], 49% din adolescenții din Republica Moldova își doresc să aplice pentru studii superioare și doar 18% optează pentru învățământul terțiar. Însă, este puțin probabil că marea majoritate din adolescenți analizează și aspectul că, studiile universitare implică, în unele cazuri, investiții semnificative, iar plasarea în câmpul muncii este mult mai târzie. Există cazuri când aceste investiții sunt mai mari decât beneficiile obținute în urma studiilor universitare. În acest caz, credem, este vorba doar de entuziasm sau ambiție.

În studiul realizat de autori pe un eșantion de 110 elevi din Instituția Publică Liceul Teoretic „Mihai Viteazul” din municipiul Chișinău, profilul real, clasele a X-XII-a, a fost studiată decizia elevilor de a studia la liceu (figura 1).

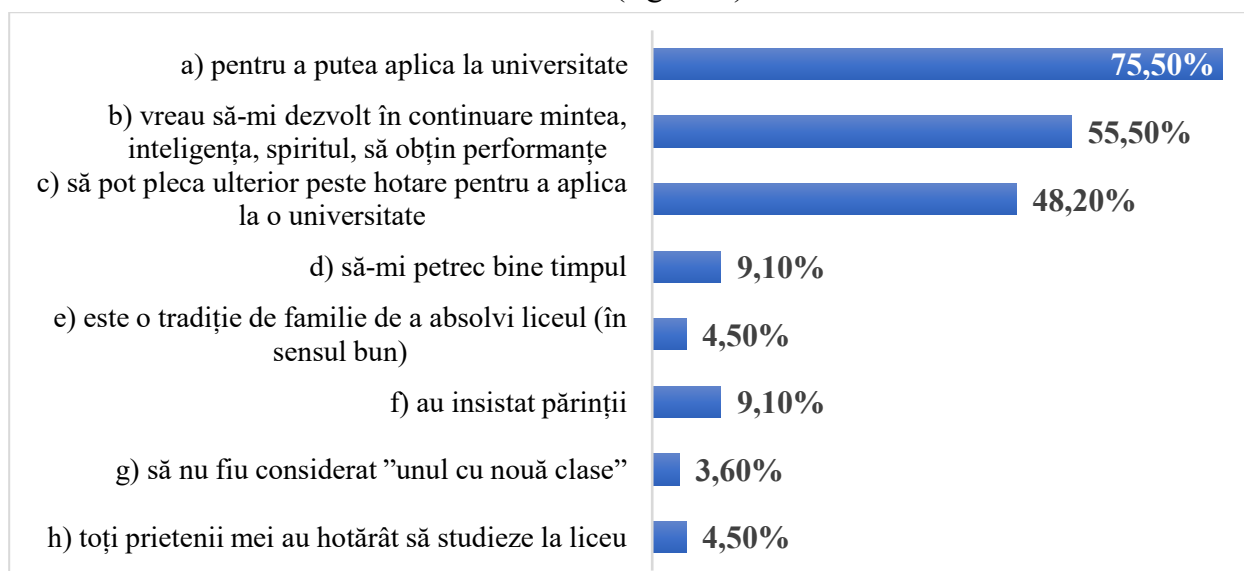


Figura 1. Decizia elevilor de a învăța la liceu

Astfel, aceștia aleg să facă liceul, în primul rând, pentru a aplica la o facultate - 75,5%; vreau să-mi dezvolt în continuare mintea, inteligența, spiritul, să obțin performanțe – 55,5%; să pot pleca, ulterior, peste hotare pentru a aplica la o universitate – 48,2%.

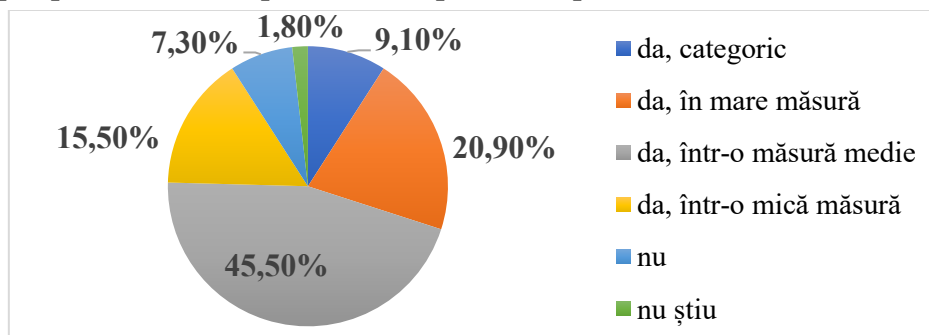


Figura 2. Opinia elevilor în raport cu dependența reușitei în viață de performanța lor academică

Alegerea opțiunii (a) are o explicație logică, deoarece 77,3% din elevi intervievați apreciază calitatea studiilor la liceu cu calificativele 7-10 pe o scară de la 1 (minim) la 10 (maxim). Autorii au analizat opinia elevilor cu privire la dependența reușitei în viață de performanța sa academică (figura 2). Rezultatele obținute, demonstrează că elevii au alte explicații față de succesul în viață, așa cum doar 30% din ei sunt categorici și cred că reușita academică este importantă pentru o viață de succes.

Modelele contemporane ale instruirii de calitate pun accentul pe învățarea orientată pe scopuri unde cadrul didactic este conștient de faptul că obiectivele trasate, inclusiv de elev, au legătură directă cu învățarea discipolilor săi [4]. Așa cum, politicile educaționale din țară sunt axate pe implicarea și plasarea instruitului în centrul propriei învățări, am analizat cum acest lucru se transpune în activitățile și politica instituțiilor de învățământ. Luarea în considerație a opiniei elevului este un lucru important atât pentru întregul sistemul educațional cât și pentru însuși elevul, deoarece acesta va fi sigur că opinia lui contează, deci, va fi mai motivat să învețe. La întrebarea „În liceul în care înveți se desfășoară întruniri/activități comune (administrație, cadre didactice, elevi, părinți, specialiști din diverse domenii, reprezentanți ai Ministerului Educației și Cercetării) unde se discută necesitățile elevilor, opinia elevilor vis-a-vis de procesul de studii, implicarea elevilor în diverse activități din afara instituției (proiecte, concursuri, olimpiade, seminare cu specialiști din domeniul IT etc.)?” circa 56% din elevi au afirmat că acest lucru se realizează la nivel de sistem și instituție, iar 32% afirmă că acest lucru se face doar la nivel de clasă. O explicație în acest sens ar fi: atitudinea mai puțin interesată a diriginților și părinților față de elevi, adică dezinteresul de a pune problema elevilor în fața administrației instituției de învățământ sau în, în general, în fața factorilor de decizie.

Asigurarea unui mediu de învățare modern pentru elevi este un alt catalizator al vieții și performanței academice a elevilor. Prezența spațiilor de învățare moderne, a echipamentelor și utilajelor necesare pentru procesul de studii este esențial pentru a facilita o învățare calitativă. Din datele oferite de BNS doar 40 la sută din instituțiile de învățământ general din Republica Moldova dispun de echipament digital și doar 42% din aceste instituții au și soft-uri licențiate. În acest context, subliniem că 62% din managerii școlilor de cultură generală atenționează că procesul didactic suferă mult din cauza lipsei materialelor didactice. De asemenea, mediul de învățare include și siguranța fizică a elevului, profesorului; aspectul emoțional – climatul psihologic etc. Cercetările în domeniu demonstrează că climatul psihologic școlar afectează esențial motivația elevilor pentru a învăța. Realizarea procesului didactic într-un mediu de învățare pozitiv oferă elevilor siguranță. Sprijinul oferit de profesori, implicarea părinților în activitățile școlare ale copiilor facilitează motivația pentru învățare și contribuie la sporirea respectului și încrederii în forțele proprii dezvoltând frumoase relații de cooperare bazate pe încredere.

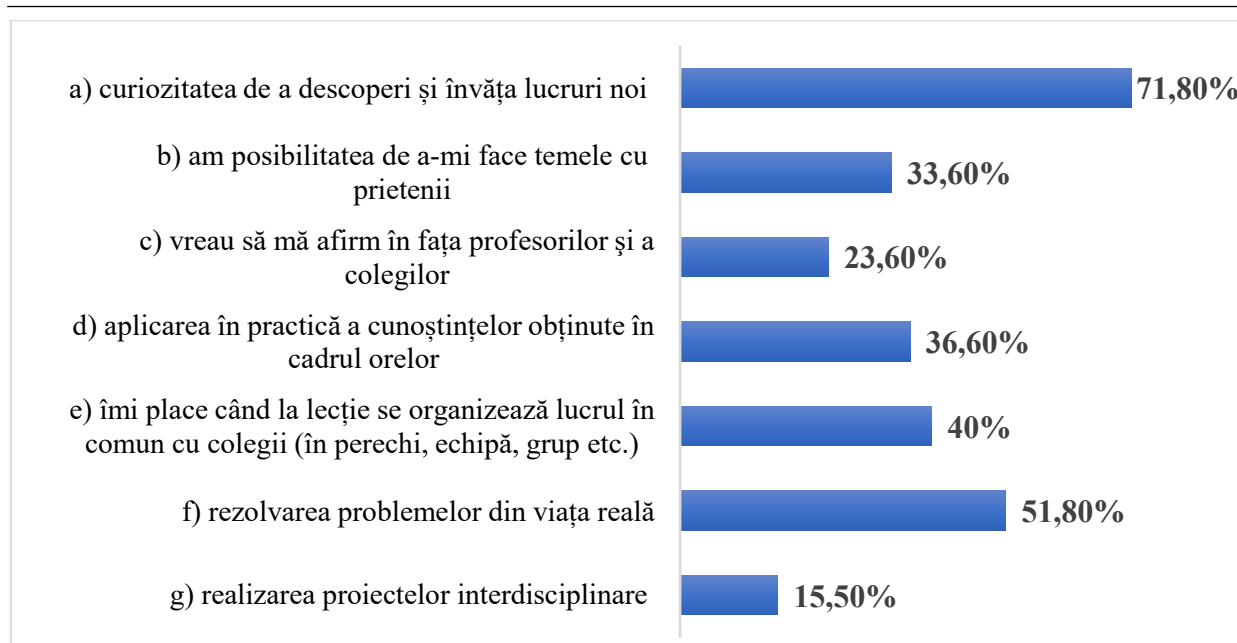


Figura 3. Opinia elevilor vis-a-vis de cauzele care îi fac să considere experiențele sale de învățare ca fiind plăcute și utile

În acest context, elevii chestionați consideră că liceul în care își fac studiile dispune de spații moderne amenajate pentru învățare și echipamente, utilaje moderne pentru studii: în totalitate – circa 11% din elevi; în mare parte – 58% din elevi și într-o măsură mai mică 31% din elevi.

Cauzele care îi fac pe elevi să considere experiențele sale de învățare ca fiind plăcute și utile sunt reflectate în figura 3. Indicatorul de 23,6% pentru opțiunea (c) vorbește despre faptul că, elevii sunt siguri pe sine, iar valoarea de 15,5% pentru opțiunea (g) – fie elevii nu doresc să facă acest lucru deoarece este mai complicat să îmbine mai multe discipline de studiu pentru realizarea proiectului dând prioritate proiectelor monodisciplinare, fie nu știu ce înseamnă un proiect inter/ transdisciplinar. În același timp, elevii vor să descopere lucruri noi rezolvând probleme din viața reală fiind implicați în proiecte comune cu specialiști din diverse domenii de pe piața muncii – 66,4% din elevii intervievați.

Vis-a-vis de atitudinea elevilor față de cadrul didactic, ei menționează că sunt mai motivați să învețe dacă profesorul aplică metode/ tehnici și strategii de predare active, axate pe sporirea interesului față de disciplina informatică – 63%. Calitățile umane (atent, binevoitor, receptiv, respectuos cu elevii), interesul față de succesele elevilor sunt importante pentru 57% din elevi. Fiecare al doilea elev își dorește un cadru didactic competent, însă la capitolul „cadru didactic exigent, obiectiv, corect” elevii au rețineri (doar 12% din elevi își doresc acest lucru).

Cercetările pedagogice confirmă faptul că elevii sunt motivați academic mai mult dacă profesorilor le pasă de ei (elevi), dacă le oferă un feedback pozitiv și la timp, țin cont de opinia lor [5,6].

Concluzii

1. Una din componentele de bază ale vieții tinerilor din Republica Moldova este instituția de învățământ. Elevii ce au o reușită academică mai bună, consideră că școala este un element important pentru viitorul lor de succes.
2. Implicarea elevilor în activități extracurriculare, unde ei vor avea posibilitatea să descopere lucruri noi rezolvând probleme din viața cotidiană împreună cu diverși specialiști de pe piața muncii oferă elevilor o serie de oportunități cum formarea/dezvoltarea de abilități și competențe necesare pentru activitățile ulterioare în construirea unei cariere de succes.
3. Cadrele didactice sunt cel mai important patrimoniu al școlilor din țară. Este evident că, orice tentativă de îmbunătățire a performanțelor academice ale elevilor nu va avea efect pozitiv fără implicarea directă a profesorilor. Relația de colaborare dintre elevi și cadre didactice este esențială.
4. Îmbunătățirea sistemului educațional din țară este într-o relație de dependență directă cu faptul că elevii bine pregătiți vor accede la studii pedagogice și vor beneficia de instruire universitară calitativă devenind cadre didactice competitive. Astfel, cercul se închide cu formarea de elevi performanți.

Articol realizat în cadrul proiectului de cercetări științifice „Metodologia implementării TIC în procesul de studiere a științelor reale în sistemul de educație din Republica Moldova din perspectiva inter/transdisciplinarității (concept STEAM)”, inclus în „Program de stat” (2020-2023), Prioritatea IV: Provocări societale, cifrul 20.80009.0807.20, cu suportul financiar oferit de Agenția Națională pentru Dezvoltare și Cercetare

Bibliografie

1. STATHAM, J.; CHASE, E. *Childhood wellbeing. A brief overview*. Childhood Wellbeing Research Centre, 2010. Online: http://www.cwrc.ac.uk/documents/CWRC_Briefing_paper.pdf
2. DRAGU, A.; CRISTEA, S. *Psihologie și pedagogie școlară*. Constanța: Ovidius University Press, 2003. 197 p. ISBN 973614-135-7.
3. Ministerul Educației și Cercetării al Republicii Moldova. Raportul „Republica Moldova în PISA 2018”. Online: <https://mecc.gov.md/ro/content/rezultatele-inregistrate-de-republica-moldova-programul-international-de-evaluare-elevilor>
4. COE, R. et all. *What makes great teaching?* Review of the underpinning research, 2014.
5. PITZER, J.; SKINNER, E. Predictors of changes in students’ motivational resilience over the school year. În: *Intern. Journal of Behavioral Development*, 41(1), 2017.
6. RICARD, N.; PELLETIER, L. Dropping out of high school: The role of parent and teacher self-determination support, reciprocal friendships and academic motivation. În: *Contemporary Educational Psychology*, p. 44-45, 2016.

CZU: 511.14:514.11

**APLICAȚII ALE PRODUSULUI SCALAR
LA SOLUȚIONAREA UNOR PROBLEME
DE DETERMINARE A EXTREMELOR CONDIȚIONATE**

Iurie BALTAG, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0003-3426-1287>

email: iurie.baltag@mate.utm.md, iubaltag@mail.ru

Universitatea Tehnică din Moldova

Rezumat. În articol se descriu reperele teoretice de determinare a extremelor condiționate prin intermediul produsului scalar. De asemenea, sunt prezentate exemple rezolvate de aflare a maximumului și minimumului unor expresii, utilizând reperele teoretice demonstrate.

Cuvinte cheie: extrem condiționat, maximum, minimum, produsul scalar, vector, coordonate.

**APPLICATIONS OF THE SCALAR PRODUCT
TO THE SOLUTION OF CONDITIONAL
EXTREMUM DETERMINATION PROBLEMS**

Abstract. The article describes the theoretical benchmarks for determining conditional extremes by means of the scalar product. Also, solved examples of finding the maximum and minimum of some expressions are presented, using the demonstrated theoretical benchmarks.

Keywords: conditional extremum, maximum, minimum, scalar product, vector, coordinates.

Determinarea soluțiilor unor probleme de extreme condiționate poate fi efectuată mult mai simplu și mai efektiv, dacă vom aplica produsul scalar al vectorilor și proprietățile lui. Pentru studiul exemplelor ce vor urma este importantă următoarea teoremă:

Teoremă. Fie dată funcția

$$F = \sum_{k=1}^3 a_k f_k(x, y, z), \quad (1)$$

unde a_k sunt constante reale arbitrare, iar $f_k(x, y, z)$ - funcții ce verifică următoarea egalitate:

$$\sum_{k=1}^3 b_k^2 f_k^2(x, y, z) = d^2, \quad (2)$$

în care d este constantă pozitivă, iar b_k sunt constante nenegative. Menționăm, că b_k și a_k se pot anula doar simultan pentru unele valori ale lui k . În acest caz se consideră nulă și funcția f_k .

Atunci

$$\max F = d \cdot p, \min F = -d \cdot p;$$

unde

$$p = \sqrt{\left(\frac{a_1^2}{b_1^2} + \frac{a_2^2}{b_2^2} + \frac{a_3^2}{b_3^2}\right)}.$$

Mulțimea valorilor x, y, z , pentru care valorile de maxim și minim ale funcției F pot fi atinse, se determină din sistemul următor:

$$f_k = \frac{\pm d}{\sqrt{\left(\frac{a_1^2}{b_1^2} + \frac{a_2^2}{b_2^2} + \frac{a_3^2}{b_3^2}\right)}} \cdot \frac{a_k}{b_k^2}, k = 1, 2, 3. \quad (3)$$

Demonstrație. Considerăm vectorii $\vec{u} = (b_1 f_1, b_2 f_2, b_3 f_3)$ și $\vec{v} = \left(\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_3}\right)$. Dacă pentru o valoare a lui k avem, că $a_k = b_k = 0$, atunci coordonata corespunzătoare a acestor vectori se consideră nulă.

Produsul scalar al acestor vectori calculat în coordonate va fi egal cu funcția F din (1). Notând unghiul dintre acești vectori prin φ și aplicând definiția produsului scalar, vom obține:

$$F = \vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos \varphi = d \cdot p \cdot \cos \varphi.$$

Deoarece d și p sunt constante pozitive, valoarea maximă a lui F se va obține atunci când $\cos \varphi = 1$, $\varphi = 0^\circ$, iar cea minimă atunci când $\cos \varphi = -1$, $\varphi = 180^\circ$.

Și într-un caz și în celălalt vectorii trebuie să fie colineari, adică $\vec{u} = t\vec{v}$. Cazul $t > 0$ corespunde valorii de maxim a funcției F , iar cazul $t < 0$ - valorii de minim. De aici obținem:

$$f_k = t \cdot \frac{a_k}{b_k^2}, k = 1, 2, 3. \quad (3)$$

Înlocuind aceste egalități în (2), obținem: $t^2 \left(\frac{a_1^2}{b_1^2} + \frac{a_2^2}{b_2^2} + \frac{a_3^2}{b_3^2}\right) = d^2$. De aici:

$$t = \frac{\pm d}{\sqrt{\left(\frac{a_1^2}{b_1^2} + \frac{a_2^2}{b_2^2} + \frac{a_3^2}{b_3^2}\right)}}. \quad (4)$$

Astfel, pentru a afla mulțimea valorilor x, y, z , pentru care valorile de maxim și minim ale funcției F pot fi atinse, este necesar să rezolvăm sistemul (3) cu constanta t determinată în (4). Semnul plus corespunde valorilor de maxim, iar semnul minus celor de minim.

Exemplul 1. Fie $\vec{u}$ un vector arbitrar ce formează cu axele de coordonate OX, OY și OZ unghiuri egale cu α, λ și φ corespunzător. Să se afle valoarea maximă și cea minimă a expresiei $F = a \cdot \cos \alpha + b \cdot \cos \lambda + c \cdot \cos \varphi$, unde a, b, c sunt constante reale arbitrare.

Rezolvare. Considerăm vectorii $\vec{u} = (\cos \alpha, \cos \lambda, \cos \varphi)$ și $\vec{v} = (a, b, c)$. Din identitatea cosinusurilor directe ale unui vector avem:

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \lambda + \cos^2 \varphi = 1.$$

Atunci, conform teoremei $d = 1$ și $\max F = dp = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$, $\min F = -dp$.

Aceste valori vor fi obținute în cazul de maxim (minim) din următoarele egalități:

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{+(-)a}{p}; \\ \cos \lambda &= \frac{+(-)b}{p}; \\ \cos \varphi &= \frac{+(-)c}{p}. \end{aligned}$$

Spre exemplu, dacă $a = 1, b = -2, c = 2$, atunci

$$\max(\min)F = 3(-3);$$

$$\cos \alpha = \frac{+(-)1}{3}; \cos \lambda = \frac{-(+)2}{3}; \cos \varphi = \frac{+(-)2}{3}.$$

Valoarea maximă a expresiei F va fi asigurată pentru vectorul ce formează cu axele de coordonate următoarele unghiuri:

$$\alpha = \arccos(1/3), \lambda = \pi - \arccos(2/3), \varphi = \arccos(2/3).$$

Iar valoarea minimă pentru $\alpha = \pi - \arccos(1/3)$,

$$\lambda = \arccos(2/3), \varphi = \pi - \arccos(2/3).$$

Exemplul 2. Să se afle valoarea maximă și cea minimă a expresiei $F = ax + by + cz$ (a, b, c sunt constante arbitrare), cu condiția $4x^2 + 16y^2 + z^2 = 16$.

Rezolvare. Considerăm vectorii $\vec{u} = (2x, 4y, z)$ și $\vec{v} = (\frac{a}{2}, \frac{b}{4}, c)$. Conform teoremei, $d = 4$ și

$$\max F = dp = 4\sqrt{\left(\frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{16} + c^2\right)} = \sqrt{(4a^2 + b^2 + 16c^2)},$$

$$\min F = -\sqrt{(4a^2 + b^2 + 16c^2)}.$$

Valoarea maximă(minimă) a expresiei F va fi obținută pentru următoarele valori ale variabilelor: $x = \frac{+(-)4a}{dp}, y = \frac{+(-)b}{dp}, z = \frac{+(-)16c}{dp}; dp = \sqrt{(4a^2 + b^2 + 16c^2)}.$

Bibliografie

1. BALTAG, Iu. *Elemente de algebră liniară și vectorială*. Chișinău: Editura Tehnică UTM, 2008.
2. PISKUNOV, N. S. *Calcul diferențial și integral*. vol 2. Chișinău: Editura Lumina, 1992.

CZU: 378.091:004

FROM THE EXPERIENCE OF STUDYING THE DIGITAL FOOTPRINT FROM THE POSITION OF INFORMATION SECURITY

Violeta BOGDANOVA, PhD in Education

<https://orcid.org/0000-0003-4140-6317>

e-mail: bogdanovaleta@gmail.com

Liubomir CHIRIAC, Habilitated Doctor, Professor

<https://orcid.org/0000-0002-5786-5828>

e-mail: llchiriac@gmail.com

Department of Informatics and Information Technologies,
"Ion Creangă" State Pedagogical University in Chisinau / Tiraspol State University
Republic of Moldova

Abstract. The article considers the concept of a digital footprint. The awareness of students in this area is analyzed. The didactic aspects of the formation of skills and abilities in terms of the formation and management of the digital footprint to ensure the state of security in the information environment are presented.

Keywords: digital footprint, information security, information technology, project work, digital skills.

DIN EXPERIENȚA STUDIERII AMPRENTEI DIGITALE DIN PERSPECTIVA SECURITĂȚII INFORMAȚIONALE

Rezumat. Articolul ia în considerare conceptul de amprentă digitală. Se analizează gradul de conștientizare a elevilor în acest domeniu. Sunt prezentate aspectele didactice ale formării deprinderilor și abilităților în ceea ce privește formarea și gestionarea amprente digitale pentru asigurarea stării de securitate în mediul informațional.

Cuvinte cheie: amprenta digitală, securitatea informației, tehnologia informației, munca pe proiecte, competențe informaționale.

Introduction. The concept of a digital footprint

Opportunities for the analysis of information vulnerabilities is the digital footprint. It is an unstructured array of data that the user leaves in the global information network. It can be a purchase with a credit card, a search query, moving around with a smartphone, liking it on social media. Analysis of the user's digital footprint allows you to model behavioral features and use this data for various purposes: the offer of goods in an online store, information and psychological impact on a person.

Digital traces are active and passive. The user leaves an active digital footprint himself: pages on social networks, filling out forms on websites, activity on websites. Passive - sites collect: IP address, information about the operating system, browser and extensions, time zone, etc.

Companies study the profile of an applicant for a position in order to reduce reputational and financial risks. Attackers study a digital footprint for the organization of illegal activity. Government structures are also interested in information about citizens [2].

Questionnaire and analysis of the results

As part of the project work in the study of the discipline "Information Security", together with students, a questionnaire was developed on the phenomenon of "digital footprint" (Fig. 1).

Figure 1. Google form questionnaire

The survey involved 97 university and college students in the age group 17-24, respectively 30.9% and 69.1%.

To the question "Do you use public wi-fi networks (for example, in a cafe)?" answered that they always use 18.6%, 27% - often, 21% - sometimes, 21.6% - rarely, 10.3% - never (Fig. 2).

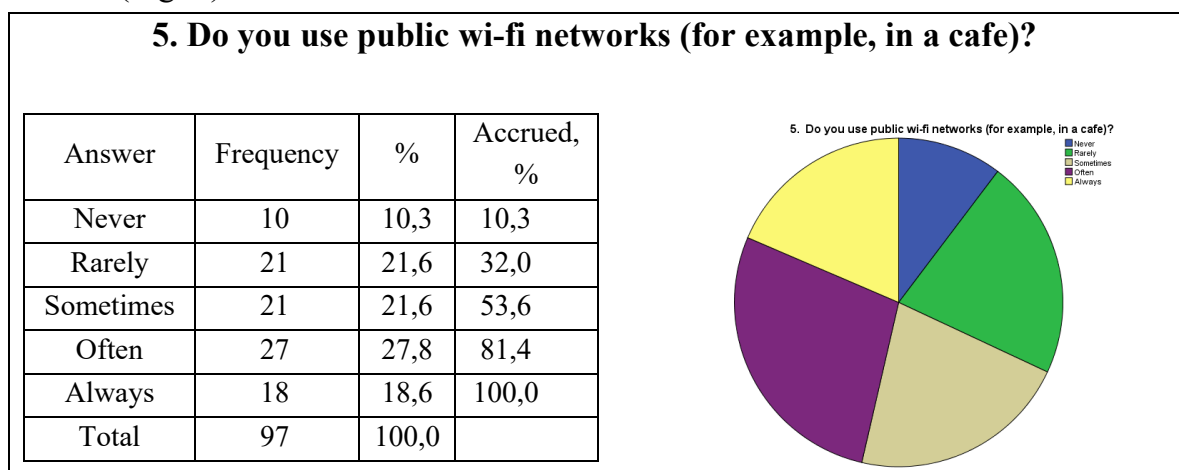


Figure 2. Frequency of using free wi-fi networks

Respondents take passwords quite seriously. 57% answered that they use letters, numbers and special characters when creating a password, 35% - numbers and letters.

When asked whether they use the VPN protocol for privacy when connecting to the Internet, 4% answered that they always use it, 13% - often, 18% - sometimes, 29.9% - rarely, 34% - never.

49.5% of respondents had their social media accounts and/or email hacked.

29.9% of respondents never use accounts of other services for authorization, 24.4% rarely.

48.5% of respondents rarely change passwords for their accounts in social networks, 9% never change, only 16% of students often change passwords.

63.9% of respondents post only the information necessary for registration in the Internet services about themselves, 24.7% provide detailed information, and 11.3% try not to post any personal data.

44.3% of respondents always and 18.6% often study a person's profile on social networks before going to a real meeting for the first time.

56.7% of respondents have an open profile, 43.3% have a closed one.

More than half of respondents do not know if news channels collect data about them.

Didactic organization of educational activities

	limit the amount of data provided
	check your privacy settings
	avoid revealing redundant information on social media
	avoid insecure websites
	do not provide personal data when using public Wi-Fi networks
	delete old accounts
	create strong passwords
	do not authorize through other accounts
	in case of hacking, immediately change passwords from other accounts
	use the private mode when working with other devices and in public places

Figure 3. Guidelines for managing your digital footprint

To form a value attitude to their digital footprint, students were told about the digital footprint and how it is formed, the main dangers and risks of placing personal information on the Internet. Since not only an educational institution, future employers, other persons, but also attackers can study user data on the Internet, it is recommended that you pay special attention to your digital footprint. A list of recommendations for protecting personal data and managing online reputation has been compiled (Fig. 3).

Students were asked to solve situational problems. Let's take an example of one of them.

Anna urgently needs to call a potential employer, but she has run out of minutes in the package. To buy a new one, she needs internet access to connect to internet banking. Anna, passing by a cafe, saw a sign for free Wi-Fi. The girl decided to buy a cup of coffee, use the free Internet and go to the Internet bank. What risks might Anna face? What would you advise her to reduce these risks?

Solving situational problems allows students to develop the ability to control information risks, develop responsibility for their actions in the digital environment.

As part of independent work, students prepared short reports on topics:

- 1) VPN-protocol;
- 2) MAC-address;
- 3) Big Data;
- 4) artificial intelligence;
- 5) the legal concept of confidentiality;
- 6) cracking a password using a dictionary;
- 7) password cracking by brute force;
- 8) statistics of the most popular passwords;
- 9) Internet advertising.

To develop creative and analytical thinking, the game "Litigation of the digital footprint" was prepared as part of the meetings of the student scientific community.

The game involves the simulation of a court session. Students unite in two teams "Lawyers" and "Prosecutors". Study the legal framework. "Lawyers" are preparing a memo "Make the digital footprint positive!". "Prosecutors" - "Protect yourself from an attacker studying your digital footprint!".

Students improve their digital and social interaction skills. They develop legal competence by analyzing the digital footprint from various perspectives, anticipating legal consequences and applying legal mechanisms.

Conclusions

Currently, the digital footprint actually acts as an imprint of life and personality, based on which it is possible to create a portrait of the user: to determine the level of

intellectual development and mental state, to identify interests and basic needs, to reveal his social status and outlook. A digital footprint can have a negative impact on a person's finances and reputation. It is necessary to study within the disciplines of the information cycle the ways of forming and controlling the digital footprint. Knowledge of the principles of digital footprint formation and management allows one to reduce financial and reputational risks for both individuals and organizations.

Articol realizat în cadrul proiectului de cercetări științifice „Metodologia implementării TIC în procesul de studiere a științelor reale în sistemul de educație din Republica Moldova din perspectiva inter/transdisciplinarității (concept STEAM)”, inclus în „Program de stat” (2020-2023), Prioritatea IV: Provocări societale, cifrul 20.80009.0807.20, cu suportul financiar oferit de Agenția Națională pentru Dezvoltare și Cercetare

Bibliography

1. Information technology – Security techniques – Guidelines for identification, collection, acquisition and preservation of digital evidence.
<https://www.iso.org/standard/44381.html>
2. ГОРАШ, И.; БОГДАНОВА, В.; ДАРИЕНКО, М. Цифровая тень и цифровой след как угроза информационной безопасности. In: *The use of modern educational and informational technologies for the training of professional competences of the students in higher education institutions*, 6-7 December 2019, Balti. Balti, Republic of Moldova: „Alec Russo” State University from Bălți, 2019, pp. 247-251. ISBN 978-9975-3369-3-2.
3. ШЕСТАКОВА, А.А. Цифровая личность: границы и барьеры коммуникативных практик в сетевом взаимодействии. In: *Материалы VIII международной социологической Грушинской конференции «Социолог 2.0: трансформация профессии»*, М., 2018. pp. 422–425.

CZU: 004.4:519.17

ASPECTE METODICE IMPLEMENTĂRII SOFT-ULUI MAPLE ÎN STUDIAREA CURSULUI UNIVERSITAR „TEORIA GRAFURILOR”

Marina BOSTAN, lector, asistent universitar

<https://orcid.org/0000-0002-1191-9501>

e-mail: bostan.marina@upsc.md

Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău, Republica Moldova

Rezumat. Articolul prezent examinează modalitățile în care software-ul Maple poate fi integrat eficient în predarea cursului de Teoria Grafurilor la nivel universitar. Acest articol analizează cum Maple poate fi folosit pentru a sprijini calitatea învățării conceptelor cheie din Teoria Grafurilor și dezvoltarea abilităților practice ale studenților.

Cuvinte cheie: Teoria grafurilor, sistemul de calcul, Maple.

METHODICAL ASPECTS OF THE IMPLEMENTATION OF THE MAPLE SOFTWARE IN STUDYING THE UNIVERSITY COURSE "GRAPH THEORY"

Abstract. The present article explores how Maple software can be effectively integrated into teaching Graph Theory at the university level. This article looks at how Maple can be used to support the learning of key concepts in Graph Theory and the development of students' practical skills.

Keywords: GraphTheory, computing system, Maple.

1. Noi paradigme în studierea ”Teoriei Grafurilor”

Teoria grafurilor este în prezent una dintre cele mai domenii în matematica și informatica modernă, care este asociată cu teoria mulțimilor, logica matematică, geometria, topologia, teoria probabilității, statistica matematică, teoria matricelor și altele. Este utilizată pe scară largă în diferite domenii ale științei și tehnologiei. Cu ajutorul acestei teorii este posibilă rezolvarea unei game largi de diverse probleme practice, deoarece modelele matematice-informatică elaborate contribuie enorm la soluționarea unor probleme care în alte condiții ar fi dificil de realizat.

Astfel, în metodologia propusă de noi, studenții se familiarizează cu principalele concepte cheie ale Teoriei grafurilor și proprietățile acestora, rezolvă și compun probleme prezentate într-un mod distractiv. Problemele care țin de grafuri permit să fie utilizate în mod activ imaginea vizuală a grafului pentru a găsi o soluție.

Multă vreme, problemele din Teoria grafurilor au fost rezolvate manual, dar odată cu apariția calculatorului și a softurilor matematice, a devenit posibilă utilizarea acestuia ca mijloc de rezolvare a problemelor științifice și aplicate.

O reprezentare grafică poate fi obținută folosind softuri specializate sau programele speciale de prelucrare a grafurilor care vă permit să editați cu ușurință imaginea grafului.

Primele programe de prelucrare a datelor matematice pe calculator ale sistemului informatic matematic au apărut în anii 80 ai secolului trecut. Fiecare versiune următoare

a softurilor matematice produse extind capacitățile celei anterioare, dar elementele de bază nu se schimbă. Printre sistemele bine-cunoscute și utilizate pe scară largă a softurilor de matematică pe calculator, trebuie remarcat Maple, Mathematica, Mathcad, Matlab, Reduce, Derive. Pentru rezolvarea problemelor ale căror obiecte sunt grafuri - aceste pachete sunt indispensabile. La orele practice și de laborator, studenții se familiarizează cu utilizarea unor astfel de programe și le aplică în procesul de găsim a unei soluții sau de verificare a soluției găsite la probleme propuse. În acest context sistemul MAPLE este unul dintre cei mai performante softuri matematice care permit lucrul cu grafurile neorientate și orientate.

2. Aspecte metodice în procesul de studiere a "Teoriei Grafurilor,, prin intermediul sistemului Maple

Putem evidenția următoarele aspecte metodice care țin de implementarea sistemului Maple în procesul educațional al studierii cursului universitar „Teoria grafurilor”:

- **Vizualizarea grafurilor:** sistemul Maple oferă instrumente puternice pentru a vizualiza și desena grafuri. Acest lucru poate ajuta studenții să înțeleagă mai bine structura grafurilor și să identifice modele și proprietăți importante;
- **Calcul simbolic și numeric:** Maple poate efectua calcule simbolice și numerice pe grafuri, inclusiv calculul de distanțe, excentricitate, diametru și altele. Aceasta poate ajuta la dezvoltarea înțelegerii conceptelor teoretice și la obținerea rezultatelor exacte sau aproximative;
- **Generarea de grafuri:** Maple poate genera o varietate de tipuri de grafuri, cum ar fi grafuri complete, grafuri bipartite, grafuri regulate etc. Aceasta poate fi utilă pentru exemplificarea diferitelor concepte și proprietăți ale grafurilor;
- **Analiza proprietăților grafurilor:** Utilizând funcțiile de analiză disponibile în Maple, studenții pot explora proprietăți precum conectivitatea, ciclurile, planaritatea, arborii și multe altele;
- **Algoritmi pentru grafuri:** Maple conține o serie de funcții și pachete pentru implementarea algoritmilor pentru grafuri, cum ar fi algoritmul lui Dijkstra, algoritmul lui Kruskal, algoritmul lui Prim etc. Aceasta le oferă studenților ocazia de a înțelege și de a experimenta cu algoritmi cheie din domeniu;
- **Exemple și exerciții practice:** Maple poate fi folosit pentru a rezolva exemple concrete și exerciții practice legate de teoria grafurilor. Aceasta poate ajuta la aplicarea conceptelor teoretice în situații reale și la dezvoltarea abilităților de rezolvare a problemelor.
- **Cercetare și explorare avansată:** Pentru studenții avansați sau pentru cercetători, Maple oferă posibilitatea de a explora aspecte mai complexe ale Teoriei Grafurilor, inclusiv modele de rețele, analiză spectrală și altele.

- **Proiecte și lucrări de cercetare:** Utilizarea Maple în cadrul proiectelor sau lucrărilor de cercetare poate sprijini analiza și demonstrarea conceptelor teoretice într-un mod mai detaliat și riguros;
- **Interactivitate și experimentare:** Un aspect valoros al Maple este natura sa interactivă. Studenții pot juca cu diferite parametri, pot implementa într-un mod interactiv algoritmi ale grafurilor, pot efectua schimbări și pot vedea imediat cum acestea influențează grafurile și proprietățile acestora;
- **Resurse suplimentare:** Maple vine cu documentație bogată și tutoriale care pot ajuta studenții să învețe cum să folosească eficient instrumentele disponibile în aplicație pentru studiul Teoriei Grafurilor.

Sistemul de calcule Maple al companiei canadiene Waterloo Maple Inc [1] este un mijloc foarte bun de intensificare a procesului educațional. La momentul creării (Maple 1.0: ianuarie 1982), sistemul era destinat atât în scopuri științifice generale, cât și în scopuri educaționale. Maple permite rezolvarea diverselor probleme matematice, are capacități grafice bune, multe sarcini standard care necesită un număr mare de calcule simple în sistemul Maple sunt efectuate în timp record – câteva secunde. Cele mai recente versiuni ale sistemului MAPLE sunt: Maple 23(9.03.2023) și Maple 21(27.12.2021 – posibilități noi pentru Teoria grafurilor)[2]. Lucrul în Maple se desfășoară în modul de sesiuni, utilizatorul introduce o propoziție de comandă (expresii, proceduri/funcții), care sunt percepute condiționat și procesate de Maple. Zona de lucru este împărțită în trei părți: 1) *zona de introducere a datelor* – este formată din linii de comandă, comenzile sunt introduse după operator >; 2) *zona de afișare a rezultatelor* – conține rezultatele prelucrării comenzilor introduse sub formă de expresii analitice, obiectele grafice sau mesaje de eroare; 3) *zona de comentarii text* – conține informațiile care pot explica procedurile efectuate; liniile de text nu sunt acceptate de Maple și nu sunt procesate. Sistemul Maple include un număr mare de biblioteci, care sunt conectate prin comandă specială *with(Numele bibliotecii)*. De exemplu, biblioteca **GraphTheory** este preconizată pentru prelucrarea grafurilor; este alcătuită din operatori(funcții) pentru lucrul cu grafuri, permite nu doar vizualizarea grafurilor și determinarea caracteristicilor acestora, dar și programarea algoritmilor, ceea ce face posibilă referirea la algoritmi de bază ai teoriei grafurilor și înțelegerea acestora folosind un calculator.

Funcțiile de bază, care permit crearea și modificarea grafurilor, precum și procedurile de rezolvare a problemelor clasice din Teoria grafurilor sunt date în tabelul 1.

Tabelul 1. Unele funcțiile de bază din pachetul GraphTheory

Funcția	Descriere
Funcții de creare a grafurilor	
CompleteGraph	Generează garful complet
Digraph	Creează garful orientat

Graph	Creează graful de orice tip
RandomGraph	Generează graful aleatoriu
Funcții de modificare a grafurilor	
AddArc	Adaugă arcul la graful orientat
AddEdge	Adaugă muchia la graful neorientat
AddVertex	Adaugă nodul(vârful) la graf
DeleteArc	Șterge arcul la graful orientat
DeleteEdge	Șterge muchia la graful neorientat
DeleteVertex	Șterge noduri la graful
Funcții de control al structurii grafului	
AdjacencyMatrix	Afișează matricea de adiacență
DrawGraph	Construiește graf conform parametrilor indicate
Edges	Afișează lista muchiilor într-un graf
IncidenceMatrix	Afișează matricea de incidență
Vertices	Afișează lista nodurilor(vârfurilor)
WeightMatrix	Afișează matricea ponderilor
Funcții de calcul ale elementelor grafului	
AllPairsDistance	Determină toate drumurile minime într-un graf
Degree	Determină gradele tuturor nodurilor a grafului
DijkstrasAlgorithm	Determină drumul minim utilizând algoritmul lui Dijkstra
KruskalsAlgorithm	Determină arborele de cost minim utilizând algoritmul lui Kruskal
PrimsAlgorithm	Determină arborele de cost minim utilizând algoritmul lui Prim
Funcții de verificare a caracteristicilor unui graf	
IsBipartite	Verifică dacă graful este bipartit
IsEulerian	Verifică dacă graful este eulerian
IsHamiltonian	Verifică dacă graful este hamiltonian
IsOriented	Verifică dacă graful este orientat
IsPlanar	Verifică dacă graful este planar
IsTree	Verifică dacă graful reprezintă un arbore

Prezentăm mai departe utilizarea unor comenzi în Maple23 în studierea Teoriei Grafurilor.

Activarea bibliotecii *GraphTheory*:

`with(GraphTheory)`
`[AcyclicPolynomial, AddArc, AddEdge, AddVertex, AdjacencyMatrix,` (1)

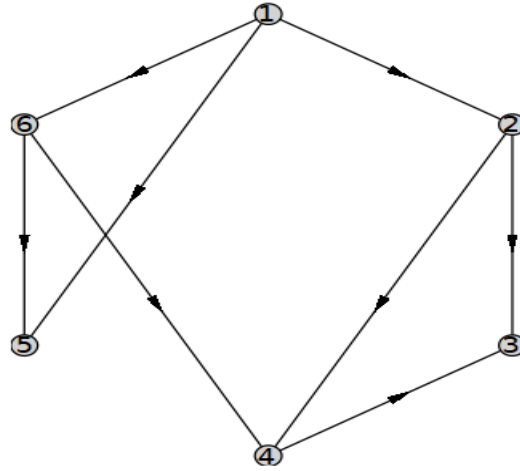
Inițializarea grafului orientat *G1* după lista arcelor:

$$G1 := \text{Digraph}(\{[1, 2], [1, 5], [1, 6], [2, 3], [2, 4], [4, 3], [6, 4], [6, 5]\})$$

$$G1 := \text{Graph } 1: \text{ a directed graph with 6 vertices and 8 arc(s)} \quad (2)$$

Construirea grafului orientat $G1$:

$\text{DrawGraph}(G1)$



Afișarea matricei de adiacență:

$\text{AdjacencyMatrix}(G1)$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Afișarea matricei de incidență:

$\text{IncidenceMatrix}(G1)$

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Afișarea secvenței gradelor pentru fiecare nod al grafului $G1$:

$\text{DegreeSequence}(G1)$

$$[3, 3, 2, 3, 2, 3] \quad (5)$$

Afișarea secvențelor de grade interioare(6) și respectiv exterioare(7):

$\text{InDegree}(G1)$

$$[0, 1, 2, 2, 2, 1] \quad (6)$$

$\text{OutDegree}(G1)$

$$[3, 2, 0, 1, 0, 2] \quad (7)$$

Verificarea unor caracteristici ale grafului $G1$: orientat(8), planar(9), eulerian(10), hamiltonian(11), bipartit(12):

$IsOriented(G1)$	<i>true</i>	(8)
$IsPlanar(G1)$	<i>true</i>	(9)
$IsEulerian(G1)$	<i>false</i>	(10)
$IsHamiltonian(G1)$	<i>false</i>	(11)
$IsBipartite(G1)$	<i>false</i>	(12)

3. Avantajele aplicării sistemului MAPLE în procesul de studiere a grafurilor

Cum se vede din exemple [3], studenții primesc un feedback imediat după utilizarea funcțiilor – un factor important la nivel de familiarizarea cu noțiunilor de bază ale grafurilor și etapa adaptivă de lucru cu sistemul Maple.

Adaptarea abordării în funcție de nevoile și feedback-ul studenților joacă un rol esențial în eficacitatea integrării digitale a software-ului Maple în educația universitară a Teoriei grafurilor. Această adaptare permite profesorilor să creeze o experiență de învățare personalizată și captivantă, care se aliniază cu ritmul și stilurile de învățare ale studenților [4]. Importanța acestei adaptări este subliniată prin următoarele aspecte:

- Receptivitate la nevoile individuale: Fiecare student are propriul ritm de învățare, nivel de cunoștințe și preferințe. Prin adaptarea abordării, profesorii pot oferi suport suplimentar pentru studenții care se confruntă cu dificultăți sau pot oferi provocări suplimentare pentru cei avansați. Acest lucru crește șansele de succes pentru toți studenții;

- Motivare și angajament: Prin luarea în considerare a feedback-ului studenților și ajustarea conținutului și metodologiei, profesorii pot menține studenții motivați și angajați în procesul de învățare. Studenții vor fi mai implicați și vor simți că li se acordă atenție la nevoile lor individuale.

- Îmbunătățirea învățării: Prin adaptarea abordării, se poate identifica și corecta eventualele deficiențe în înțelegerea conceptelor. Profesorii pot furniza clarificări suplimentare, exemple adiționale sau explicații alternative pentru a asigura că toți studenții își construiesc o înțelegere solidă.

- Feedback în timp real: Integrarea digitală permite profesorilor să obțină feedback în timp real de la studenți cu privire la modul în care au înțeles conținutul și cum percep experiența de învățare. Acest feedback poate ghida ajustările necesare în timp util.

- Optimizarea tehnologiei: Adaptarea abordării poate implica și optimizarea utilizării software-ului Maple. Profesorii pot descoperi ce funcții sunt mai utile pentru studenți și pot ajusta activitățile și exercițiile pentru a le încuraja utilizarea.

- Învățare activă: Prin adaptarea abordării pentru a permite studenților să exploreze și să participe activ la procesul de învățare, se poate promova o înțelegere mai profundă și o abordare mai proactivă față de subiect.

- Învățare pe termen lung: Prin adresarea directă a nevoilor și dificultăților studenților, se poate promova o învățare pe termen lung și o dezvoltare continuă a abilităților de gândire critică și analitică.

- În ansamblu, adaptarea abordării în funcție de feedback-ul studenților în contextul integrării digitale a software-ului Maple în educația universitară a Teoriei Grafurilor consolidează beneficiile acestei tehnologii și oferă oportunitatea de a crea o experiență educațională mai eficientă, relevantă și captivantă.

În concluzie, utilizarea sistemului Maple în studierea Teoriei Grafurilor poate îmbunătăți înțelegerea conceptelor, poate facilita experimentarea și poate oferi o perspectivă practică asupra domeniului. Cu toate acestea, este important să asigurăm că studenții înțeleg atât aspectele teoretice, cât și modul în care Maple funcționează, pentru a evita simpla "apăsare de butoane" fără înțelegere profundă.

Articol realizat în cadrul proiectului de cercetări științifice „Metodologia implementării TIC în procesul de studiere a științelor reale în sistemul de educație din Republica Moldova din perspectiva inter/transdisciplinarității (concept STEAM)”, inclus în „Program de stat” (2020-2023), Prioritatea IV: Provocări societale, cifrul 20.80009.0807.20, cu suportul financiar oferit de Agenția Națională pentru Dezvoltare și Cercetare

Bibliografie

1. FARR, J.; KHATARINEJAD, M.; KHODADAD, S.; MONAGAN, M. A GraphTheory Package for Maple. In: *Proceedings of the 2005 Maple Conference*. Maplesoft, 2005. pp.260-271.
2. <https://www.maplesoft.com/support> (vizitat 05.08.2023)
3. CHIRIAC, L.; BOSTAN, M. *Elemente de Teoria Grafurilor*. Chișinău: „Tipografia centrală”, 2022. 316 p. ISBN 978-5-88554-150-3.
4. BOSTAN, M. Metodologia aplicării sistemului electronic „Maple” în studierea cursului „Teoria grafurilor”. În: *Materialele Conferinței Științifice anuale a profesorilor și cercetătorilor UPS „Ion Creangă” - Probleme ale științelor socioumanistice și modernizării învățământului.*, seria XXI, 22-23 martie 2018, [în vol.], Chișinău: S. n., 2018 (Tipografia UPS „Ion Creangă”), Vol. 2, 332 p., 242-250 pp., ISBN 978-9975-46-376-8.

CZU: 37.02:51+004

SIMBIOZA COMPETENȚA MATEMATICĂ – COMPETENȚA DIGITALĂ

Andrei BRAICOV, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0001-6416-2357>

e-mail: braicov.andrei@upsc.md

Alexandru BIBIC, doctorand

<https://orcid.org/0009-0002-4234-3469>

e-mail: alex_bibik@icloud.com

Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău, Republica Moldova

Rezumat. Competența matematică și competența digitală sunt competențe-cheie, necesare fiecărei persoane pentru incluziune armonioasă în societate și inserție profesională de calitate. Prima este un factor decisiv pentru dezvoltarea competenței digitale, contribuind la consolidarea ei prin formarea unor abilități cognitive și metacognitive esențiale pentru utilizarea eficientă și responsabilă a tehnologiilor digitale. Ea facilitează comunicarea și colaborarea în mediile digitale, deoarece permite utilizarea unor reprezentări și simboluri comune pentru a exprima idei, date sau informații. În același timp, competența digitală stimulează învățarea și dezvoltarea competenței matematice prin oferirea de instrumente, resurse, metode și contexte variate și atractive pentru elevi și profesori. Articolul prezintă o analiză a interacțiunilor dintre competențele menționate și pune în evidență beneficiile acestei interacțiuni nu doar pentru actorii sistemului educațional, dar și pentru orice alte persoane.

Cuvinte cheie: competența digitală, competența matematică, educația matematică, tehnologii informaționale, impact, simbioza.

SYMBIOSIS MATHEMATICAL COMPETENCE – DIGITAL COMPETENCE

Abstract. Mathematical competence and digital competence are key competences, necessary for every person for harmonious inclusion in society and quality professional insertion. The first is a decisive factor for the development of digital competence, contributing to its consolidation through the formation of essential cognitive and metacognitive skills for the effective and responsible use of digital technologies. It facilitates communication and collaboration in digital environments because it allows the use of common representations and symbols to express ideas, data, or information. At the same time, digital literacy stimulates the learning and development of mathematical competence by providing varied and attractive tools, resources, methods and contexts for students and teachers. The article presents an analysis of the interactions between the mentioned competencies and highlights the benefits of this interaction not only for the actors of the educational system, but also for any other people.

Keywords: digital competence, mathematical competence, mathematical education, information technologies, impact, symbiosis.

Competența matematică este capacitatea de a dezvolta și aplica gândirea matematică pentru a rezolva probleme în situații cotidiene. Ea formează cunoștințe și abilități de

dezvoltare și aplicare a gândirii matematice pentru a rezolva multiple probleme practice, inclusiv din situații cotidiene.

Competența digitală este capacitatea de a utiliza cu încredere și critic tehnologiile informației și comunicațiilor pentru informare, comunicare și soluționare a problemelor în toate domeniile vieții [1].

Altfel zis, *competența digitală* este abilitatea de a utiliza calculatorul și alte tehnologii pentru obținerea, copierea, evaluarea, prelucrarea, prezentarea, producerea, stocarea și schimbul de informații; de a comunica, participa și interacționa în cadrul unei echipe prin intermediul Internetului și al altor tehnologii disponibile [2, 3]. Ea cuprinde capacitatea de a utiliza tehnologiile informației și a comunicațiilor (TIC) în mod eficient, critic și responsabil, în diferite domenii ale vieții.

Nu există o formulă simplă sau un indicator numeric clar, unic, care să reflecte raportul de dezvoltare a competenței digitale față de cea matematică sau invers. Acest subiect necesită o abordare multidimensională și contextualizată.

Există însă mai multe metode și instrumente de evaluare separată a competenței digitale și a celei matematice. De exemplu, la nivel european, există următoarele inițiative:

- Cadrul european al competenței digitale pentru cetățeni (DigComp), care definește competența digitală ca fiind compusă din cinci domenii: alfabetizarea digitală și informațională, comunicarea și colaborarea, crearea de conținut digital, siguranța și soluționarea de probleme. Fiecare domeniu include mai multe competențe specifice, care sunt evaluate pe opt niveluri de deținere.
- Programul internațional pentru evaluarea elevilor (PISA), care evaluează performanțele elevilor de 15 ani la citire, matematică și științe. PISA include și o componentă opțională de evaluare a competenței digitale, care măsoară abilitatea elevilor de a citi, interpreta și evalua informațiile digitale.
- Studiul internațional privind alfabetizarea informatică și digitală (ICILS), care evaluează competența digitală a elevilor de clasa a opta din 14 țări. ICILS măsoară abilitatea elevilor de a utiliza calculatoarele pentru a investiga, crea și comunica cu alții la domiciliu, la școală, la locul de muncă și în societate.

Aceste inițiative oferă date statistice despre nivelul de competență digitală și matematică al elevilor din diferite țări și regiuni, precum și despre factorii care influențează aceste competențe. De exemplu, potrivit datelor PISA din 2018, media UE la matematică este de 489 de puncte, iar media UE la competența digitală este de 496 de puncte. S-au constatat diferențe semnificative între țările europene, precum și între grupuri sociale, genuri și medii educaționale (de exemplu, [6 – 9]).

Totuși există câteva studii în care a fost analizată corelația dintre competența digitală și performanța la matematică, folosind diferite metode și instrumente de evaluare. Un exemplu în acest sens este cercetarea realizată în 2018 – 2019 de Julian Fraillon, John

Ainley Wolfram Schulz Tim Friedman Daniel Duckworth [9], care au folosit datele de la ICILS 2018 și au constatat că există o *corelație pozitivă și semnificativă între competența digitală și performanța la matematică* atât la nivel individual, cât și la nivel de școală. Același studiu a identificat factori care influențează această corelație, cum ar fi mediul socio-economic, accesul la resurse digitale, atitudinea față de TIC și matematică, încrederea în sine și strategiile de învățare.

Între aceste două competențe-cheie (care de rând cu celelalte contribuie la dezvoltarea personală, profesională și integrarea socială cetățeanului) există o relație de interdependență, care în esență produce o stimulare reciprocă de dezvoltare:

- ✓ Competența digitală facilitează învățarea și dezvoltarea competenței matematice, prin oferirea de instrumente, resurse, metode și contexte variate și atractive pentru elevi și profesori. De exemplu, se pot folosi aplicații interactive, simulări, jocuri, platforme online, etc. pentru a explora concepte, reprezentări și modele matematice [1, 4, 11, 12].
- ✓ Competența matematică contribuie la consolidarea competenței digitale, prin dezvoltarea unor abilități cognitive și metacognitive esențiale pentru utilizarea eficientă și responsabilă a tehnologiilor digitale. De exemplu, se pot dezvolta abilități de raționament logic, abstractizare, argumentare, analiză critică, rezolvare de probleme, etc. care sunt necesare pentru a înțelege, evalua și crea conținut digital [1, 5, 8].

Prin urmare, această relație a competenței matematice cu competența digitală este benefică atât pentru procesul de învățare, cât și pentru rezultatele educaționale.

Abordarea interdisciplinară și integrată de cunoaștere a celor două domenii, prin valorificarea potențialul lor complementar și sinergic, oferă oportunități de obținere a performanțelor academice sporite atât în matematică, cât și în domeniul TIC.

Pornind de la idea că matematica este un limbaj universal care poate fi aplicat în diverse contexte și domenii, conchidem că ea oferă *concepte, metode și limbaj* care pot fi folosite pentru a înțelege și a manipula informația digitală (de exemplu, algoritmi, logica, funcții, grafuri, criptografie). Ea dezvoltă *gândirea abstractă, analitică și critică*, care sunt necesare pentru a folosi tehnologiile digitale în mod eficient și responsabil (de exemplu, evaluarea surselor de informație, identificarea erorilor, rezolvarea problemelor complexe). Matematica stimulează *crearea și inovarea în domeniul digital*, cum ar fi dezvoltarea de noi produse, servicii sau soluții (de exemplu, în domeniile programare, design grafic, inteligență artificială, securitate).

Prin urmare, deținerea *competenței matematice ajută la dezvoltarea competenței digitale* în mai multe moduri:

- ✓ dezvoltă abilitatea de a raționa logic, abstract și critic, ceea ce este esențial *pentru a înțelege, evalua și crea conținut digital*. De exemplu, pentru a crea un cod de

program, un site web sau o aplicație, este nevoie de cunoștințe matematice despre algoritmi, structuri de date, funcții, variabile, etc;

- ✓ *facilitează comunicarea și colaborarea în mediile digitale*, deoarece permite utilizarea unor reprezentări și simboluri comune pentru a exprima idei, date sau informații. De exemplu, pentru a realiza o prezentare digitală, un grafic sau un tabel, este nevoie de cunoștințe matematice despre geometrie, proporționalitate, statistici, etc;
- ✓ *stimulează creativitatea și inovația în mediul/domeniul digital*, deoarece oferă instrumente și metode pentru a genera soluții noi și originale la probleme complexe. De exemplu, pentru a crea un joc video, o animație sau o realitate virtuală, sunt necesare cunoștințe matematice despre spațiu, mișcare, probabilitate etc.
- ✓ *asigură protecția și siguranța în mediul digital*, deoarece ajută la prevenirea și combaterea riscurilor și amenințărilor asociate cu utilizarea tehnologiilor digitale. De exemplu, pentru a cripta sau decripta mesaje, parole sau fișiere, este nevoie de cunoștințe matematice despre numere prime, reprezentări binare, algebra modulară, structuri algebrice etc.

Competența digitală poate ajuta la creșterea nivelului de deținere a competenței matematice prin mai multe moduri:

- *oferă acces la o gamă largă de resurse și instrumente matematice online*, care pot facilita învățarea și practicarea matematicii (de exemplu, cursuri online, tutoriale video, aplicații interactive, simulatoare);
- *permite comunicarea și colaborarea cu alți utilizatori interesați de matematică*, care pot oferi sprijin, feedback sau inspirație (de exemplu, forumuri online, bloguri, rețele sociale) [13];
- *stimulează motivația și interesul pentru matematică*, prin prezentarea unor exemple relevante, atractive sau distractive de aplicare a matematicii în viața reală sau în domeniul digital (de exemplu, jocuri video, realitate virtuală și augmentată) [11, 12].

De exemplu, putem folosi platforme digitale pentru a învăța sau a revedea concepte și proceduri matematice, pentru a interacționa cu alți utilizatori interesați de matematică, pentru a explora fenomene matematice prin simulări sau jocuri, pentru a crea conținut digital cu valoare matematică, etc. De asemenea, competența digitală ne poate ajuta să dezvoltăm abilități de comunicare, colaborare și auto-învățare care sunt necesare pentru participarea activă la comunitatea matematică. În cazul profesorilor de matematică, mediul digital oferă posibilitatea: promovării experienței pedagogice; diseminării resurselor calitative de învățare; colectării rapide a opiniilor vis-a-vis de problemele din educație; găsirii soluțiilor optime pentru un șir de provocări profesionale; producerea în comun a resurselor educaționale digitale, etc [13].

Competența digitală și competența matematică pot interacționa și se pot sprijini reciproc pentru a dezvolta o serie de *abilități comune*, generale, valoroase într-o varietate de situații, care pot fi utile în diverse aspecte ale vieții cotidiene și profesionale:

1. *Rezolvarea problemelor*. Atât în matematică, cât și în mediul digital, abilitatea de a identifica și rezolva probleme este crucială.
2. *Gândirea logică*. Atât matematica, cât și tehnologia necesită gândire logică. Capacitatea de a analiza relații, de a extrage concluzii bazate pe premise și de a urmări o linie coerentă de raționament este esențială în ambele domenii.
3. *Abstractizarea și modelarea*. Matematica și abordarea digitală implică capacitatea de a abstractiza situații complexe și de a crea modele simplificate pentru a le înțelege mai bine.
4. *Comunicarea eficientă*. Ambele competențe dezvoltă abilități bune de comunicare. În matematică este necesar să se poată explica concepte și soluții în mod clar. În mediul digital comunicarea eficientă este necesară pentru a colabora cu alții și a explica idei tehnice.
5. *Analiza datelor și informațiilor*. Formare și dezvoltarea competenței digitale și a celei matematice implică formarea abilității de a analiza date și informații. În matematică putem analiza datele pentru a trage concluzii, iar în mediul digital putem evalua informațiile online pentru a determina validitatea lor.
6. *Planificarea și organizarea*. Atât în rezolvarea problemelor matematice, cât și în dezvoltarea proiectelor digitale, abilitatea de a planifica și organiza etapele este importantă pentru succesul general.
7. *Adaptabilitatea*. Atât tehnologia, cât și matematica evoluează constant. Capacitatea de a vă adapta la noile concepte, instrumente și tehnologii este esențială în ambele domenii.
8. *Creativitatea*. Matematica și tehnologia pot fi domenii creative. Găsirea de noi soluții la probleme, dezvoltarea de aplicații sau modele inovatoare necesită abordări creative.
9. *Autodisciplina și autoînvățarea*. Într-o lume în continuă schimbare, atât matematica, cât și tehnologia necesită abilitatea de a învăța în mod constant și de a vă menține abilitățile actualizate.
10. *Rezistența la frustrare*. Timpul și răbdarea sunt necesare pentru a învăța și a lucra în ambele domenii. Capacitatea de a face față eșecurilor temporare și de a persista în fața provocărilor este importantă.

Concluzii

Între competența digitală și performanța la matematică există o corelație pozitivă și semnificativă la nivel individual și instituțional. Competența matematică ajută la

înțelegerea conceptelor, reprezentărilor și modelelor matematice care stau la baza tehnologiilor digitale. Competența digitală contribuie la dobândirea și consolidarea competenței matematice prin accesul la variate resurse, instrumente de calitate și comunități digitale.

Cercetările caracteristicilor acestor două competențe-cheie și a rezultatelor evaluărilor gradului lor de deținere de către elevi, sugerează că ele se influențează reciproc în mod pozitiv. Este necesară o analiză complexă și comparativă pe eșantion extins și termen lung care ar confirma această primă constatare și care ar oferi un pachet de acțiuni (cum ar fi, politici și practici educaționale) ce vor contribui la creșterea gradului de deținere de către elevi a competențelor menționate prin valorificarea simbiozei dintre matematică și mediul digital.

Articol realizat în cadrul proiectului de cercetări științifice „Metodologia implementării TIC în procesul de studiere a științelor reale în sistemul de educație din Republica Moldova din perspectiva inter/transdisciplinarității (concept STEAM)”, inclus în „Program de stat” (2020-2023), Prioritatea IV: Provocări societale, cifrul 20.80009.0807.20, cu suportul financiar oferit de Agenția Națională pentru Dezvoltare și Cercetare

Bibliografie

1. <https://www.didactic.ro/revista-cadrelor-didactice/utilizarea-competentelor-digitale-pentru-formarea-de-competente-matematice>.
2. Organization for Economic and Cooperation and Development. *Definition and Selection of Competencies (DESECO): Theoretical and Conceptual Foundation*. Strategic Paper. DEELSA/ED/CERI/CD (2002)9, 07-Oct-2002. JT00132752.
3. Organization for Economic and Cooperation and Development. *The Definition and Selection of Key Competencies*. Executive Summary. www.oecd.org/pisa/35070367.pdf.
4. <https://school-education.ec.europa.eu/ro/insights/tutorials/competenta-digitala-o-abilitate-esentiala-pentru-profesori-si-elevi-secolul-xxi>.
5. www.schooleducationgateway.eu/ro/pub/resources/tutorials/digital-competence-the-vital-.htm.
6. www.edu.ro/sites/default/files/SMART.Edu%20-%20document%20consultare.pdf.
7. <https://education.ec.europa.eu/ro/focus-topics/digital-education/action-plan>.
8. https://aee.edu.md/sites/default/files/raport_pisa2018.pdf
9. www.iea.nl/sites/default/files/2019/ICILS%202019%20Digital%20final%2004112019.pdf
10. BRAICOV, A.; CORLAT, S.; GLOBALA, A. *ICT in enhanced learning: how to use ICT*, Chapter in Monograph / Eds.: Danguole Rutkauskiene, Oleksandr Suk, Daina

- Gudoniene. Kharkiv: Planeta print, 2017. 309 p. p. 151 – 192 (42 p). ISBN: 9786177229734.
11. BRAICOV, A. Competența de creare a conținuturilor digitale educaționale de către profesorii de matematică. *Proceedings of the 27th Conference on Applied and Industrial Mathematics. Communications in Education. Târgoviște, September 19-22, 2019*, p. 22-28. ISBN 978-9975-76-282-3.
 12. BRAICOV, A.; CORLAT, S.; VEVERIȚA, T. Despre competența digitală a cadrelor didactice din învățământul profesional tehnic. În: *Materialele Conferinței cu participare internațională „Învățământul Superior: Tradiții, Valori, Perspective”*, 1–2 octombrie 2021. Chișinău: UST. p. 37 – 41. ISBN 978-9975-76-360-8.
 13. BRAICOV, A. Comunitatea digitală – mediu de formare profesională continuă a profesorilor de matematică. *Proceedings of the 29th Conference on Applied and Industrial Mathematics, Education CAIM 2022*. Chisinau, August 25-27, 2022, p. 78 – 86, 251 p. ISBN: 978-9975-76-401-8.

CZU: 378.016:004:51

SOLUȚII CLOUD PENTRU COMUNICAREA DIGITALĂ ÎN EDUCAȚIA MATEMATICĂ

Andrei BRAICOV, dr., conf. univ.

<https://orcid.org/0000-0001-6416-2357>

e-mail: braicov.andrei@upsc.md

Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău, Republica Moldova

Ilona POPOVICI, doctorand, asist. univ.

<https://orcid.org/0000-0003-2487-6413>

e-mail: ilonapopovici8@gmail.com

Universitatea de Stat „B. P. Hasdeu” din Cahul, Republica Moldova

Rezumat. Serviciile cloud și-au afirmat eficiența în diferite domenii ale activității umane, inclusiv în educație. Articolul prezintă o analiză critică a instrumentelor cloud care pot fi valorificate pentru îmbunătățirea comunicării digitale în educația matematică. Este pusă în evidență corespondența dintre descriptorii competenței de comunicare digitală și instrumentele menționate. Sunt vizate și soluțiile cloud pentru livrarea și editarea colaborativă sincronă la distanță a conținuturilor matematice, care eficientizează atât comunicarea profesor-cursant (student, elev), cât și întregul proces de predare-învățare-evaluare la matematică.

Cuvinte cheie: comunicarea digitală, educația matematică, tehnologii cloud, competență.

CLOUD SOLUTIONS FOR DIGITAL COMMUNICATION IN MATHEMATICS EDUCATION

Abstract. Cloud computing have proven their efficiency in various fields of human activity, including education. This article presents a critical analysis of cloud tools that can be leveraged to enhance digital communication in mathematical education. The correspondence between digital communication competence descriptors and the mentioned tools is highlighted. Cloud solutions for delivering and collaboratively synchronous editing mathematical content remotely are also addressed, streamlining both teacher-learner communication and the entire process of teaching-learning and assessment in mathematics.

Keywords: digital communication, mathematical education, cloud computing, competence.

Procese transformăionale ale tehnologiilor din ultimii zece ani pot fi considerate revoluționare. Tehnologiile informaționale și comunicaționale (TIC) s-au extins vertiginos în toate domeniile de activitate umană, ceea ce a indus spre digitalizarea majorității domeniilor de activitate umană, inclusiv a celui educațional.

Necesitatea și importanța dezvoltării intense și avansate a competenței de comunicare digitală este dictată de un șir de efecte majore referitoare la informație și comunicare [8, p. 47]:

- ✓ dominația mesageriilor instant și a e-mail-ului, precum și abundența rețelelor de socializare;

- ✓ transferarea comunicării interpersonale, profesionale și educaționale în mediul online;
- ✓ înlocuirea interacțiunilor directe dintre interlocutori cu cele virtuale;
- ✓ modificarea stilului comunicării;
- ✓ apariția generației de nativi digitali, etc.

Competența de comunicare digitală poate fi considerată parte componentă a competenței digitale, ultima fiind competență-cheie esențială în societatea modernă, din ce în ce mai mobilă și mai digitală.

Nivelul înalt de deținere a celor două competențe: digitală și de comunicare digitală asigură individului menținerea și îmbunătățirea nivelului actual de trai, împlinirea pe plan profesional și personal, starea bună de sănătate, competitivitatea pe piața forței de muncă, dezvoltarea personală și profesională, inserția profesională, incluziunea socială, cetățenia activă și responsabilă, etc. [1].

Competența de comunicare digitală (CCD) poate fi descrisă ca fiind un set de cunoștințe, capacități/abilități și atitudini de utilizare sigură, critică și responsabilă a TIC, care pot fi activate și manifestate în diverse contexte, în funcție de necesități, dorințe sau scopuri propuse, în vederea transmiterii/partajării cunoștințelor și informațiilor; identificării și exprimării intențiilor, nevoilor, intereselor, opiniilor și sentimentelor, atât verbal, cât și în scris; precum și menținerii interacțiunii și colaborării cu alte persoane, în mod eficient, adecvat și creativ [2, p. 34; 5, p. 110; 6, p. 130].

Gama de instrumente TIC, destinate educației matematice, este vastă și variată, dar, după cum arată statisticile utilizatorii optează cel mai des pentru soluțiile gratuite, simple, comode și eficiente.

Un subiect important al cercetărilor realizate de autori pe parcursul ultimilor cinci a fost legat de metodologia utilizării tehnologiilor cloud pentru formarea și dezvoltarea competenței de comunicare digitală la elevi/studenți, inclusiv în cadrul educației matematice. S-a optat pentru tehnologiile cloud gratuite, accesibile 24/24 și disponibile de pe orice dispozitiv digital cu conexiune la Internet. Sigur, majoritatea dintre ele au planuri tarifare (Pro/Premium), care largesc considerabil gama de oportunități oferite și setul de servicii livrate.

Cercetătorii P. Mell și T. Grance de la Institutul Național de Standarde și Tehnologie (SUA) au definit **tehnologiile cloud** ca un model care permite accesul la rețea într-un spațiu comun de resurse de calcul configurabile (de exemplu: rețele, servere, spații de stocare, aplicații și servicii), care pot fi furnizate rapid și eliberate cu un efort minim de gestionare sau interacțiune cu furnizorul de servicii [3, p. 132].

Cu alte cuvinte, tehnologiile cloud reprezintă un nou nivel de utilizare a TIC. Mai exact, folosind un dispozitiv digital (calculator, laptop, tabletă, smartphone) utilizatorii se

conectează la Internet și accesează tehnologiile cloud de orice nivel și orice capacitate de calcul, neapărat cu diferențierea dreptului de acces la ele [7].

Educația matematică are propriile caracteristici în raport cu alte discipline. Matematica este principalul mijloc de formare, educare și dezvoltare a gândirii raționale, corecte și inovative a individului, iar învățarea ei contribuie atât la flexibilizarea minții și extinderea orizontului de cunoaștere, cât și la formarea caracterului și conturarea unor trăsături esențiale, printre care putem menționa: independența voinței, perseverența, responsabilitatea, integritatea intelectuală, obiectivitatea, etc.

Competența matematică oferă persoanei instrumente și mijloace eficiente, utilizabile pentru noi elaborări, reconstruiri sau descoperiri a conținuturilor noi ale universului de cunoaștere.

În afară de componenta teoretică – generatoare de intelect, matematica conține și componenta practică, aplicativă – cea instrumentală. Astfel, pentru a se orienta și trăi în lumea contemporană fiecare persoană trebuie să dețină un set de cunoștințe și capacități matematice fundamentale, cum ar fi: deprinderi de calcul numeric, elemente de geometrie practică (măsurarea dimensiunilor, identificarea și reprezentarea figurilor geometrice), operarea cu funcții și grafice, alcătuirea și rezolvarea proporțiilor, estimarea probabilității producerii unui eveniment, etc.

Comunicarea digitală în educația matematică, având aceleași caracteristici de bază ca și comunicarea digitală în cadrul oricărui alt domeniu, poate fi realizată și stimulată prin tehnologii cloud.

Pentru a selecta tehnologiile cloud relevante comunicării digitale realizate în educația matematică este important să considerăm următoarele caracteristici ale acestui tip de comunicare:

- comunicarea digitală poate fi *sincronă* (directă, în timp real, programată, adică realizată în același moment de timp, dar din diferite locații) și *asincronă* (întreruptă, adică realizată în diferite momente de timp și din diferite locații);
- comunicarea digitală se realizează, în funcție de context, *în conformitate cu teoriile și modelele comunicării umane tradiționale*, diferența constând doar în canalul de comunicare ales;
- conform Cadrului de competență digitală pentru cetățeni: DigComp 2.1 [6, p. 130] domeniul D2. *Comunicare și colaborare* conține 6 descriptori ai competenței de comunicare digitală structurate pe 8 niveluri de deținere (tabel 1).

Ca urmare a omniprezenței TIC în toate domeniile de activitate umană, precum și a răspândirii vertiginoase a fenomenului de cyberbullying în mediul online, considerăm necesar și oportun să completăm cei șase descriptori menționați mai sus cu încă un descriptor, **D2.7 Securitatea comunicării, colaborării, datelor personale și a confidențialității**, care se referă la performanțe în materie de cunoștințe și

capacități/abilități de evitare, prevenire și combatere a riscurilor și amenințărilor la adresa sănătății fizice și psihologice în procesul de interacțiune, comunicare și colaborare în mediul online [6, p. 130].

Tabelul 1. DigComp 2.1 – Descriptorii CCD

Nr. crt.	Denumirea descriptorului
D2.1	Interacțiune și comunicare prin tehnologii digitale
D2.2	Partajare prin tehnologii digitale
D2.3	Implicare activă în viața socială prin intermediul tehnologiilor digitale
D2.4	Colaborare prin tehnologii digitale
D2.5	Neticheta
D2.6	Gestionarea identității digitale

Fiecare descriptor menționat poate implica utilizarea câtorva tehnologii cloud care contribuie într-o măsură semnificativă la formarea, dezvoltarea și antrenarea lui. De exemplu, pentru formarea, dezvoltarea și antrenarea abilității de implicare activă în viața socială pot fi implementate mai multe tehnologii cloud, printre care putem menționa: forum-ul, blog-ul, rețelele de socializare, site-urile web, etc.

Figura 1 prezintă corespondența dintre cei 7 descriptori ai competenței de comunicare digitală în educația matematică și tehnologiile cloud utilizate pentru formarea, dezvoltarea și antrenarea lor (fig. 1):

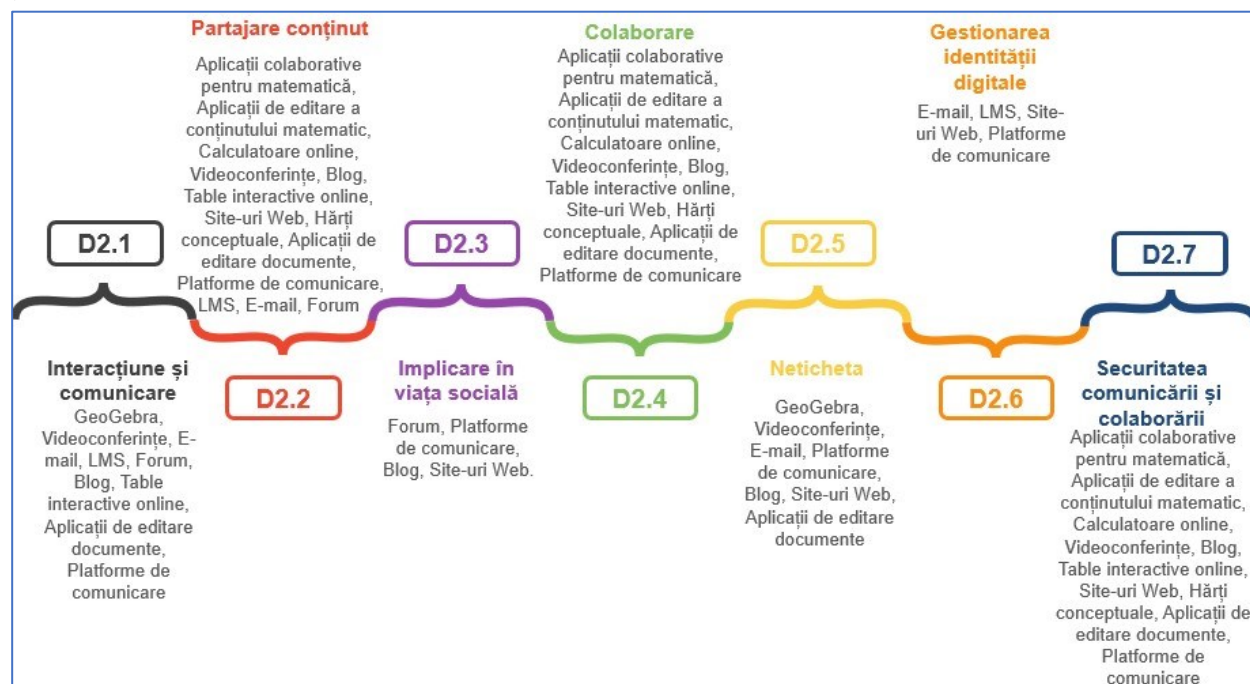


Figura 1. Descriptorii CCD în educația matematică stimulați de tehnologiile cloud

Vom expune în continuare câteva tehnologii cloud pentru comunicarea digitală relevante pentru educația matematică, exemple concrete de aplicații din această tehnologie, precum și metodologia de implementare a fiecărei tehnologii în procesul educațional. Nu vom face o grupare a tehnologiilor cloud prezentate după modul lor de utilizare (sincron sau asincron), deoarece majoritatea din ele, cu excepția videoconferințelor (sincron) și e-mail-ului (asincron), pot funcționa în ambele moduri. De exemplu, dacă profesorul postează pe o tablă interactivă online o informație sau o sarcină care trebuie să fie studiată/realizată de elevi/studenți în orice moment de timp comod pentru ei (adică nu există o restricție de timp clar stabilită pentru accesul și lucrul pe această tablă), atunci această tehnologie funcționează în modul asincron. În caz contrar, adică dacă pentru realizarea sarcinii interactive propuse de profesor este stabilit un moment de timp în care elevii/studenții vor accesa și vor lucra pe această tablă toți împreună (vor colabora) – această tehnologie funcționează în modul sincron.

Așadar, enumerăm acele tehnologiile cloud, care s-au afirmat ca fiind eficiente pentru organizarea și desfășurarea comunicării digitale în educația matematică:

1. Aplicații de editare online a conținuturilor matematice – (*Mathcha*, *Editor* *Codecogs*, *iMath EQ*, *HostMath*, *Google Docs*, *OnlyOffice*, *iCloud Pages*, *Microsoft Office 365* – *Word*, *LibreOffice Writer*, *OpenOffice Writer* etc.) – colaborare în procesul de co-editare a conținuturilor matematice; partajarea conținutului; aplicarea setărilor de securitate și confidențialitate a proceselor de colaborare și partajare conținut, prin deschiderea accesului doar la anumite persoane și diferențierea acestor drepturi de acces [4].

Atragem atenție la aplicația **Mathcha** (fig. 2), care este un editor simplu și comod al conținuturilor matematice cu funcție de distribuire la un număr nelimitat de persoane a fișierului pentru colaborare în procesul co-editării. Distribuirea se realizează prin transmiterea link-ului la resursă.

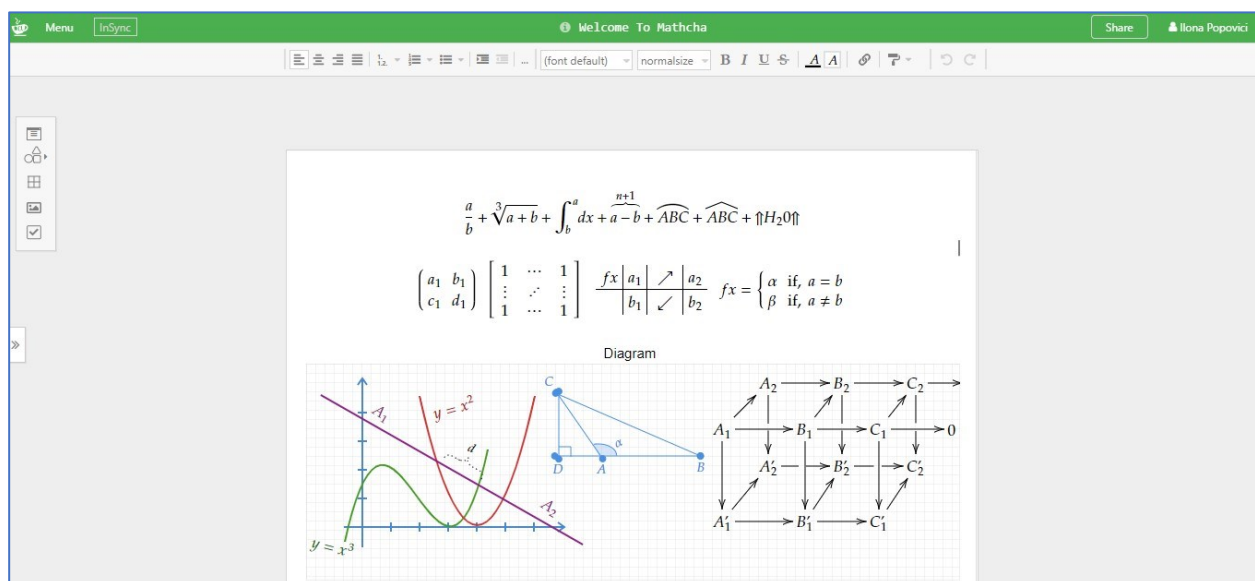


Figura 2. Aplicația Mathcha de editare/co-editare a conținutului matematic

2. Aplicații colaborative specifice educației matematice – (*GeoGebra*, *math.microsoft.com*, *Desmos*, *MATLAB Web-Server*, *WebMathematica*, *Calculation Laboratory*, *CoCalc*, *Wolfram Mathematica online*, *Maple Net*, *DudaMath*, *Skool*, *Microsoft Office 365 – Excel*, *Google Sheets*, *OnlyOffice*, *LibreOffice Calc*, *OpenOffice Calc* etc.) – colaborare în rezolvarea problemelor/exercițiilor; partajare conținut; aplicarea setărilor de securitate și confidențialitate a proceselor de colaborare și partajare conținut, prin deschiderea accesului doar la anumite persoane și diferențierea acestor drepturi de acces.

Dintre aplicațiile colaborative specifice educației matematice menționate vom atrage atenția la următoarele:

- a) **GeoGebra** – un software de matematică dinamic pentru toate nivelurile de educație, care reunește în sine geometria, algebra, foile de calcul, graficele, statistica și calculul într-un singur motor. De asemenea, GeoGebra oferă o platformă online cu peste 1 milion de resurse gratuite multilingve pentru clasă create de o comunitate de cadre didactice. Toate aceste resurse pot fi partajate cu ușurință prin platforma de colaborare GeoGebra Classroom, pe care progresul elevilor/studentilor poate fi monitorizat în timp real. GeoGebra sprijină nu doar educația matematică, ci și în știință, tehnologie, inginerie și matematică (STEM) și inovațiile în predare și învățare la nivel mondial.

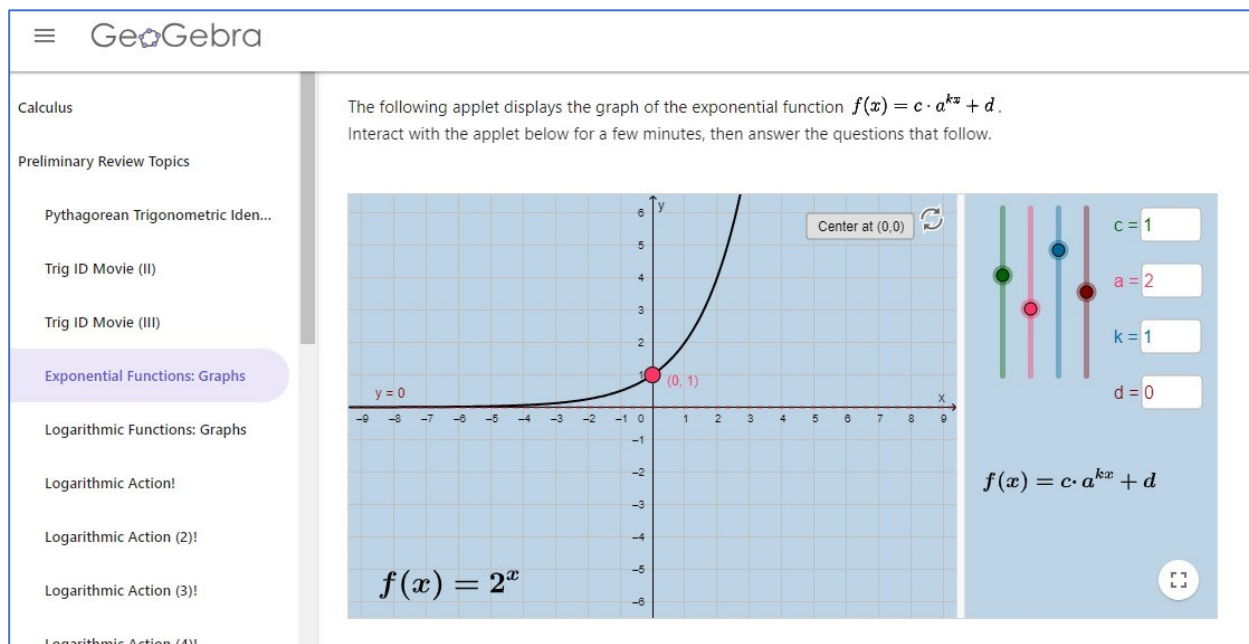


Figura 3. Aplicația colaborativă GeoGebra

Motorul de matematică GeoGebra alimentează sute de site-uri web educaționale din întreaga lume în moduri diferite, de la simple demonstrații la sisteme complete de evaluare online. Acest motor are o interfață ușor de modificat, cu multe caracteristici puternice, servește drept instrument pentru crearea materialelor didactice ca pagini

web, este un software open source accesibil în mai multe limbi, conține chat încorporat prin intermediul căruia pot fi inițiate discuții cu întregul grup de elevi/studenți, discuții individuale sau în echipe și poate fi oferit feedback imediat (fig. 3):

- b) **Desmos** – o suită gratuită de instrumente matematice, ce include multiple calculatoare online (grafic, științific, aritmetic, matriceal), instrumente pentru construcția graficelor, exerciții interactive de pregătire pentru testare/evaluare și funcția de distribuire a resurselor (fig. 4). De asemenea, la dispoziția cadrelor didactice este oferită platforma Desmos Classroom cu o bogată colecție de activități interactive gratuite, concepute de profesori din lumea întreagă, care îi ajută pe elevi/studenți să exploreze diverse concepte în profunzime, să colaboreze cu colegii la rezolvarea problemelor și să-și aplice cunoștințele în mod creativ.

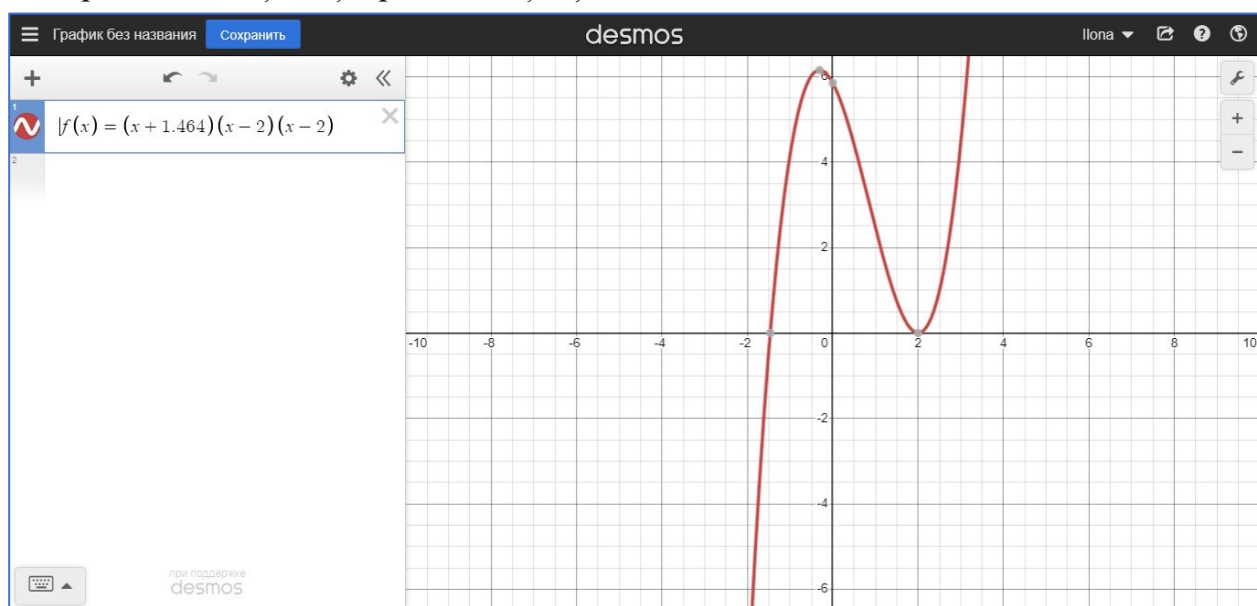


Figura 4. Aplicația colaborativă Desmos

- c) **DudaMath** – mediu colaborativ integrat de explorare interactivă a conceptelor matematice și de rezolvare a problemelor ce reunește aritmetica, algebra, construcția graficelor, geometria și statistica (fig. 5):

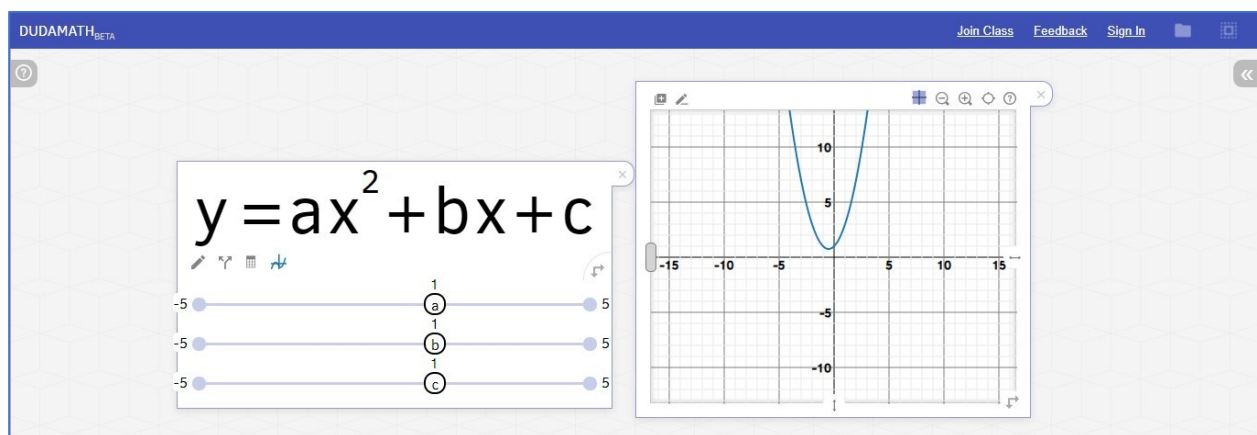


Figura 5. Aplicația colaborativă DudaMath

3. Calculatoare online – (*Symbolab, MathDf*) – colaborare în rezolvarea problemelor/exercițiilor din multiple domenii ale matematicii, precum: calculul numeric, algebră, calculul diferențial și integral, algebră liniară, geometrie, trigonometrie etc. (fig. 6):

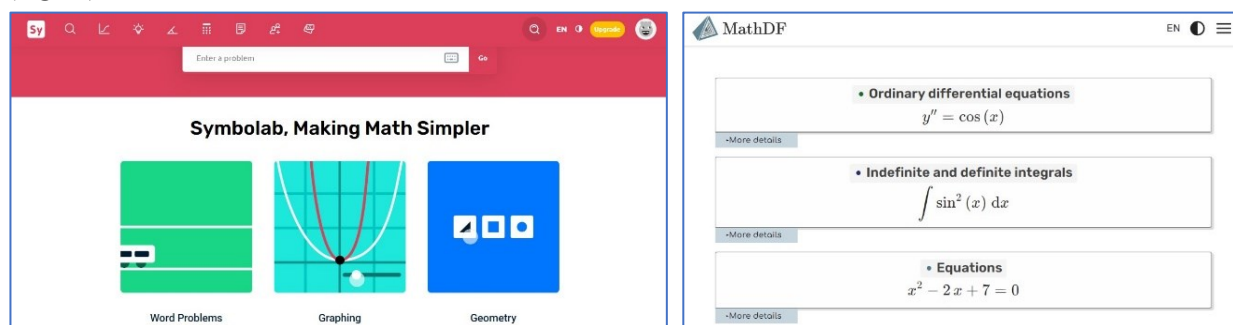


Figura 6. Calculatoarele online Symbolab și MathDf

4. Videoconferința – (*Zoom, Google Meet, Microsoft Teams, Cisco Webex, Skype, Discord* etc.) - menținerea interacțiunii și comunicării digitale dintre actorii procesului educațional prin organizarea sesiunilor sincrone *face to face*; răspunsul la întrebări prin folosirea chatului încorporat; partajarea informațiilor prin utilizarea opțiunii de demonstrare a ecranului; facilitarea colaborării prin utilizarea tablei interactive online încorporate; înregistrarea sesiunilor sincrone; distribuirea fișierelor digitale în timp real; trimiterea mesajelor private etc.

5. E-mail – (*Gmail, Mail.ru, Yahoo.com, Microsoft Outlook* etc.) - menținerea interacțiunii și comunicării digitale asincrone continue dintre cadrul didactic și elevi/studenți; distribuirea notificărilor și linkurilor la sesiunile sincrone; primirea și trimiterea mesajelor și fișierelor necesare în cadrul procesului de studiu; primirea mesajelor cu privire la deschiderea de către elevi/studenți a accesului la resursele utilizate de ei în vederea îndeplinirii sarcinilor propuse de profesor.

6. LMS – (*Moodle, Classroom, Microsoft Office 365, ClassDojo, SeeSaw, Edmodo, LearningSpace, Sakai* etc.) - elaborarea cursurilor electronice și stocarea materialelor educaționale într-un singur spațiu; furnizarea comodă a materialelor și resurselor de studiu (fișiere digitale de orice format, inclusiv video, link-uri la resurse externe etc.); menținerea interacțiunii și comunicării digitale asincrone prin intermediul forum-ului și chat-ului încorporat; colectarea și stocarea sarcinilor realizate de elevi/studenți, temelor pentru acasă, e-portofoliilor; oferirea feedback-ului; furnizarea testelor de evaluare și stocarea răspunsurilor la ele; obținerea rapoartelor de activitate etc.

7. Forum – (*Moodle, Classroom, Wix Forum, MyBB, IPB, phpBB* etc.) - menținerea interacțiunii și comunicării digitale asincrone; partajarea conținutului educațional digital; implicarea în viața socială prin participarea la comunicare pe forumurile de specialitate corespunzătoare existente pe Internet. Permite organizarea întregului proces educațional

prin postarea fișierelor digitale de orice format, inclusiv video, link-urilor la resurse externe, inclusiv teste de evaluare, diferențierea drepturilor de acces etc.

8. Platforme de comunicare pentru instituții – (*Discord, Slack, Microsoft Teams, Workplace* etc.) – oferă funcții adaptate pentru comunicare, colaborare în echipă, gestionarea proiectelor, integrare cu alte instrumente utile de colaborare, transmiterea și primirea mesajelor text și fișierelor de orice format.

9. Blog – (*Tumblr, Edublog, Blogger, Wix, WordPress, Squarespace, SITE123, Medium, Drupal* etc.) - interacțiunea și comunicarea digitală asincronă atât între actorii procesului educațional, cât și cu alte persoane; partajarea informațiilor și conținutului digital; implicarea în viața socială prin participarea activă la comunicare în blogurile de specialitate existente pe Internet; crearea blog-urilor personale și publicarea lui pe Internet; colaborarea cu colegii în procesul de creare, co-editare și moderare a unui blog comun; aplicarea regulilor netichetei; gestionarea mai multor identități digitale; aplicarea setărilor de confidențialitate și a metodelor de securizare a comunicării, colaborării și datelor personale. Permite organizarea întregului proces educațional prin postarea fișierelor digitale de orice format, inclusiv video, link-urilor la resurse externe, inclusiv teste de evaluare, diferențierea drepturilor de acces etc.

10. Table interactive online – (*iDroo, Boardmix, MathWhiteboard, Google Jamboard, Miro, Trello, Explain Everything, AwwApp, OpenBoard* etc.) - interacțiunea și comunicarea digitală, colaborarea în procesul de co-editare a conținutului digital și partajarea lui. Permite crearea integrală a cursurilor electronice prin postarea fișierelor digitale de orice format, inclusiv video, link-urilor la resurse externe, inclusiv teste de evaluare, diferențierea drepturilor de acces etc.

11. Site-uri web – (*Google Sites, WordPress, WebWave, Appy Pie Website* etc.) - partajarea conținutului digital cu alte persoane; implicarea în viața socială prin participarea activă la comunicare pe site-urile specializate existente în Internet; colaborarea în vederea creării, co-editării și administrării unui site al grupului; aplicarea setărilor de confidențialitate și a metodelor de securizare a comunicării, colaborării și datelor personale; utilizarea regulilor netichetei; gestionarea mai multor identități digitale. Permite organizarea întregului proces educațional prin postarea fișierelor digitale de orice format, inclusiv video, link-urilor la resurse externe, inclusiv teste de evaluare, diferențierea drepturilor de acces etc.

12. Hărți conceptuale – (*MindMeister, Miro, Bubbl.us, Coogle, Lucidchart, Popplet, Gynzy, MapHub, MozaWeb* etc.) - sintetizarea conceptelor și relațiilor dintre ele; organizarea și structurarea ierarhică a informațiilor la unele teme; partajarea conținutului digital creat; stabilirea conținutului creat a setărilor de securitate și confidențialitate; colaborarea în procesul de editare a unei hărți conceptuale.

În această lucrare ne-am axat preponderent pe tehnologiile cloud pentru inițierea și menținerea comunicării digitale în educația matematică.

Evident, cadrul didactic poate implementa în procesul educațional și alte instrumente, doar că va ține de cont de faptul că numărul exagerat al instrumentelor digitale de cele mai multe ori derută elevii/studentii și, în consecință, descurajează învățarea.

Concluzii

Cercetările realizate sugerează că:

1. Deținerea la nivel avansat a competenței de comunicare digitală de către cursant îi oferă o serie de oportunități și beneficii:

- ✓ facilitarea și intensificarea comunicării, în special pentru indivizii timizi, singuratici și/sau cu dezabilități;
- ✓ menținerea interacțiunii continue dintre interlocutori;
- ✓ facilitarea colaborării;
- ✓ creșterea motivației de învățare;
- ✓ rapiditate și eficiență digitală;
- ✓ apariția încrederii în sine datorită absenței eșecurilor în comunicare;
- ✓ facilitarea promovării personale și profesionale în mediul online;
- ✓ creșterea competitivității pe piața locurilor de muncă etc.

2. Comunicarea digitală în educația matematică prin tehnologii cloud generează un șir de beneficii:

- ✓ explorare interactivă și dinamică a conceptelor matematice în profunzime;
- ✓ colaborare cu colegii la rezolvarea problemelor;
- ✓ aplicarea cunoștințelor în mod creativ;
- ✓ acordarea oportună a asistenței și ajutorului necesar în rezolvarea problemelor;
- ✓ oferirea imediată a feedback-ului;
- ✓ inițierea și întreținerea discuțiilor între actorii procesului educațional pe subiecte necunoscute, neclare și/sau contradictorii;
- ✓ particularizarea/individualizare comunicării digitale cu studenții mai timizi;
- ✓ monitorizarea progresului elevilor/studentilor în timp real;
- ✓ asigurarea legăturii educației matematice cu alte domenii (știință, tehnică etc.);
- ✓ creșterea motivației pentru învățare prin diversificarea resurselor educaționale, metodelor și tehnicilor de predare și evaluare;
- ✓ creșterea gradului de autonomie la elevi/studenti prin intensificarea colaborării și lucrului în grup;
- ✓ reducerea decalajului la învățătură dintre elevii/studentii ce provin din medii socioeconomice favorizate și cei din medii defavorizate;

- ✓ reducerea semnificativă a costurilor pentru resursele hardware și software aplicabile în procesul de predare-învățare și evaluare;
- ✓ diminuarea decalajului digital (accesul la hardware, software, echipamente de rețea de ultimă oră) al actorilor procesului educațional (cadre didactice și elevi/studenti) prin accesibilitatea și disponibilitatea acestor tehnologii;
- ✓ utilizarea unei cantități considerabile de tehnologii performante (hardware, software etc.) aplicabile în educație/în procesul de predare-învățare-evaluare;
- ✓ extinderea accesului la educație pentru cei cu dizabilități fizice, pentru cursanții de la secția cu frecvență redusă;
- ✓ prezentarea eficientă a materialului didactic și accesul liber la el, oricând, de oriunde și de pe orice dispozitiv cu conexiune la Internet;
- ✓ integrarea diferitor tipuri de activități educaționale.

3. Pentru dezvoltarea eficientă a competenței de comunicare digitală în educația matematică este necesar să se țină cont de faptul că fiecare din tehnologiile cloud menționate (figura 1) trebuie să fie productivă, relevantă contextului, provocătoare și motivatoare, sigură și autentică.

Articol realizat în cadrul proiectului de cercetări științifice „Metodologia implementării TIC în procesul de studiere a științelor reale în sistemul de educație din Republica Moldova din perspectiva inter/transdisciplinarității (concept STEAM)”, inclus în „Program de stat” (2020-2023), Prioritatea IV: Provocări societale, cifrul 20.80009.0807.20, cu suportul financiar oferit de Agenția Națională pentru Dezvoltare și Cercetare

Bibliografie

1. BRAICOV, A.; POPOVICI, I. Necesitatea utilizării TIC în formarea competenței de comunicare. In: *Materialele Conferinței Republicane a Cadrelor Didactice Științe exacte*. Vol. 1, 10-11 martie 2018, Chișinău. Chișinău, Republica Moldova: Universitatea de Stat din Tiraspol, 2018, pp. 268-273. ISBN 978-9975-76-229-8.
2. BRAICOV, A.; POPOVICI, I. Despre aspectele teoretice ale dezvoltării competenței de comunicare. In: *Acta et Commentationes. Științe ale Educației*. 2020, nr. 1(19), pp. 31-41. ISSN 1857-0623. DOI: <https://doi.org/10.36120/2587-3636.v19i1.31-41>
3. BRAICOV, A.; POPOVICI, I.; VÎȘCU, I. Utilizarea soluțiilor cloud pentru promovarea metodelor activ-participative și dezvoltarea competenței de comunicare. In: *Probleme actuale ale didacticii științelor reale consacrată aniversării a 80-a a profesorului universitar Ilie Lupu*. Ediția a II-a Vol.1, 11-12 mai 2018, Chișinău. UST, 2018, pp. 131-135. ISBN 978-9975-76-238-0.
4. BRAICOV, A. Competența de creare a conținuturilor digitale educaționale de către profesorii de matematică. În: *Proceedings of the 27th Conference on Applied and*

- Industrial Mathematics. Communications in Education*. Targoviste, September 19-22, 2019, p. 22-28. ISBN 978-9975- 76-282-3
5. POPOVICI, I. Instrumentariul de implementare a unui model pedagogic de dezvoltare a competenței de comunicare digitală prin utilizarea tehnologiilor cloud. În: *Acta et Commentationes*, nr. 3 (25). Chișinău: UST, 2021, pp. 106-120.
 6. POPOVICI, I. Demersuri experimentale pentru identificarea dinamicii dezvoltării competenței de comunicare digitală prin tehnologii cloud. În: *Acta et Commentationes, Sciences of Education*, nr. 1(27). Chișinău: UST, 2022. P. 128-141. ISSN 1857-0623.
 7. SHYSHKINA, M.; KOHUT, U.; POPEL, M. The systems of computer mathematics in cloud-based learning environment of educational institution. Disponibil: https://www.researchgate.net/publication/326223004_The_Systems_of_Computer_Mathematics_in_the_Cloud-Based_Learning_Environment_of_Educational_Institutions
 8. POPOVICI, I. Metode și tehnici de dezvoltare a competenței de comunicare digitală. În: *Revistă de teorie și practică educațională a Centrului Educațional PRO DIDACTICA*. Nr. 2-3 (138-139), 2023. p. 47-50. ISSN 1810-6455.

CZU: 37.016:519.673

IMPACTUL PROBLEMELOR PRACTICE ÎN STIMULAREA INTERESULUI ELEVILOR PENTRU STUDIAREA GEOMETRIEI

Laurențiu CALMUTCHI, doctor habilitat, profesor universitar

<https://orcid.org/0000-0001-6665-7927>

e-mail: calmutchi.laurentiu@upsc.md

Ecaterina FILIPOPOLACHI, masterandă

Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău, Republica Moldova

Rezumat. Una din problemele actuale ale instruirii preuniversitare rămâne a fi stimularea interesului elevilor pentru a studia matematica și în particular, geometria. În articol se prezintă un punct de vedere versus rolul problemelor practice în dezvoltarea abilităților de gândire analitică, antrenarea memoriei, favorizarea dezvoltării imaginației creatoare, formarea simțului critic constructiv și dezvoltarea interesului față de studierea matematicii.

Cuvinte-cheie: Probleme practice/cu caracter aplicativ, rezolvarea problemelor, motivația, interesul, atitudine, reflecția, activitatea elevilor.

THE IMPACT OF PRACTICAL PROBLEMS IN STIMULATING STUDENTS' INTEREST IN STUDYING GEOMETRY

Abstract. One of the current challenges in pre-university education remains to be the stimulation of students' interest in studying mathematics and in particular, geometry. The article presents a point of view on the role of practical problems in developing analytical thinking skills, training memory, promoting the development of creative imagination, forming a constructive critical sense, and increasing interest in studying mathematics.

Keywords: Applied practical problems, problem-solving, motivation, interest, attitude, reflection, student activity.

Introducere

Matematica – știința mărimilor și a numerelor este leagănul tuturor creațiilor și creaturilor, fără de care lumea ar rămâne în inerție. Ea contribuie la ordonarea vieții și prevenirea haosului. Anumite aptitudini ca: gândirea critică, creativitatea, vederea în spațiu și abilitatea de a rezolva probleme sunt dezvoltate și întreținute de gândirea matematică. Competența de învățare a matematicii este vitală pentru orice individ și națiune, însă în ciuda importanței sale, este singura disciplină școlară care provoacă tuturor elevilor disconfortul și lipsa de interes, fiind numită de unii „instrument de tortură”.

Atitudinea și interesul față de matematică au fost abordate în literatura de specialitate de mulți cercetători proeminenți care le-au definit în moduri și contexte diferite. Unii afirmă că atitudinea față de matematică este în strânsă legătură cu percepția despre: utilitate sau inutilitate, plăcere sau antipatie, implicare sau evitarea oricărei activități matematice, inclusiv a temelor sau proiectelor. Alții afirmă că interesul față de matematică este

condiționat de dispoziția emoțională a elevilor (pozitivă sau negativă), precum și de stilul de predare al profesorului.

În acest context, una din problemele actuale ale instruirii preuniversitare rămâne a fi **stimularea interesului elevilor pentru a studia matematica** și în particular, geometria.

Curriculumul național (2019) din Republica Moldova, deși a fost supus descongestionării de mai multe ori, rămâne supraîncărcat și conține multe unități de conținut de care elevul nu are nevoie în viață. De asemenea, el abordează doar unele aspecte metodologice de formare a competențelor specifice disciplinei. Totodată, tema cercetării ”Impactul rezolvării problemelor practice la geometrie în stimularea interesului elevilor pentru studierea matematicii” rămâne deschisă pentru identificarea condițiilor acestui proces. Implicarea elevilor în activități de investigare, cercetare și construcție, care guvernează lumea înconjurătoare, prin crearea unor situații-problemă, soluționarea cărora solicită interesul și curiozitatea, determină formarea și dezvoltarea gândirii critice la elevi.

Conform definiției din DEX noțiunea „interes” reprezintă preocuparea de a obține un succes, pentru satisfacerea anumitor nevoi; ceea ce este important sau îi place unei persoane.

În literatura de specialitate se oferă o multitudine de clasificări ale intereselor explicate prin diversitatea criteriilor adoptate de către autori. Amintim doar o clasificare mai amplă a intereselor prezentată de T. Holban, pentru a putea defini apoi interesul pentru matematică:

- **Interese intelectuale** (de cunoaștere științifică și estetică);
- **Interese practice** (tehnice, casnice-gospodărești, practico agricole, sportive);
- **Interese sociale** (politice, umane, moderne).

Interesul pentru matematică face parte din categoria intereselor intelectuale de cunoaștere științifică. Este unul specializat, chiar cel mai general interes specializat datorită amplitudinii pe care o are disciplina menționată.

Scopul cercetării constă în investigarea nivelului de îmbunătățire a abilităților de gândire analitică, antrenarea memoriei, favorizarea dezvoltării imaginației creatoare, formarea simțului critic constructiv pentru dezvoltarea interesului față de studierea matematicii prin rezolvarea problemelor practice la geometrie.

Metode aplicate

Chestionarea elevilor este una din metodele aplicate pentru colectarea informației despre nivelul de înțelegere a conceptelor matematice și modul în care acestea sunt aplicate în rezolvarea problemelor practice, precum și despre nivelul de motivație a elevilor pentru învățarea matematicii.

În cadrul monitorizării „Nivelului de predare-învățare-evaluare la disciplina matematica” elevilor din ciclul liceal li s-a propus un chestionar cu următoarele întrebări:

1. Ce aspect al orelor de matematică te plictisește?
2. Crezi că profesorul tău explică suficient de clar subiectele?
3. Ce te face să te simți confuz la orele de matematică?
4. Consideri că orele de matematică sunt prea dificile pentru tine?
5. Cât de motivat ești să înveți matematica?
6. Te-ai gândit vreodată că matematica nu are nici o utilitate practică?
7. Ce te-ar ajuta să-ți îmbunătățești performanța la matematică?
8. Ce te face să îți pierzi concentrarea la orele de matematică?
9. Consideri că exercițiile și problemele sunt relevante pentru ceea ce înveți?
10. Ce te-ar face să te simți mai încântat de orele de matematică?

Rezolvarea problemelor practice/aplicative de geometrie (probleme din cotidian) în predarea matematicii prezintă una dintre cele mai sigure metode de formare și dezvoltare a competenței matematice, precum și de stimulare a interesului elevilor pentru studierea disciplinei menționate.

După I. Șapiro, *prin problemă matematică cu conținut practic aplicativ se înțelege problema care dezvăluie aplicațiile matematicii în diferite domenii disciplinare, în procese tehnologice, economie, medicină, în domeniul serviciilor, în viața de zi cu zi*. O problemă de cotidian este una în care se reflectă situații reale din viață și în rezultatul rezolvării elevul va fi capabil să aplice cunoștințele matematice în viață [8].

Abordarea rezolvării problemelor practice de geometrie la orele de matematică sau predarea prin rezolvarea de probleme geometrice se axează pe „predarea subiectelor matematice prin contexte de rezolvare a problemelor orientate spre investigare, ajutând elevii să construiască o înțelegere profundă a ideilor și proceselor matematice prin implicarea lor în practică: crearea, presupunerea, explorarea, testarea și verificarea” [3]. Cu alte cuvinte, rezolvarea problemelor menționate subliniază faptul că conceptele și procedurile matematice importante pot fi predate cel mai bine prin sarcini sau activități de rezolvare a problemelor din cotidian care îi angajează pe elevi să se gândească la conceptele și abilitățile matematice importante pe care trebuie să le învețe.

Importanța problemelor practice de geometrie poate fi divizată în patru aspecte:

a) Importanța instructivă – prin intermediul problemelor de geometrie se însușesc noțiuni, proprietăți, metode, algoritmi, teoreme etc. Astfel elevii dobândesc cunoștințe matematice și își formează capacitățile respective. Sunt primele probleme rezolvate imediat după însușirea aspectului teoretic și care contribuie la asimilarea celor studiate.

b) Importanța practică – prin intermediul problemelor de geometrie se realizează corelarea matematicii cu practica cotidiană. Rezolvând probleme cu aspect practic, elevii învață să aplice geometria în viață, intensificându-se astfel motivația studierii acesteia.

c) Importanța formativă – prin intermediul problemelor practice de geometrie se formează și se dezvoltă gândirea logică, absolut necesară tuturor și în orice activitate. În

procesul rezolvării problemelor se formează și se dezvoltă capacitățile/competențele fixate în curricula la matematică, inclusiv, un limbaj specific, laconic, concret, cu prezentarea argumentelor respective. Profesorul va ține cont, în cadrul analizei și rezolvării problemei, de faptul că diverși elevi posedă diverse capacități intelectuale, deprinderi de muncă intelectuală și diverse tipuri de memorie.

d) Importanța educativă – aspectul educativ al problemelor matematice se evidențiază prin:

- fabula problemei – în corelare cu conținutul problemei se vor atinge diverse obiective referitoare la formarea atitudinilor;
- însăși activitățile realizate de către elevi în procesul rezolvării problemelor. Acest rol rezultă din importanța educativă a problemelor matematice și are ca scop major atingerea obiectivelor, fixate în curriculum, privind formarea atitudinilor în cadrul studierii matematicii.

Selectarea problemelor cu caracter practic/aplicativ necesită respectarea anumitor condiții:

- Să prezinte valoare euristică și impact educativ asupra personalității elevului;
- Să fie clar expuse noțiunile nematematice din textul problemei;
- Problema cu caracter aplicativ trebuie să oglindească relația dintre problema matematică și nematematică;
- Textul problemei aplicative nu va conține indicații și mijloace de rezolvare;
- În mod obligatoriu situația din problemă să fie una reală, datele din problemă, întrebările, răspunsurile obținute să fie evidente și observate în viața cotidiană;
- Partea practică, aplicativă, să nu pre-evalueze esența matematică a problemei;
- Textul problemelor aplicative să fie și cu caracter interdisciplinar;
- Accesibilitatea informației nematematice pentru elevii care studiază geometria în clasa respectivă [8].

Etapale de rezolvare a problemelor aplicative nu diferă de algoritmul obișnuit de rezolvare, importantă este respectarea următorilor pași:

- Formalizarea (transpunerea textului problemei în modelul matematic);
- Aplicarea – rezolvarea modelului matematic elaborat, efectuarea calculelor;
- Interpretarea – analiza rezultatelor obținute în contextul situației practice formulate;
- Evaluarea – verificarea rezultatelor [7].

După R. Mayer, formalizarea conținutului problemei necesită evidențierea unor aspecte importante: aspectul lingvistic de însușire a conținutului problemei (explicarea sensului unor cuvinte, transferul conținutului în termeni matematici); aspectul semantic (recapitularea unor termeni, unități de măsură, a unor date din alte domenii disciplinare); aspectul asemănării problemei date cu unele tipuri deja rezolvate.

Rezolvarea problemei necesită aspectul procedural și strategic cu un plan amănunțit, separat pe etape [6]. Scenariile modului de cercetare și rezolvare a problemelor din cotidian se prezintă în Figura 1.

Scenariul 1	Scenariul 2	Scenariul 3
• Problema este formulată de profesor  • Profesorul rezolvă problema împreună cu elevii  • *Situția-problemă se identifică împreună cu elevii.	• Profesorul formulează problema  • Elevii sinestător rezolvă problema  • *Situția-problemă se identifică	• *Situția-problemă se identifică de elevi  • Problema este formulată de către elevi  • Problema se rezolvă sinestător de către elevi.

Figura 1. Modul de cercetare și rezolvare a problemelor cu caracter aplicativ [4]

E de menționat că pe parcursul orelor profesorul va ține cont (în cadrul analizei și rezolvării problemei practice de geometrie) de faptul că diverși elevi posedă diverse capacități intelectuale, deprinderi de muncă intelectuală și diverse tipuri de memorie.

Prin intermediul problemelor practice pot fi atinse mai multe obiective didactice:

1. Recapitularea și realizarea materiei studiate. Recapitularea materiei studiate, crearea situațiilor-problemă și pregătirea elevilor pentru studiul materiei noi, reactualizarea celor studiate se poate realiza prin sisteme de exerciții și probleme.
2. Consolidarea materiei studiate. În cadrul acestei secvențe a lecției profesorul va propune pentru rezolvare probleme simple, standard, la nivel de reproducere, cu argumentări complete a rezolvărilor efectuate.
3. Ilustrarea celor studiate în cadrul lecției.
4. Evaluarea rezultatelor școlare a elevilor.

Probele de evaluare, testele și alte instrumente de evaluare a rezultatelor școlare la matematică se fundamentează pe probleme practice de matematică (în particular, de geometrie).

În continuare propunem exemple rezolvate de probleme practice de geometrie:

Problema 1. Un lot de pământ are forma unui patrulater convex arbitrar. De construit un gard astfel încât aria lotului să se împartă în două părți egale (Fig. 2).

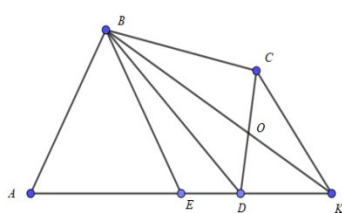


Figura 2

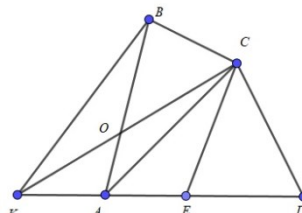


Figura 3

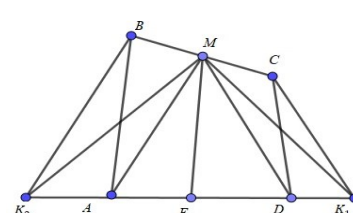


Figura 4

Soluție. Fie lotul are forma patrulaterului $ABCD$.

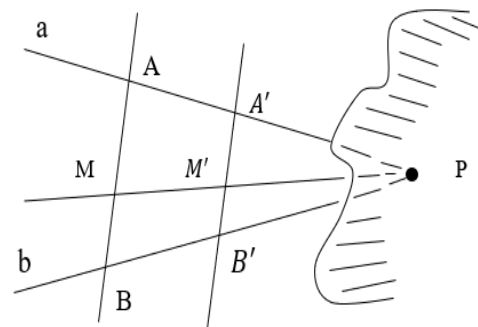
Construim diagonala BD , iar din punctul C construim o paralelă la BD . Notăm prin K punctul de intersecție a acestei paralele cu dreapta AD și unim punctele B, K . Observăm că $A_{\triangle BCD} = A_{\triangle BDK}$ (au baza comună BD și aceeași înălțime) și deci, $A_{\triangle BOC} = A_{\triangle BOK}$. Prin urmare, $A_{ABCD} = A_{\triangle ABK}$. Împărțind segmentul AK în jumătate, determinăm punctul E . Evident, $A_{\triangle ABE} = A_{BCDE}$.

Analogic, se procedează în cazul, dacă gardul începe din vârful C (Fig.3).

Fie M un punct interior arbitrar de pe latura BC . Din figura 4 este clar, cum poate fi construit gardul din punctul M . Evident, E este mijlocul segmentului $K_2 K_1$.

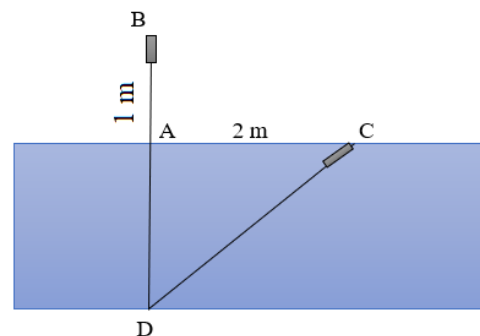
Problema 2. Printr-un punct dat M de construit o dreaptă (MP), dacă se știe că punctul P este inaccesibil, dar care este punctul de intersecție a două drepte date a și b .

Soluție: Fie dreptele a și b se intersectează în punctul inaccesibil P . Prin punctul M construim o dreaptă arbitrară ce intersectează dreptele a și b în punctele A și B corespunzător. Construim o



dreaptă arbitrară paralelă la dreapta (AB) și notăm prin A', B' punctele de intersecție a acestei paralele cu dreptele a, b prin A', B' corespunzător. Fie punctul M' împarte segmentul $[A'B']$ în raportul în care punctul M împarte segmentul $[AB]$. Atunci, dreapta (MM') este soluția problemei.

Problema 3. În desenul alăturat partea de stuf situată deasupra apei are lungimea de 1m. Firul de stuf a fost înclinat de la poziția verticală, astfel încât vârful acestuia se află la nivelul apei și la distanța de 2 m de la punctul A . Determinați adâncimea lacului în locul unde crește acest fir de stuf.



Rezolvare: Notăm $AD=x$, atunci $CD=x+1$.

Aplicăm teorema lui Pitagora în triunghiul ADC pentru a afla ipotenuza DC .

$DC^2 = AD^2 + AC^2 \Leftrightarrow (x+1)^2 = x^2 + 2^2 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = x^2 + 4 \Leftrightarrow 2x = 3$, adică $x = 1,5$. Deci, am obținut că adâncimea lacului este de 1,5 m.

Alte exemple de probleme practice de geometrie:

- Obilă de metal cu raza de 8 cm a fost retopită în forma unui con circular drept. Se cunoaște că aria laterală a conului obținut este de 3 ori mai mare decât aria bazei. Determinați înălțimea conului.
- Un fermier are 160 metri de gard pentru a îngrădi un lot de formă dreptunghiulară din 4 părți. Pentru a face suprafața lotului cât e posibil de mare, el poate să utilizeze și un

perete sau o parte din peretele hambarului. Determinați aria maximă posibilă a lotului obținut, dacă lungimea hambarului este de 100 de metri.

- Dintr-o foaie metalică de formă pătrată cu latura a trebuie de tăiat desfășurata unei piramide patrulatere regulate astfel încât vârfurile pătratului să se unească cu vârful piramidei. Cum de tăiat foaia pentru a obține o piramidă de volum maximal?
- O cutie de conservă de un volum dat are forma unui cilindru. Ce relație (raport) trebuie să fie între dimensiunile cutiei (diametru și înălțime) pentru ca ea să fie confecționată din o cantitate minimă de metal?
- Se dă suprafața unui cilindru deschis la un capăt (un pahar cilindric). Care este capacitatea maximă pe care o poate avea el?
- Prin punctul A, a apărut necesitatea de a construi un drum astfel, încât două localități, notate prin punctele B și C să se afle la distanțe egale de la acest drum. Cum de alcătuit desenul pentru trasarea drumului căutat?

Rezultate și discuții

Rezultatele chestionarului aplicat denotă că 45% din respondenți menționează că la lecțiile tradiționale de geometrie, partea practică este insuficientă pentru aplicare și ca urmare nu înțeleg necesitatea studierii unor teme; 20% consideră că metodele de predare sunt depășite și plictisitoare; 10% - că nu sunt luați în seamă de către profesor și că nu se pot manifesta; ceilalți au remarcat că nu sunt interesați și nu le place disciplina respectivă.

Analizând rezultatele chestionarului aplicat, precum și cele expuse mai sus, observăm că rolul problemelor practice/cu caracter aplicativ în procesul de predare-învățare-evaluare a matematicii este unul decisiv. Problemele practice este necesar să fie rezolvate la fiecare etapă a lecției, iar ponderea problemelor din geometrie cu conținut aplicativ este egală cu 44,70%.

Experimentul pedagogic realizat în două grupuri de elevi de la ciclul liceal (grupul experimental, GE – clasa 12A, profil real și grupul de control, GC – clasa 12B, profil real), la etapa finală, demonstrează o creștere a mediei atât la evaluările sumative, precum și a notelor curente în ambele grupuri care se datorează naturii colaborative a mediului de învățare la orele de rezolvare a problemelor aplicative, unde grupul experimental a atins un nivel înalt de înțelegere conceptuală, abilități de gândire critică și abilități de rezolvare a problemelor prin implicarea lor activă în procesul discursului și de explorare. În timp ce membrilor fiecărui grup li s-au oferit oportunități de a asculta perspective diferite și de a contesta ideile celorlalți membri, fiecare a i s-a oferit șansa de a-și prezenta și apăra judecățile conceptuale.

În GE, media evaluărilor sumative crește de la 6,37 până la 7,48; media notelor curente – de la 7,02 până la 8,02, iar calitatea cunoștințelor crește de la 16,33 până la 27,13. În GC, media evaluărilor sumative crește de la 6,12 până la 6,23; media notelor curente – de la 6,76

până la 7,02, iar calitatea cunoștințelor crește de la 9,62 până la 11,20. Reprezentarea grafică și evidențierea progresului școlar se prezintă în Figura 5 și Figura 6:

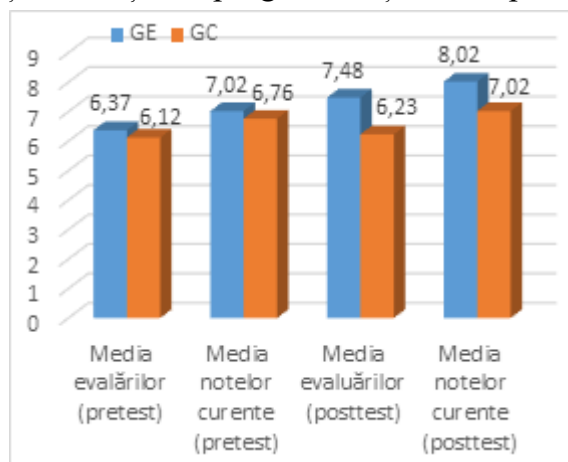


Figura 5. Mediile evaluărilor și a notelor curente până și după realizarea experimentului

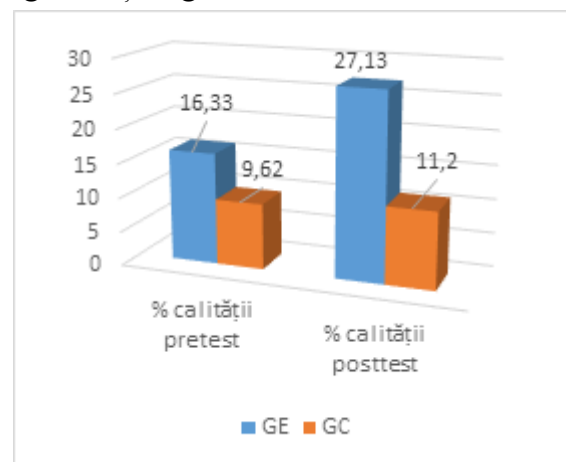


Figura 6. Calitatea cunoștințelor până și după realizarea experimentului

Experimentul realizat le-a oferit elevilor oportunități de a-și perfecționa „abilități valoroase de rezolvare a problemelor de geometrie prin formularea ideilor lor, discutarea acestora, primirea de feedback imediat și răspunsul la întrebări și comentarii” prin care au putut „rafină, combina și modifica cunoștințele pe care le-au învățat deja”.

Un rol vital în realizarea și performanța grupului experimental îl are Cercetătorul (un elev din clasă ori, alteori, profesorul). Prezența cercetătorului a permis elevilor să dobândească instantaneu îndrumări în situațiile în care erau blocați. Deși nu pot fi oferite instrucțiuni cu privire la modul în care elevii ar trebui să lucreze la probleme, întrebările perspicace pe care cercetătorul le-a adresat au servit drept rampă pentru reflecția elevilor despre munca lor sau despre procesul pe care l-au parcurs. Acest lucru le-a permis să integreze modificări esențiale în strategiile lor, conducându-i astfel către soluțiile sarcinilor.

Mai mult, studiul a evidențiat importanța lucrului în echipă și a demonstrării unei comunicări eficiente pentru a rezolva o sarcină de rezolvare a problemelor de geometrie. Un astfel de schimb activ de idei nu a avut loc în grupul de control, deoarece metoda convențională de predare a valorificat învățarea individuală și rareori a oferit posibilități pentru lucrul în grup. Prin urmare, rezultatele obținute de către grupul de control sunt satisfăcătoare comparativ cu cele ale grupului experimental.

Ținând cont de faptul că interesul, motivația și competența matematică sunt strâns legate între ele și pot fi considerate ca un cerc virtuos în care unul influențează pozitiv pe celălalt, creșterea interesului/motivației la elevii din cadrul experimentului a fost evaluată prin sporirea nivelului de competențe matematice.

Repartizarea pe niveluri de competențe a elevilor din GE se prezintă în Tabelul 1.

**Tabelul 1. Repartizarea elevilor din GE
pe niveluri de competențe matematice formate**

Etapile experimentului	Etapa inițială (GE)			Etapa finală (GE)		
	Nivel superior	Nivel mediu	Nivel inferior	Nivel superior	Nivel mediu	Nivel inferior
Evaluarea competenței matematice (criteriile)						
Evaluarea I și II	25 %	40 %	35 %	35 %	45 %	20 %
Calitatea cunoștințelor	16,33 %			27,13%		
Nota medie	7,02			8,02		

Repartizarea grafică a elevilor pe nivele de competențe matematice formate se prezintă în Figura 7.

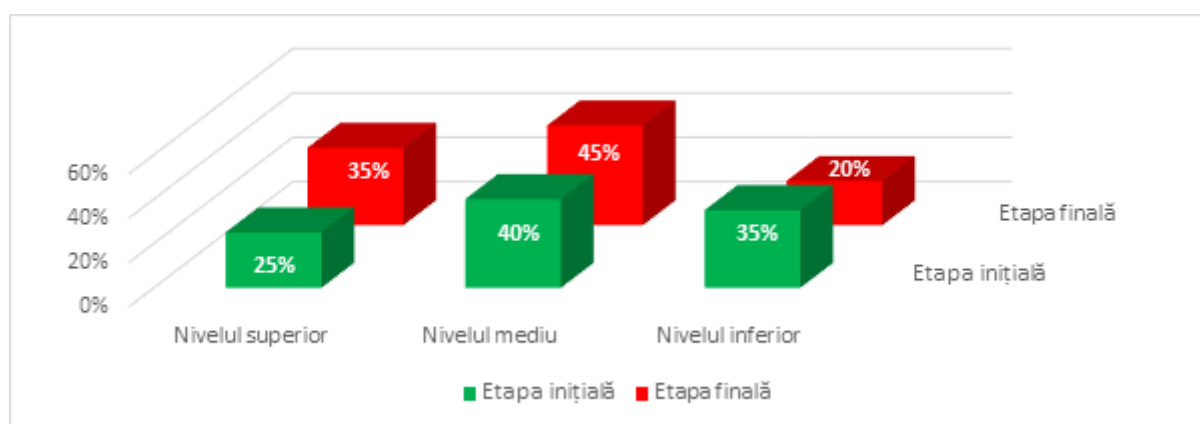


Figura 7. Evoluarea nivelurilor de competențe matematice la elevii din GE

Indicatori de apreciere a activităților de rezolvare a problemelor aplicative corespunde nivelurilor de formare a competențelor matematice. Nivelul inferior - este stăpânit primul scenariu, nivelul mediu - stăpânirea primului și al doilea scenariu, nivelul superior - sunt însușite toate scenariile activității de cercetare și rezolvare a problemelor aplicative. Scenariile sunt propuse (Figura 1) în ordinea creșterii ponderii activității centrate pe elev.

Concluzii

În concluzie, menționăm că dezvoltarea capacității elevilor de a rezolva probleme practice de geometrie este o parte integrantă a învățării matematicii la toate ciclurile.

Acest studiu a utilizat abordarea rezolvării problemelor practice de geometrie, cunoscută și sub denumirea de predare prin rezolvarea de probleme, ca metodă alternativă de predare în matematică și a explorat efectele acesteia asupra atributelor cognitive și afective ale elevilor din ciclul liceal.

Rezultatele chestionării repetate a elevilor, la finele experimentului, constată o creștere a nivelului de afecțiune, motivație și interes pentru disciplina matematică.

Procentul respondenților care menționează că partea practică, la orele de matematică, este insuficientă pentru aplicare și ca urmare nu înțeleg necesitatea studierii unor teme – s-a redus la 28% și doar 7% consideră că metodele de predare sunt depășite și plictisitoare.

De asemenea, s-a constatat că abordarea respectivă nu a afectat doar îmbunătățirea performanței elevilor și formarea unei atitudini pozitive față de disciplina matematica, ci și sporirea nivelului de posedare a competențelor matematice.

Bibliografie

1. ABDULLAH, N.I.; TARMAZI, R. A.; ABU, R. The effects of problem-based learning on mathematics performance and affective attributes in learning statistics at form four secondary level. In: *Procedia: Social and Behavioral Sciences*, 2010. Vol. 8, pp. 370-376.
2. Curriculum Național. Matematica. Clasele X-XII. Ghid de implementare. Chișinău, 2020, 180 p.
3. CAI, J.; LESTER, F.K. Why is teaching with problem-solving important to student learning. In: *National Council of Teachers of mathematics, Problem solving, research breaf*, 2010. p. 168-192.
4. CALMUȚCHI, L.; FILIPOPOLSCH, E. Formarea competențelor matematice la elevi prin rezolvare de probleme aplicative. In: *Conference on Applied and Industrial Mathematics: CAIM 2022*, Ed. 29, 25-27 august 2022, Chișinău. Chișinău, Republica Moldova: Bons Offices, 2022, Ediția a 29 (R), pp. 95-102. ISBN 978-9975-76-401-8.
5. LAAL, M.; GHODSI, S.M. Benefits of collaborative learning. In: *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 2012. vol. 31, pp. 486 – 490.
6. MAYER, R. E. *Thinking, problem solving, cognition*. New York: W. H. Frecman and Company, 1992. 580 p.
7. POLYA, G. *How to solve it: A New Aspect et Mathematical Method*. Princeton: Princeton University Press, 2014. 288 p. ISBN 9780691164076.
8. СМІРНОВА, И. М., СМІРНОВ, В. А. *Геометрические задачи с практическим содержанием*. Москва: МЦНМО, 2010. 136 с.
9. ШАПИРО, И. М. *Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики*. Москва: Просвещение, 1990. 96 с.

CZU: 37.02:51

DEZVOLTAREA CAPACITĂȚILOR INTELECTUALE LA ELEVI ÎN PROCESUL STUDIERII MATEMATICII

PRIN REZOLVAREA PROBLEMELOR CU PARAMETRI

Laurențiu CALMUTCHI, doctor habilitat, profesor universitar

<https://orcid.org/0000-0001-6665-7927>

e-mail: calmutchi.laurentiu@upsc.md

Ozkan TURAN, doctorand

Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău, Republica Moldova

Rezumat. Procesul de matematizare a științelor, disciplinelor școlare, stilul matematic de gândire, tot mai intensiv pătrund în viața de zi cu zi a personalității. În articol se prezintă un punct de vedere privitor la impactul rezolvării problemelor cu parametri la formarea și dezvoltarea capacităților intelectuale a personalității elevului în procesul studierii matematicii.

Cuvinte-cheie: Intellect, capacități intelectuale, educație intelectuală, parametri, rezolvarea problemelor cu parametri, motivația, activitatea elevilor.

THE DEVELOPMENT OF STUDENTS' INTELLECTUAL CAPACITIES IN THE PROCESS OF STUDYING MATHEMATICS BY SOLVING PROBLEMS WITH PARAMETERS

Abstract. The process of mathematization of sciences, school subjects, the mathematical style of thinking, more and more intensively penetrate into the daily life of the personality. The article presents a point of view regarding the impact of solving problems with parameters on the formation and development of the intellectual capacities of the student's personality in the process of studying mathematics.

Keywords: Intellect, intellectual capabilities, intellectual education, parameters, solving problems with parameters, motivation, student activity.

Introducere

Noile standarde educaționale, progresul tehnologiilor informaționale, perceperea informațiilor de către noile generații de elevi necesită restructurarea învățământului matematic din instituțiile preuniversitare.

Unul dintre cei mai importanți indicatori ai eficacității educației matematice este modul în care se desfășoară dezvoltarea psihologo-pedagogică a copilului și, în special dezvoltarea capacităților sale de gândire logică axată pe dovezi, creativitate. O condiție absolut necesară formării competenței matematice este direcționarea educației intelectuale a procesului de instruire spre formarea capacităților intelectuale a personalității elevului.

Educația intelectuală ocupă loc important în ansamblul activității educative deoarece integrarea activă a individului în societate nu este posibilă fără ca acesta să asimileze valorile fundamentale acumulate în patrimoniul spiritual al omenirii, asigurând în același timp premisele absolut necesare pentru realizarea celorlalte componente ale educației.

Curriculumul la disciplina *Matematică* reprezintă un document reglator, care prevede prezentarea interconexă a demersurilor conceptuale, teleologice, conținutale, metodologice, accentul fiind pus pe un nou cadru de referință al finalității educaționale din perspectiva învățării pe parcursul întregii vieți [1].

Învățământul matematic în liceu asigură o pregătire teoretică fundamentală și o dezvoltare continuă a aptitudinilor și capacităților intelectuale ale elevilor.

Termenul **intelect** derivă din greacă (intellectus) și se referă la capacitatea crierului de a organiza activitatea sa astfel, încât informația pe care o posedă să fie folosită la maxim efektiv. Putem afirma că intelectul prezintă coeficientul acțiunii folositoare a crierului.

Există mai multe tipuri de intelect (logic, fizic, mintal, spiritual, emoțional), însă intelectul logic responsabilizează gândirea logică, rațională, capacitatea intuitivă de a rezolva probleme, luarea conștientă a deciziilor, asigură capacitatea de a cunoaște lumea înconjurătoare etc.

Intelectul, capacitățile intelectuale umane prezintă resurse strategice importante care determină progresul, nivelul de dezvoltare a societății.

Capacitățile intelectuale sunt particularitățile individual-psihologice a individului fiind exprimate prin nivelul de dezvoltare a memoriei, imaginației, atenției, gândirii logice, creativității, deprinderilor de cercetare pe care le posedă personalitatea elevului [6].

Formarea intelectuală a personalității elevului prezintă una din direcțiile principale ale învățământului matematic.

Aceste direcții pot fi realizate cu succes prin rezolvarea problemelor cu parametri la matematică.

Problemele cu parametri reprezintă una din cele mai complicate teme din matematica elementară. Rezolvarea oricărei probleme cu parametri presupune o anumită cercetare și de aceea favorizează dezvoltarea capacităților intelectuale ale elevului. Ele conduc la creșterea nivelului de atenție, creativitate, sporesc imaginația, majorează efortul capacităților mentale de a gândi logic, dezvoltă inițiativa creativă de cercetare.

Elevii care se deosebesc prin capacități intelectuale însemnate, creșterea nivelului lor, dar și prin profunzimea și diversitatea intelectului lor manifestă o activitate înaltă și o necesitate sporită de rezolvare a noilor probleme cu parametri. Rezolvarea problemelor cu parametri prezintă un exercițiu efektiv de dezvoltare a capacităților intelectuale la matematică.

Prioritățile rezolvării problemelor cu parametri contribuie la:

- Creșterea nivelului activității individuale a elevilor;
- Creșterea motivației pentru învățarea matematicii;
- Abordarea creativă a organizării și realizării procesului de învățământ matematic.

Scopul cercetării: *Elaborarea și implementarea unei metodologii referitor la formarea și dezvoltarea capacităților intelectuale ale elevilor prin rezolvarea problemelor cu parametri în procesul studierii matematicii.*

Metode aplicate

Chestionarea elevilor este una din metodele aplicate pentru colectarea informației despre nivelul de înțelegere a conceptelor matematice și modul în care acestea sunt aplicate în rezolvarea problemelor, atitudinea elevilor față de rezolvarea problemelor cu parametri, precum și stabilirea nivelului de motivație a elevilor pentru învățarea matematicii.

Drept metode utilizate pe tot parcursul experimentului efectuat putem considera:

- Studiarea documentației și bibliografiei referitor la unele direcții științifice de aplicare a problemelor cu parametri în predarea matematicii în liceu;
- Analiza ponderii problemelor cu parametri formulate în manualele de algebră și geometrie;
- Cercetarea ponderii problemelor cu parametri din testele exersate pentru evaluarea elevilor la examenele de bacalaureat;
- Testarea inițială și finală a elevilor în grupa experimentală și grupa de control (martor);
- Observarea și compararea comportamentului cognitiv, a motivației pentru învățare, a interesului elevilor în clasa experimentală și cea de control față de rezolvarea problemelor cu parametri;
- Elaborarea unui set complex de probleme cu parametri direcționate dezvoltării capacităților intelectuale ale elevilor prin studierea matematicii în liceu;
- Prelucrarea, interpretarea și analiza rezultatelor obținute. Aprecierea capacităților intelectuale s-a efectuat în baza testului adaptat M. Stupnițkaya [5].

Rezolvarea problemelor cu parametri în predarea matematicii prezintă una dintre cele mai sigure metode de formare a capacităților intelectuale și dezvoltare a competenței matematice, precum și de stimulare a interesului elevilor pentru studierea disciplinei menționate.

Pe tot parcursul aplicării problemelor cu parametri, profesorul va duce cont, în cadrul analizei și rezolvării problemei, de faptul că diferiți elevi posedă diverse capacități intelectuale, deprinderi de muncă intelectuală și diverse tipuri de memorie.

Prin intermediul problemelor cu parametri pot fi atinse mai multe obiective didactice:

1. Recapitularea și realizarea materiei studiate. Recapitularea materiei studiate, crearea situațiilor-problemă și pregătirea elevilor pentru studiul materiei noi.
2. Consolidarea materiei studiate. În cadrul acestei secvențe a lecției profesorul va propune pentru rezolvare probleme simple, standarde, la nivel de reproducere, cu argumentări complete a rezolvărilor efectuate.

3. Ilustrarea celor studiate în cadrul lecției.
4. Evaluarea rezultatelor școlare a elevilor.

Considerăm cunoscute noțiunile parametru, valorile de control ale parametrului și principalele metode de rezolvare a problemelor cu parametri:

- Metoda analitică;
- Metoda grafică;
- Metoda rezolvării în raport cu parametrul.

În majoritatea publicațiilor la tema data, culegerilor de probleme cu parametri se acordă mai multă atenție ecuațiilor, inecuațiilor și sistemelor acestora. Menționăm că problemele geometrice cu parametri ocupă loc deosebit în formarea și dezvoltarea capacităților intelectuale ale elevilor. Aceste probleme în mare măsură contribuie la formarea și dezvoltarea capacităților de cercetare, dezvoltă gândirea logică la elevi [4].

Problema 1. Într-un triunghi dreptunghic ipotenuza este egală cu c , iar suma sinusurilor unghiurilor ascuțite este egală cu s . De aflat aria acestui triunghi.

Soluție.

Fie dat triunghiul dreptunghic ABC (Fig.1). Aria acestui triunghi este egală cu semiprodusul catetelor.

$A_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}|AC||BC|$. Evident, $|AC| = c \sin \hat{B}$ și $|BC| = c \sin \hat{A}$. Atunci, $|AC| + |BC| = c(\sin \hat{A} + \sin \hat{B}) = cs$.

Așa dar,

$$|AC| + |BC| = cs \quad (1).$$

Conform teoremei lui Pitagora, avem:

$$|AC|^2 + |BC|^2 = c^2 \quad (2).$$

Ridicăm ambii membri a egalității (1) la pătrat și obținem:

$$|AC|^2 + 2|AC||BC| + |BC|^2 = c^2 s^2, \text{ dar atunci, } 2|AC||BC| = c^2 s^2 - c^2 = c^2(s^2 - 1).$$

$$\text{Prin urmare, } A_{\triangle ABC} = \frac{1}{4}c^2(s^2 - 1).$$

Bineînțeles, majoritatea elevilor, dar chiar și studenților dau acest răspuns. Unii observă ușor, că trebuie $s^2 - 1$ să fie pozitiv și deoarece $s > 0$ (suma sinusurilor a două unghiuri ascuțite este pozitivă) elevii dau următorul răspuns: $A_{\triangle ABC} = \frac{1}{4}c^2(s^2 - 1)$, dacă $s > 1$.

Cercetând mai profund, luând în vedere că mărimea $s = \sin \hat{A} + \sin \hat{B} = \sin \hat{A} + \sin(90^\circ - \hat{A}) = 2\sin 45^\circ \cos(45^\circ - \hat{A}) = \sqrt{2}\cos(45^\circ - \hat{A})$, avem: $S = \sqrt{2}\cos(45^\circ - \hat{A})$. Așa cum $0 < \cos(45^\circ - \hat{A}) \leq 1$, obținem că

$$0 < s \leq \sqrt{2} \quad (3).$$

Totodată observăm că

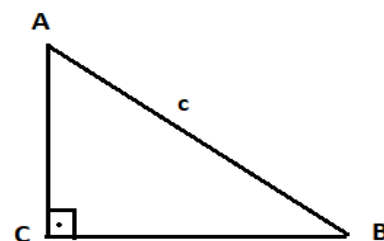


Figura 1

$$\sin \hat{A} + \sin \hat{B} = \frac{|BC|}{|AB|} + \frac{|AC|}{|AB|} = \frac{|BC|+|AC|}{|AB|} > 1, \text{ adică } s > 1 \quad (4).$$

Din (3) și (4) avem, $1 < s \leq 2$. Așa dar, $A_{\Delta ABC} = \frac{1}{4}c^2(s^2 - 1)$, dacă $1 < s \leq \sqrt{2}$.

Problema 2. În paralelogramul $ABCD$, latura mai mare $AB = a$, iar latura mai mică $BC = b$. De aflat înălțimea ce corespunde laturii mai mari, dacă mărimea unghiului ascuțit dintre diagonale, este egală cu α (Fig. 2).

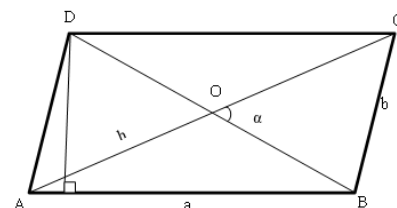


Figura 2

Soluție.

Evident,

$$A_{ABCD} = 4A_{BOC} = 2|OB||OC|\sin\alpha. \quad (1)$$

Aplicând teorema cosinusurilor în triunghiul BOC , obținem:

$$b^2 = |OB|^2 + |OC|^2 - 2|OB||OC|\cos\alpha. \quad (2)$$

Evident, $|OB|^2 + |OC|^2 = \frac{1}{4}(|DB|^2 + |AC|^2)$. Folosind proprietatea paralelogramului $|DB|^2 + |AC|^2 = 2(a^2 + b^2)$, obținem:

$$|OB|^2 + |OC|^2 = \frac{1}{2}(a^2 + b^2). \quad (3)$$

Înlocuind (3) în (2), primim:

$$2|OB||OC| = \frac{a^2 - b^2}{2\cos\alpha}. \quad (4)$$

Înlocuind (4) în (1), obținem:

$$A_{ABCD} = \frac{a^2 - b^2}{2} \operatorname{tg}\alpha. \quad (5)$$

Pe de altă parte $A_{ABCD} = ah$. Egalând expresiile pentru aria paralelogramului, determinăm

$$h = \frac{a^2 - b^2}{2a} \operatorname{tg}\alpha. \quad (6)$$

Observăm, că partea dreaptă a expresiei (6) are sens pentru $0 < b < a$ și $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

Apare întrebarea: oare pentru orice valori $a > 0, 0 < b < a$ și $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ se poate construi un paralelogram cu laturile a, b și unghiul ascuțit dintre diagonale de mărime α ?

Dacă introducem în (6), de exemplu, valorile $a = 5, b = 2, \alpha = 45^\circ$, determinăm $h = 2,1$.

Astfel, am obținut, că în triunghiul dreptunghic AKD ipotenuza AD este mai mică decât cateta KD . Aceasta poate însemna doar una: paralelogram cu valorile date a, b, α nu există.

În această situație ușor ne convingem, dacă luăm în vedere că aria paralelogramului nu poate să întrecă aria dreptunghiului, laturile căruia au aceleași lungimi. Prin urmare,

$$\frac{a^2 - b^2}{2} \operatorname{tg}\alpha \leq ab, \text{ sau } 0 < \alpha \leq \arctg \frac{2ab}{a^2 - b^2}. \quad (7)$$

Așa dar, mărimile a, b, α nu pot fi arbitrare, independente una de alta, dar ele trebuie să satisfacă inegalității (7).

Problema 3. Una din laturile trapezului coincide cu diametrul cercului circumscris, iar perimetrul este de n ori mai mare decât raza acestui cerc. De aflat unghiul ascuțit al trapezului (Fig.3).

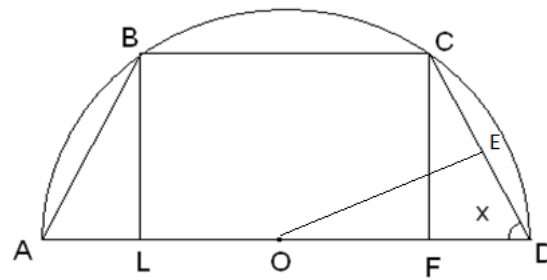


Figura 3

Soluție. Fie $ABCD$ trapezul dat, O – centrul cercului circumscris, BL, CF – înălțimile trapezului, $OE \perp CD$, R – raza cercului circumscris și x – mărimea unghiului ascuțit al trapezului. Perimetrul

$$P = |AD| + |BC| + 2|CD| = |AD| + (|AD| - 2|FD|) + 4|DE| = 4R - 2|FD| + 4|DE|.$$

Din triunghiurile ODE și CDF , avem:

$$|DE| = R \cos x \text{ și } |FD| = |CD| \cos x = 2R \cos^2 x.$$

Din condițiile problemei, avem:

$$4R - 4R \cos^2 x + 4R \cos x = nR, \text{ sau } 4 - 4 \cos^2 x + 4 \cos x = n.$$

Rezolvând ultima ecuație, obținem : $\cos x = \frac{1 \pm \sqrt{5-n}}{2}$.

Evident, $n \leq 5$ și $0 \leq \frac{1 \pm \sqrt{5-n}}{2} < 1$. Din inecuația dublă avem $n > 4$.

Așa dar, $x = \arccos \frac{1 \pm \sqrt{5-n}}{2}$, $4 < n \leq 5$.

Să ne închipuim că punctele B și C se apropie alunecând pe cerc. Atunci mărimile unghiurilor BAD și CDA se vor micșora. În momentul când aceste puncte vor coincide trapezul se va transforma într-un triunghi dreptunghic isoscel, unghiul de la baza căruia va avea 45° . Prin urmare, $45^\circ < x < 90^\circ$ și $0 < \cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$. Observăm că $\frac{1 - \sqrt{5-n}}{2} < \frac{\sqrt{2}}{2}$ are loc pentru orice valoare admisibilă $n \in (4, 5]$, iar $\frac{1 + \sqrt{5-n}}{2} < \frac{\sqrt{2}}{2}$ are loc pentru $n > 2(1 + \sqrt{2})$.

Răspuns:

Dacă $4 < n < 2(1 + \sqrt{2})$ problema are o soluție $x = \arccos \frac{1 - \sqrt{5-n}}{2}$;

dacă $2(1 + \sqrt{2}) < n < 5$ problema are două soluții $x = \arccos \frac{1 \pm \sqrt{5-n}}{2}$.

O singură soluție $x = 60^\circ$ problema are și pentru $n = 5$.

Probleme propuse pentru lucrul individual

1. O latură a pătratului aparține bazei triunghiului isoscel circumscris pătratului, iar latura opusă a pătratului taie de la vârf un triunghi aria căruia este de n ori mai mică decât aria triunghiului circumscris pătratului. Aflați unghiul de la baza triunghiului circumscris.

Răspuns. $\arctg \frac{2(1+\sqrt{n})}{n-1}$, $n > 1$.

2. Un pătrat este înscris într-un triunghi dreptunghic astfel încât o latură aparține ipotenuzei, iar două vârfuri aparțin catetelor. De aflat mărimea unui unghi ascuțit al triunghiului, dacă aria pătratului este de n ori mai mică decât aria triunghiului.

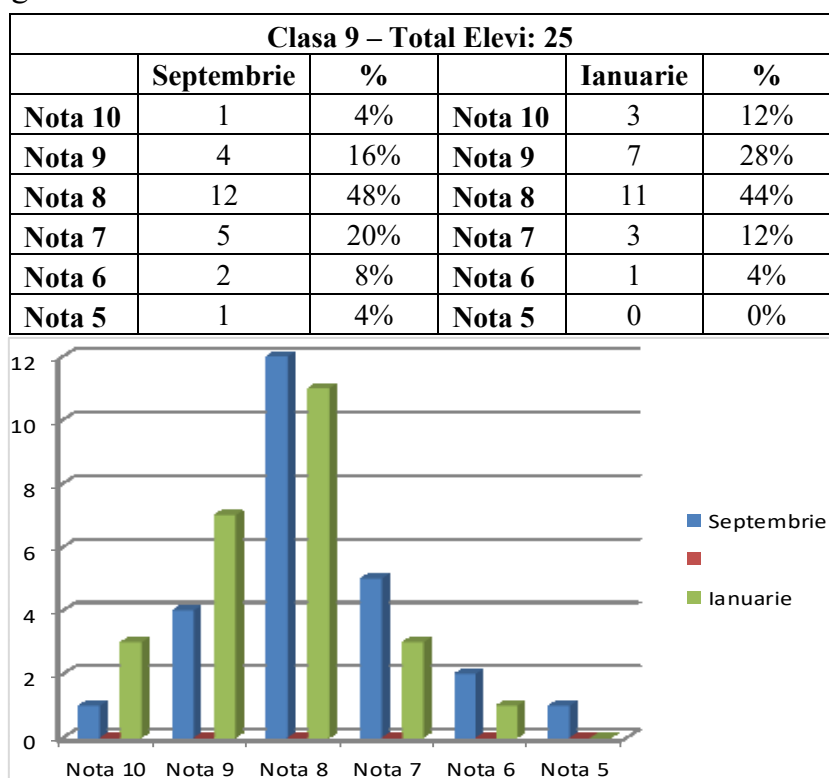
Răspuns. $\arcsin 2(n - 1 - \sqrt{n^2 - 2n}), n \geq 2\frac{1}{4} [2, 3]$.

Rezultate și discuții

Rezultatele chestionarului aplicat denotă că 8% din respondenți menționează că sunt capabili și chiar pasionați de a rezolva probleme cu parametri, 68% manifestă un interes stabil în rezolvarea acestui tip de probleme cu condiția de a fi ghidați de profesor și de a dispune de ocazia consultării cu colegii, iar 24% din elevii interogați nu manifestă interes stabil față de rezolvarea problemelor cu parametri.

Experimentul pedagogic realizat în două grupuri de elevi (grupul experimental, GE – clasa IXA, grupul de control, GC – clasa IXB), la etapa finală, demonstrează o creștere a mediei atât la evaluările sumative, precum și a notelor curente în ambele grupuri. Experimentul realizat le-a oferit elevilor oportunități de a-și forma abilități valoroase de rezolvare a problemelor cu parametri atât la algebră cât și geometrie, prin formularea ideilor lor, discutarea lor și modul de a fi interpretate în soluționarea problemelor propuse.

Rezultatele aprecierii capacităților intelectuale formate la elevii din GE după testul propus de Stupnickaya sunt apropiate de evoluările notelor pe parcursul testărilor efectuate prezentate în Figura 4.



**Figura 4. Aprecierea rezultatelor obținute în GE
la etapa inițială și finală a experimentului**

Rezultatele obținute la finele experimentului, constată o creștere a nivelului cunoștințelor elevilor din GE față de GC.

Concluzii

În concluzie, menționăm că problemele cu parametri sunt probleme unice, o parte integrativă a învățământului matematic, care oferă posibilitatea formării și dezvoltării capacităților intelectuale a elevilor în procesul învățării matematice. Rezolvarea problemelor cu parametri poate fi considerată ca criteriu de evaluare a capacităților intelectuale a personalității elevului.

Formarea și dezvoltarea capacităților intelectuale este un proces îndelungat și complex. El necesită: nivel înalt de efectuare a unor operațiuni mentale (analiză, sinteză, comparare, clasificare, sistematizare); nivel înalt de activitate; nivel înalt de organizare și direcționare a gândirii logice expuse spre rezolvarea problemelor cu parametri.

Bibliografie

1. Curriculum Național. Matematica. Clasele X-XII. Ghid de implementare. Chișinău, 2020, 180 p.
2. CALMUȚCHI, L. Metodologia rezolvării ecuațiilor și inecuațiilor cu parametri. Chișinău: Ed. UST, 2010. 221 p.
3. CALMUȚCHI, L.; TURAN, O. *Metodology for solving problems with parameters*. Chișinău: Ed. Pulsul Pieții, 2022. 159 p.
4. ДАЛИНГЕР, В. А. *Задачи с параметрами*. Омск: Изд. ООО Амфора, 2012. 961 с.
5. СТУПНИЦКАЯ, М. Диагностика уровня сформированных общеучебных умений и навыков. În: *Школьный психолог*, 2006. nr. 7, pp. 20-29.
6. ТИХОМИРОВА, Л.Ф. *Развитие интеллектуальных способностей школьника*. Ярославль: Изд. Академия развития, 1997. 240 с.

CZU: 37.02:54+91

PROIECTAREA EXPERIENȚELOR DE ÎNVĂȚARE STE(A)M ÎN PROCESUL SCHIMBĂRII ȘI PERFECTIONĂRII UNEI SOCIETĂȚII MODERNE

Nadejda CAZACIOC, drd., prof. de Chimie

<https://orcid.org/0000-0002-1086-633X>

e-mail: cazacioc.nadejda@upsc.md

Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău;

Institutul de Cercetare, Inovare și Transfer Tehnologic

LT Ștefan cel Mare și Sfânt Căușeni Taraclia

Eduard COROPCEANU, doctor, profesor universitar

<https://orcid.org/0000-0003-1073-828X>

e-mail: ecoropceanu@gmail.com

Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău;

Institutul de Cercetare, Inovare și Transfer Tehnologic

Ileana Simona ȘEREMET, profesor de Geografie

<https://orcid.org/0000-0002-5809-5909>

e-mail: seremet.simona@gmail.com

LT Mihai Eminescu Căușeni

Rezumat. Reformele actuale ale sistemului educațional din Republica Moldova au un rol deosebit de important din perspectiva implementării unei concepții unice la nivel de curriculum privind modul de instruire în cadrul disciplinelor din domeniile Știință, Tehnologie, Inginerie, Artă și Matematică – STE(A)M. Există unele aspecte cu privire la impactul reformei, la nivel de formare a profesorilor, deoarece aceștia nu sunt suficient de pregătiți să răspundă nevoilor actuale. În acest articol sunt introduse unele modele de educație STE(A)M, care au fost concepute cu scopul de a integra armonios conținuturile în predarea noilor cunoștințe la clasă. Prin concentrarea pe interacțiunea dintre matematică și știință, știință și arte, modelul subliniază importanța cunoștințelor integrate de predare pentru a trece cu succes de la modelul tradițional de predare la un model integrat care promovează inovarea și perfecționarea unei societăți care se dorește a fi modernă.

Cuvinte cheie: educație STE(A)M, cunoștințe de predare integrată, educație științifică, modelul matematic.

DESIGNING STE(A)M LEARNING EXPERIENCES IN THE CHANGE AND IMPROVEMENT PROCESS OF A MODERN SOCIETY

Abstract. The new reforms of the education system in the Republic of Moldova have a particularly important role in how science, technology, engineering, art and mathematics STE(A)M education is implemented at the curriculum level. There are some aspects related to some reforms, at the level of teacher training, because they are not sufficiently prepared to respond to current needs. This article introduces several models of STE(A)M education that have been designed to integrate STE(A)M education into the curriculum in teaching new knowledge in the classroom. By focusing on the interaction between mathematics and science, science and the arts, the model emphasizes the importance of

integrated teaching knowledge to successfully move from the traditional teaching model to an integrated model that promotes innovation and improvement in a society that wants to be modern.

Keywords: STE(A)M education, integrated teaching knowledge, science education, mathematical model.

Introducere

Schimbările rapide la nivel de tehnologii, materiale, relații sociale induc în mod automat vectorul evoluției paradigmelor educaționale spre elaborarea modelelor care ar permite dezvoltarea personalității pe traiectorie individuală, pentru a valorifica potențialul propriu, dar și spre activități convergente, care solicită activități colective cu contribuția fiecăruia pentru a elabora un produs comun prin cumularea efortului intelectual. Tot mai des se discută despre impactul abordărilor mono- versus inter-/transdisciplinare a unor subiecte asupra productivității procesului educațional [7]. În ultimii ani sistemul educațional din Republica Moldova investește tot mai mult în inovare și în predarea integrată, care ar putea contribui la o creștere economică durabilă. În timp ce foarte multe țări, printre care și țara noastră se confruntă cu multe efecte ce țin de dificultăți economice, cum ar fi: creșterea șomajului, creșterea datoriilor din sectorul public și privat, rolul și aportul forțelor de muncă slab calificate și necompetitive, sisteme educaționale neflexibile la schimbările de pe piața muncii, toate împiedicând la creșterea indicatorilor economici, este importantă introducerea inovației, care să ducă la crearea de noi locuri de muncă, noi industrii, noi tehnologii, personal calificat, cu scopul de a asigura un proces de creștere socio-economică. Deoarece inovația este în mare parte derivată din progresele din domeniul disciplinelor precum științe, tehnologie, inginerie, arte și matematică, un număr tot mai mare de locuri de muncă la toate nivelurile necesită cunoștințe STE(A)M, care să fie competitive în secolul XXI.

Inovația implică integrarea diverselor abilități din domeniul STE(A)M și transcendele lor disciplinare. Inovația poate fi definită ca un proces/produs extrem de interactiv și multidisciplinar, care rareori apare izolat și este strâns legat de viață. Inovația este integrarea achizițiilor cognitive anterioare cu invențiile noi și aplicarea practică a lor pentru obține efecte socio-economice superioare. Astfel, inovația este un proces complex, care necesită o viziune largă asupra problemei abordate și identificarea algoritmilor eficienți de la stabilirea obiectivelor până la obținerea rezultatelor cu valoare adăugată. În prezent există un consens foarte clar între părțile interesate privind inovarea economică. Educația STE(A)M încurajează cunoștințele și abilitățile interdisciplinare, care sunt relevante pentru viață și pentru pregătirea elevilor/studentilor către o economie bazată pe cunoaștere [2]. Unul dintre scopurile importante ale educației STE(A)M este de a forma generații de tineri specialiști cu mentalitate inovativă, capabili de a reconfigura operativ și rațional cunoștințele și abilitățile deținute pentru a elabora noi idei și produse [5].

Scopul lucrării este de a evidenția educația STE(A)M în context conceptualizat, printr-o investigare critică a politicilor educaționale atât la nivel local, cât și global. Din

cercetările anterioare privind integrarea curriculară și cunoștințe de predare integrată, precum și reformele educaționale din Republica Moldova, acestea implică nevoia de reconfigurare a experiențelor și mediilor de învățare, bazate pe individualitate, potențial și personalizare a procesului educațional al elevului.

Educația STE(A)M se bazează pe teoriile integrării curriculumului în două perspective:

- ✓ permite profesorilor să integreze discipline corelate fără a ignora caracteristicile unice monodisciplinare, profunzimea și rigoarea disciplinei principale;
- ✓ curriculumul național care ghidează profesorii.

Din acest punct de vedere, un curriculum foarte bine structurat, ce prezintă granițe rigide între discipline, cel mai probabil va duce la slăbirea și diminuarea eficacității cadrelor didactice în procesul de predare [9]. Este foarte important ca curriculumul să permită o flexibilitate, care să ofere profesorilor posibilitatea de a preda disciplinele STE(A)M în contextele lor naturale, nedivizate, în contrast cu disciplinele conectate curricular [4].

Integrarea curriculară ne oferă un cadru teoretico-practic privind educația STE(A)M și modul integrativ de învățare care se reflectă în tradiția progresivă a lui Dewey, aceea în care materialul este conectat la viața reală și este semnificativă pentru cei de învăț [1]. John Dewey, face o declarație elegantă: „Ceea ce leagă școala de viață și de toate studiile, sunt în mod necesar corelate” [6], această declarație servește drept inspirație pentru profesorii care intuitiv consideră că integrarea cunoștințelor din diferite domenii produce rezultate de învățare mai mari la disciplinele școlare [10, 3].

Noul curriculum școlar revizuit (2019), chiar dacă nu în mod ideal, încearcă să propună diverse activități pentru a depăși rigiditatea și reziliența structurii, adoptă noi abordări integrate de predare, ajută cadrele didactice să înțeleagă cele patru (cinci) discipline STE(A)M, sunt o entitate interconectată, cu deschideri puternice către viață.

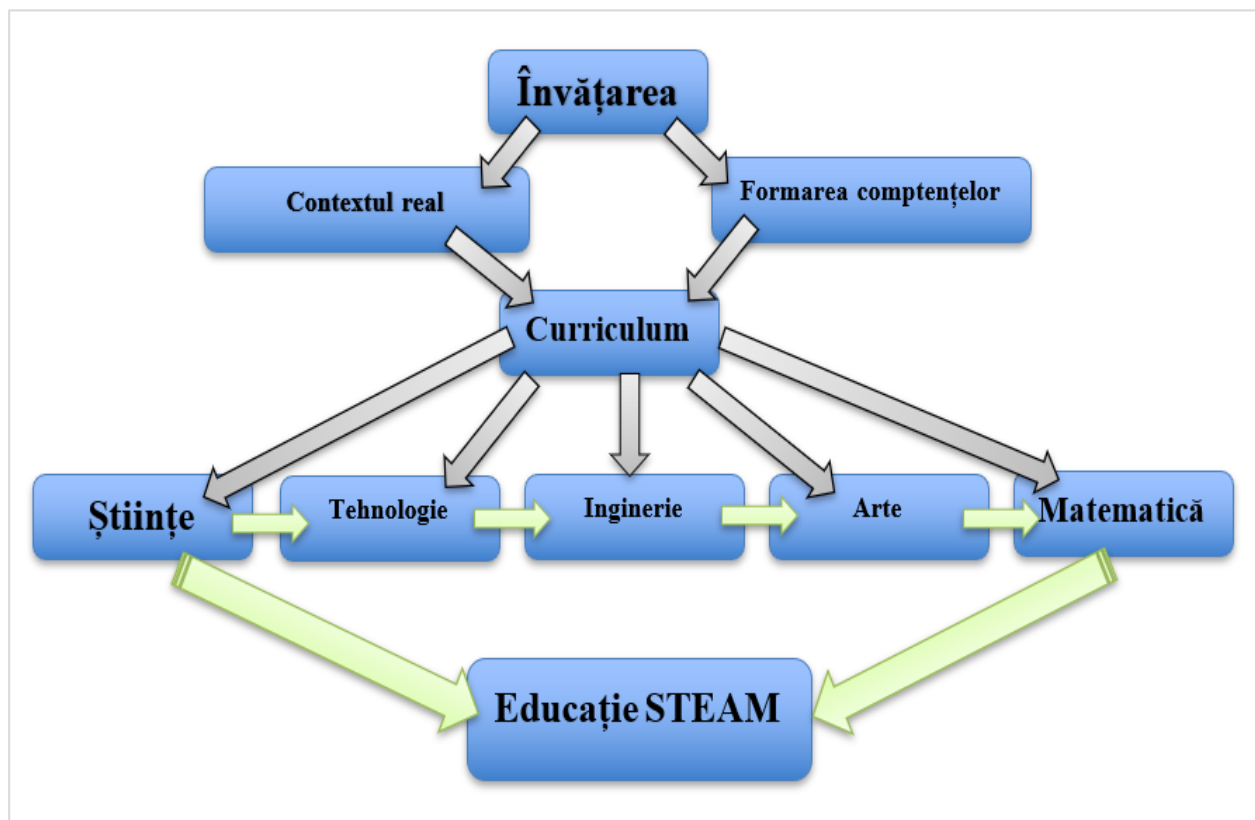
Educația STE(A)M se cristalizează în mare parte la intersecția dintre matematică și știință, bazată pe conținut și proces, cum ar fi rezolvarea de probleme, pe raționamentul cantitativ, experimentează matematica ca instrument sau dispozitiv de inscripție, știința ca o aplicație, creând diverse oportunități pentru dezvoltarea tehnologiilor, ingineriei și artei, oferind elevilor și profesorilor o înțelegere profundă a ceea ce învață și care se bazează pe păstrarea cunoștințelor, abilităților și atitudinii specifice disciplinelor.

Strategiile de inovare oferă o politică vizionară și motivație pentru inițiativele publice și private, având ca scop creșterea interesului pentru predarea disciplinelor conexe STE(A)M, pentru a crește numărul și calitatea profesorilor, astfel încât aceștia să fie bine educați să poată ajuta mai mulți elevi, să își dezvolte capacitatea de a inova, considerată de mulți o abilitate a secolului XXI. Din acest considerent, în multe țări,

reforme educaționale se concentrează pe creșterea interesului privind predarea STEM/STE(A)M.

În ultima perioadă sistemul educațional încearcă a adopta noi reglementări, reconfigurări și politici educaționale pentru a dezvolta capacitatea celor instruiți de a se adapta ușor la noile condiții și de a se integra funcțional în sistem, printre care: cele americane și europene, care să ducă spre o îmbunătățire a calității educației și acces sporit la educația STE(A)M. Reformele educaționale din mai multe țări, critică modul actual al educației, deciziile adoptate, deoarece nu iau în considerare istoria politică, socială și tehnologică a țării.

Implementarea disciplinelor STE(A)M, poate varia în funcție de școală, tipul și nivelul acesteia, caracteristicile profesorului, precum și programa, și curriculum-ul adoptat, care să se concentreze pe standardizare.



**Figura 1. Model de educație STE(A)M
cu un accent deosebit pe matematică și știință**

De aceea propunem un model de interacțiune al disciplinelor STE(A)M (Fig. 1), care delimitează predarea disciplinelor conexe, dar care leagă educația integrată STE(A)M, păstrând caracteristicile unice din cadrul fiecărei discipline, cum ar fi aprofundarea cunoștințelor, abilităților și convingerilor, formarea de competențe, în timp ce săgețile reprezintă interacțiunea dintre discipline, profesor-elev, elev-profesor.

Modelul propus, presupune că integrează cercetarea științifică cu calculele matematice și proiecția inginerescă, teorie și practică în realizarea machetei casei de vis. Deși diferite epistemologic, matematica și știința integrate în context STEAM, prin conexiunea cu viața și curriculumul școlar sunt percepute că învățarea aplicată prin construirea de noi cunoștințe, de și tangențele trasate între matematică și știință poate fi percepute diferit, cum ar fi:

- matematica utilizată în știință;
- știința riguroasă din punct de vedere matematic.

În acest sens, noile perspective susțin că matematica și știința sunt indispensabile, fiind astfel susținute de înțelegerea aplicațiilor concrete și a funcționalităților abstracte și care îi ajută pe profesori să înțeleagă educația STE(A)M ca fiind o entitate integrată, deci, educația STE(A)M abrogă distincția clară a matematicii de știință.

Proiectarea experienței de învățare bazată pe STE(A)M

Propunem un model de proiectare a unui cadru, bazat pe cunoștințe, abilități și practică, o abordare integrată STE(A)M, care valorifică ideea ca conținut, ce ar trebui de predat, alături de practicile STE(A)M adoptate. Atât conținutul, cât și practicile sunt la fel de importante pentru a oferi contextul ideal pentru învățare.

Scenariu și specificații. Aceasta este o activitate plăsmuită, pentru a oferi elevilor contexte diferite de învățare, relevante și semnificative și care implică viața reală, cu conținuturile din: știință, tehnologie, inginerie, artă și matematică.

Titlul activității: Construirea unei case de vacanță.

Activitatea aliniază conceptele științifice precum: forța și gravitația, proprietățile materialelor, vremea, clima și energia, cu conceptele matematice precum: măsurarea, raportul și proporția, desenul la scară, estimarea costurilor etc. Elevii lucrează în grupuri mixte, conform abilităților lor, iar la finalizarea activității își vor prezenta rezultatele, ideile artistice, în fața colegilor de clasă, demonstrând astfel cunoștințele obținute, modul de aplicare a lor în circumstanțe reale, respectiv – capacitatea de a proiecta o casă rentabilă care să satisfacă nevoile tuturor, promovând în același timp abilitățile de raționament și rezolvare a problemelor. Elevii vor lucra în cooperare la un scenariu dat, în care fac brainstorming pentru idei. Accentul activității va fi axat pe aplicarea conceptelor științifice și matematice într-un script desprins din viața reală, care încorporează tehnologia, ingineria și artele [8]. La fel, vor trebui să proiecteze casa în timp ce folosesc principiile matematice și de proiectare, iar rezultatul final va fi un design complet al casei, cu toate specificațiile și costurile. O etapizare a procesului de cercetare în cadrul activității se regăsește în Tabelul 1, unde sunt specificate obiectivele clare și întrebările directoare pentru a putea ajuta elevii să se concentreze în timpul activității pe

conținuturile învățării, concepte, principiile logico-matematice și contextul STE(A)M abordat.

Tabelul 1. Designul activităților „Casa de vis”

Etapa de informare	
Scopul rezidă în cercetarea științifică a designului și criteriilor de proiectare a caselor.	
Obiective	✓ Studierea contextului geografic și dependența proiecției casei de locație. ✓ Analiza impactului anumitor efecte climatice și dezastre naturale asupra construcției caselor. ✓ Cercetarea efectului gravitației în construcția unei case
Probleme de urmărit	✓ Norme arhitecturale în construcția unei case. ✓ Tipuri de sol și cerințe în construcția unei case. ✓ Procese de mediu și impactul asupra structurii peritelor clădirii.
Context STEAM	Cercetarea geografică a solului, climei și mediului natural, impactul factorilor climatici asupra structurii clădirilor, materiale durabile și rezistente, analiza parametrilor fizici precum forța și gravitația în construcția unei case, cercetarea designului exterior al construcțiilor din zonă, analiza matematică a figurilor și corpurilor geometrice în construcția unei case. Norme legale de construcții.
Discipline vizate	Geografie, fizică, chimie, arte plastice, educație pentru societate.
Etapa de planificare	
Scopul rezidă în realizarea planului de lucru pentru construcția unei machete a casei	
Obiective	✓ Formarea grupului de lucru. ✓ Repartizarea sarcinilor. ✓ Identificarea resurselor eco pentru construcția casei. ✓ Identificarea programelor computerizate capabile să digitalizeze „Casa de vis”.
Probleme de urmărit	✓ Ce necesități avem pentru construcția casei? ✓ Identificarea terenului pentru construcția casei. ✓ Ce oportunități avem? ✓ Unde și cum găsim materialele necesare? ✓ Coduri de scriere și conexiune a Inteligenței artificiale la mecanismele existente în „Casa de vis”.
Context STEAM	Comunicare și lucru în echipă, brainstorming, analiză complexă a situației. Integrare curriculară. Sustenabilitate ancorată în realitate.

Etapa de implementare	
Scopul rezidă în identificarea și selectarea materialelor și construcția machetei casei.	
Obiective	✓ Proiecția eco-casei, macheta și elaborarea schiței cu ajutorul programelor informatice. ✓ Realizarea machetei. ✓ Conectarea „Casei de vis” la programe bazate pe Inteligență artificială.
Probleme de urmărit	✓ Durabilitate. ✓ Utilizarea produselor ecologice. ✓ Identificarea resurselor de energie regenerabilă pentru casă. ✓ Costuri accesibile. ✓ Machet funcțional.
Context STEAM	Implementarea calculelor matematice, Lucrul tehnologic și artistic în construcția casei, conectarea casei la programe inteligente, selecția materialelor durabile și sustenabile pentru construcție.
Discipline vizate	Fizică, chimie, informatică, arte plastice, educație tehnologică.
Etapa de prezentare / evaluare	
Scopul rezidă în realizarea unei expoziții „Casa de vis”	
Obiective	✓ Dezoltarea competențelor de comunicare. ✓ Dezoltarea abilităților de lucru în echipă. ✓ Autoevaluare, evaluare reciprocă.
Așteptări de la produsul final	✓ Construcția unei case ecologice, moderne și inteligente. ✓ Utilizarea materialelor regenerabile.

Educația STE(A)M este mai mult decât o simplă învățare a materiei de studiu, este o abordare a formării competențelor bazată pe descoperire, cercetare și analiză, demonstrarea capacităților pe care le posedă elevii de a promova cultura cunoașterii noului [4]. Pentru realizarea acestei activități sunt necesare elevilor un șir de competențe și abilități precum ar fi cunoștințe din curricula școlară cât și abilități dobândite în timp și prin experimentare (Figura 2).



Figura 2. Competențe și abilități necesare fiecărei etape pentru realizarea activității STEAM

Concluzii

Studiul propus examinează temeinic modul de proiectare a unui curriculum integrat STE(A)M, care promovează înțelegerea cognitivă și conceptuală din prisma celor cinci discipline conexe. Cercetarea de față se axează pe utilitatea activităților STE(A)M, folosind deopotrivă o abordare prospectă, cu scopul de a ajuta elevii să dobândească conceptele științifice și matematice de construcție a unei case de vacanțe, încurajând comunicarea, lucrul în echipă, cooperarea, colaborarea, schimbul de informații atât virtual, cât și față în față, explorarea modelelor 3D, demonstrând astfel modul de aplicare a conceptelor științifice și matematice în viață reală, cu anexiunea tehnologiei, ingineriei și artei.

Expandat, acest studiu sugerează un nou mod de implementare a diferitor activități complementare în care știința, tehnologia, ingineria, arta și matematica sunt interfațate. De asemenea, subliniază sugestii practice privind utilizarea noilor abordări în diverse

conjuncturi. Pentru a dezvolta această cercetare, investigațiile cantitative analizează caracteristicile profesorilor și elevilor, contextul și domeniile de învățare, abordările educaționale precum și implicarea practică a elevilor. Conform literaturii de specialitate, modelul de învățare propus oferă multe aspecte: de la îmbunătățirea performanței academice, respect de sine crescut, opinii pozitive despre școală și viață, rezultate îmbunătățite și învățare plăcută. Activitatea didactică include și o reflecție asupra fiecărui grup, deoarece au posibilitatea să își evalueze propriul design cu munca celorlalte grupuri, pe baza unor criterii bine stabilite.

Mai mult decât atât, această nouă abordare contribuie la înzestrarea elevilor cu competențe, abilități alienabile, care să includă: creativitate, curiozitate, rezistență, colaborare, încredere, acțiune, putere de decizie, inventivitate etc., considerate abilitățile acestui secol aflat într-o continuă metamorfoză.

Articol realizat în cadrul proiectului de cercetări științifice „Metodologia implementării TIC în procesul de studiere a științelor reale în sistemul de educație din Republica Moldova din perspectiva inter/transdisciplinarității (concept STEAM)”, inclus în „Program de stat” (2020-2023), Prioritatea IV: Provocări societale, cifrul 20.80009.0807.20, cu suportul financiar oferit de Agenția Națională pentru Dezvoltare și Cercetare

Bibliografie

1. BEANE, J. A. *Curriculum integration: Designing the core of democratic education*. Teachers College Press, 1997.
2. BEHAR-HORENSTEIN, L.; GLANZ, J. *Paradigm debates in curriculum and supervision: Modern and postmodern perspectives*. Bloomsbury Publishing USA, 2000.
3. BERGIN & GARVEY. Westport, Connecticut. London. Library of Congress Catalog Card Number: 99-33207, 2000.
4. CAZACIOU, N.; COROPCEANU, E. Educația STE(A)M – o nouă paradigmă a învățării. In: *Cultura cercetării pedagogice: provocări și tendințe contemporane*, Ed. 1, 5-6 iunie 2021, Chișinău. 2021, Ediția 1, Vol. 3, pp. 22-33. ISBN 978-9975-76-348-6.
5. CAZACIOU, N.; ȘEREMET, I.-S.; COROPCEANU, E. Abordări conceptuale STE(A)M axate pe probleme interdisciplinare. In: *Instruire prin cercetare pentru o societate prosperă*, 19-20 martie 2022, Chișinău, UST. Vol. II (Chimie), pp. 168-175. ISBN 978-9975-76-391-2.
6. COOKE, K.; FANNON, S.; CAMPEAN, F. Development of an Innovative Integrated Curriculum for Process Improvements in a Product Development Organisation. In: *LACCEI Conference*. Buenos Aires, Argentina, 2020.

7. COROPCEANU, E.; CODREANU, S. *Formation of the chemistry research competence in the interdisciplinary university context*. Craiova: Sitech. 2022. 232 pag. ISBN 978-606-11-8277-0.
8. DEWEY, J. Freedom and choice. In: *The Monist, American Philosophy*, 1964, Vol. 48, no. 3, pp. 346-355. Published By: Oxford University Press.
9. MCBRIDE, J. W.; SILVERMAN, F. L. Integrating Elementary/Middle School Science and Mathematics. *School Science and Mathematics*. 1991, Vol. 91, no. 7, pp. 285-292.
10. DOGANCA KUCUK, Z.; YABAS, D.; BOZOGLU, H. S.; CORLU, M. S. The Impact of the early STEM Program on Teacher and Student Outcomes: The Role of Teachers' Involvement in the Program Development.

CZU: 37.016:58+51+004

ALGORITMUL GENETIC: INTERCONEXIUNE DINTRE BIOLOGIE, MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ. APLICAȚII PRACTICE

Liubomir CHIRIAC, doctor habilitat, profesor universitar

<https://orcid.org/0000-0002-5786-5828>

e-mail: chiriac.liubomir@upsc.md

Eugenia CHIRIAC, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-5935-0414>

e-mail: chiriac.eugenia@upsc.md

Natalia LUPAȘCO, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-3854-2521>

e-mail: lupasco.natalia@upsc.md

Natalia JOSU, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-3687-5437>

e-mail: josu.natalia@upsc.md

Universitatea de Stat din Tiraspol / Universitatea Pedagogică de Stat din Chișinău

Abstract. În articolul respectiv autorii abordează unele aspecte didactice care țin de implementarea Algoritmului Genetic. Este examinat la modul practic procesul de formare a populațiilor de cromozomi, cât și procedeele de aplicare ale operatorilor genetici: selecție, crossover-ul și mutația. La fel, se cercetează procesul de optimizare a funcției fitness, mizând pe îmbunătățirea soluției odată cu trecerea calitativă de la o populație la alta. Sunt evidențiate tehnicile și procedeele care pot fi aplicate eficient atât de biologi cât și de matematicieni și informaticieni la rezolvarea problemelor de optimizare.

Cuvinte cheie: algorithm genetic, cromozomi, funcție fitness, selecție, crossover, mutație, optimizare

THE GENETIC ALGORITHM: INTERCONNECTION OF BIOLOGY, MATHEMATICS, AND COMPUTER SCIENCE. PRACTICAL APPLICATION

Abstract. In the respective article, the authors address some didactic aspects related to the implementation of the Genetic Algorithm. The process of forming chromosome populations is examined in a practical way, as well as the application procedures of genetic operators: selection, crossover and mutation. Similarly, the optimization process of the fitness function is researched, focusing on the improvement of the solution with the qualitative transition from one population to another. The techniques and procedures that can be effectively applied by biologists, mathematicians and computer scientists to solving optimization problems are highlighted.

Keywords: genetic algorithm, chromosomes, fitness function, selection, crossover, mutation, optimization

1. Mecanismele de funcționare ale Algoritmului Genetic. Noțiuni de bază

Faptul că matematica și informatica se aplică pe larg în diverse științe, inclusiv în biologie, este un lucru cunoscut și apreciat. Reciprocitatea în acest sens nu întotdeauna are loc. De exemplu, în știința modernă nu se întâlnesc așa de multe situații când

mecanismele, conceptele și noțiunile de bază din biologie se utilizează pe larg și eficient în matematică și informatică.

Algoritmul genetic este în acest sens un exemplu elocvent și convingător. Algoritmii genetici reprezintă tehnici adaptive de căutare euristică, care se implementează mizând pe principiile selecțiile naturale și geneticii. Mecanismele de realizare ale Algoritmului Genetic este asemănător evoluției naturale și mizează pe principiul enunțat de Charles Darwin, ”supraviețuiește nu cel mai puternic ori inteligent, dar cel mai bine adaptat”. Astfel, Algoritmul Genetic reprezintă un model informatic-matematic care imită modelul biologic evoluționist pentru a soluționa probleme de căutare și optimizare. Algoritmul Genetic este determinat dintr-un set de elemente care reprezintă o populație, formată din cromozomi (șiruri binare) și un set de operatori genetici (selecția, încrucișare și mutația) care influențează structura populației.

Pentru a facilita procesul de studiere a Algoritmului Genetic, de către studenți, autorii au încercat să trateze cât mai simplu și clar prin intermediul exemplurilor construite cu grijă și migală, modalitățile de funcționare ale algoritmului respectiv.

Algoritmul genetic este des utilizat pentru probleme în care găsirea soluției optime nu este simplă ori cel puțin ineficientă datorită caracteristicilor căutării probabilistice. Algoritmii genetici codifică o posibilă soluție la o problemă specifică într-o unică structură de date numită „cromozom” și aplică operatorii genetici la aceste structuri astfel încât să mențină informațiile critice. Aplicarea algoritmilor genetici pornesc de la o ”mulțime inițială de soluții posibile” ale problemei examinate (aleasă de obicei aleator) numită în literatura de specialitate „populație”.

Fiecare individ din ”populația examinată” reprezintă o posibilă soluție a problemei și este numit ”cromozom”, care este un șir de simboluri, de obicei exprimat ca un șir de biți. Cromozomii examinați evoluează pe durata iterațiilor succesive efectuate numite simbolic – generații. În cadrul fiecărei generații, cromozomii respectivi sunt evaluați folosind unele măsuri de potrivire, numite – fitness.

Pentru generarea următoarei populații (generații) sunt selectați cei mai ”eficienți”, cei mai ”buni” cromozomi din generația curentă. Cromozomii noi sunt formați utilizând unul din cei trei (ori chiar toți trei) operatori genetici centrali: **selecția, crossover și mutația**.

Astfel, selecția asigură procesul din următoarea perspectivă: anumiți cromozomi din generația examinată (curentă) sunt copiați în dependență de valoarea funcției lor de potrivire, în corespundere cu cerințele problemei, în noua generație. Acest fapt denotă că cromozomii cu o semnificație mare au o probabilitate mare să contribuie la formarea noii generații.

Operatorul genetic crossover (încrucișare) reprezintă procesul prin care pe baza a doi indivizi (cromozomi) din populația curentă sunt formați doi indivizi (cromozomi),

numiți și descendenți, pentru următoarea populație. Mutația este operatorul genetic care reprezintă procesul prin intermediul căruia un cromozom din populația curentă este modificat și salvat în noua populație.

Algoritmii Genetici au fost aplicați cu succes într-o varietate de aplicații NP-complete care necesită optimizarea globală a soluției și, în acest sens, nu există o metodă iterativă de rezolvare.

În Algoritmii Genetici indivizii dintr-o populație sunt reprezentați de cromozomi cu seturi codificate în ei, parametrii sarcinii, de exemplu soluții care altfel sunt numite puncte în spațiu de căutare ori puncte de căutare. În unele lucrări, indivizi se numesc organisme. În acest sens vom clarifica sensul următoarelor noțiuni biologice din perspectiva informaticii:

- **Cromozomii** (alte denumiri sunt lanțuri sau secvențe de cod) sunt secvențe ordonate de gene.
- **O genă** (numită și proprietate, semn sau detector) este elementul atomic al genotipului, în special al cromozomilor.
- **Genotipul** sau structura este setul de cromozomi ai unui individ dat. În consecință, indivizii unei populații pot fi genotipuri sau cromozomi unici (într-un caz destul de comun, când genotipul este format dintr-un singur cromozom).
- **Fenotipul** este un set de valori care corespund unui anumit genotip. Ori, structura decodificată sau set de parametri ai sarcinii {soluție, punct de spațiu de căutare}.
- **O alelă** este valoarea unei anumite gene, definită și ca valoarea proprietății sau varianta proprietății.
- **Locusul** sau poziția indică locația unei anumite gene în cromozom (lanț). Mulțimea de poziții ale genelor reprezintă locusuri.
- **Genom** – toată informația genetică care codifică fenotipul (deci mulțimea comportamentelor manifestate de o specie întreagă);
- **Individ** – organismul care trăiește în mediu și care este perfect caracterizat la nivel comportamental de cromozomi. Se consideră că pentru un individ, toți cromozomii săi sunt identici, deci putem vorbi despre o relație unu la unu între individ și cromozom.
- **Populație** – o mulțime de indivizi care trăiesc în mediu. În cadrul unei populații indivizii sunt diferiți și deci și gradul lor de adaptare la mediu este diferit.

În felul acesta conceptul de evoluție al lui Darwin este adaptat la funcționarea algoritmului genetic pentru a găsi soluții la o problemă exprimată prin intermediul funcției de fitness (funcție obiectivă ori funcție de adaptare). **Funcția fitness** (*fitness function*) reprezintă o măsură a adaptabilității unui individ dat în cadrul fiecărei generații. Această caracteristică permite evaluarea gradului de adaptare al indivizilor din populație

și se alege dintre cei mai adaptați, adică pe cei cu cele mai mari valori ale funcției de fitness, în conformitate cu evoluția principiul supraviețuirii celui mai „puternic” (cel mai bine adaptat).

Așa dar, selecția reprezintă alegerea indivizilor cu cea mai bună aptitudine pentru reproducere (sortarea după valoarea funcției obiective). Cu cât este mai bună fitness-ul unui individ, cu atât sunt mai mari șansele sale de a se încrucișa și de a-și moșteni genele de către generația următoare.

Operatorul de încrucișare este analog cu reproducerea și încrucișarea biologică și, de obicei, se aplică asupra indivizilor din populația intermediară. Sunt selectați doi indivizi din populația intermediară și anumite porțiuni din cei doi cromozomi sunt interschimbate. În termeni simpli, mutația poate fi definită ca o mică modificare aleatorie a cromozomului, pentru a obține o nouă soluție. Mutația este utilizată pentru menținerea și introducerea diversității în populația genetică. Mutația este partea din Algoritmul Genetic care este legată de „explorarea” spațiului de căutare [1-10].

2. Aplicații ale Algoritmului Genetic

Mai jos vom soluționa o problemă practică, care ține de optimizare, aplicând noțiunile și conceptele de bază examinate anterior.

Problemă. Aplicând Algoritmul Genetic se cere de găsit maximul funcției

$$F(x) = -x^2 + 16x - 15,$$

pe intervalul de numere întregi $[1, \dots, 15]$.

Soluție. Pentru a codifica cromozomii din populația inițială (generația 0), și a opera cu ea ulterior, vom utiliza scrierea numerelor naturale în baza 2 extinsă pe 4 biți. Astfel, codificăm valorile numerelor naturale x de la 0 la 15 după cum urmează:

0	1	2	3	4	5	6	7
0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111
8	9	10	11	12	13	14	15
1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111

Creăm populația inițială din 4 cromozomi, aleși în mod aleator: 0010, 0011, 0101 și 1011. Funcția de fitness în cazul nostru va fi $F(x) = -x^2 + 16x - 15$. Este necesar să se determine $\max F$ pe intervalul indicat. În continuare vor fi realizați următorii pași:

Pasul 1. Includem cromozomii aleși aleator în tabelul de mai jos. Fiind constituită populația inițială (Generația 0) prin intermediul funcției fitness, se va măsura fitness-ul fiecărei valori și ulterior se vor selecta cei mai ”buni” cromozomi.

	Populația inițială	Valori zecimale	$F(x) = -x^2 + 16x - 15$	Procente	Procente/ medie	Aproximare
1	0010	2	13	10.65	0.42	0
2	0011	3	24	19.67	0.78	1
3	0101	6	45	36.89	1.5	2
4	1011	11	40	32.79	1.3	1
	Suma		122	100	4	4
	Media		30.5	25	1	1

La efectuarea primului ciclu, valoarea cea mai bună a funcției fitness este 45, pentru $x=6$. În continuare, încercăm să obținem o îmbunătățire a populației de cromozomi aplicând operatorii genetici: selecția, crossver-ul și mutația.

Pasul 2. Selecția se va face cu ajutorul metodei numită ruleta ponderată. După efectuarea calculelor în tabelul de mai sus și efectuarea aproximației, se elimină din populație, cromozomul 1, iar cromozomul 3 va fi multiplicat de 2 ori. Cromozomii 2 și 4, vor fi incluși, de asemenea, în noua generație de cromozomi. În continuare, supraviețuirea speciei (căutarea soluției) se va face prin intermediul procesului de încrucișare și mutație. Încrucișarea se va face în două și într-un singur punct (two and one point crossover).

Mutația inversă se va efectua numai pentru cromozomul 2, așa cum este arătat în tabelul de mai jos.

	Populația după 1 selecție	Two and One Point crossover	Populația după crossover	Mutație inversată pentru cr.2	Populația I generație	Valoarea x
1	0011	Poziția 2 și 3	0101	0101	0101	5
2	0101		0011	1100	1100	12
3	0101	Poziția 3	0111	0111	0111	7
4	1011		1001	1001	1001	9

Pasul 3. În felul acesta obținem o nouă generație de cromozomi (o nouă populație): 0101, 1100, 0111 și 1001. Pentru populația respectivă la fel se va calcula fitness-ul fiecărui cromozom și se va identifica maximul funcției examinate.

	Populația I generație	Valori zecimale	$F(x) = -x^2 + 16x - 15$	Procente	Procente/ medie	Aproximare
1	0101	5	40	23.67	0.94	1
2	1100	12	33	19.53	0.78	1
3	0111	7	48	28.40	1.13	1
4	1001	9	48	28.40	1.13	1
	Suma		169	100	4	4
	Media		42.25	25	1	1

În tabelul de mai sus, pentru cromozomii 3 și 4, efectuând calculele respective, s-a obținut cel mai "bun" fitness, valoarea funcției fiind egală cu 48. Nu este clar dacă fitness-ul egal cu 48 este valoarea maximă a funcției $F(x)$. În acest sens, este necesar să se mai realizeze un ciclu, altfel spus să se creeze o nouă populație de cromozomi.

Selecția, și în acest caz, se va face prin intermediul ruletei ponderate. Cromozomii examinați, având aproximarea egală cu 1, vor participa absolut toți la formarea celei de II generație a populației. Iar ulterior se vor aplica operatorii genetici crossover-ul și mutația.

Pasul 4. În continuare, supraviețuirea speciei (căutarea soluției) se va face prin intermediul procesului de încrucișare și mutație.

În tabelul de mai jos, încrucișarea, pentru perechile de cromozomi 0101 și 1100 se va face într-un singur punct 3 (one point crossover) iar pentru perechile de cromozomi 0111 și 1001 în două puncte (two point crossover).

Mutația inversă se va realiza numai pentru cromozomul 3, așa cum este arătat în tabelul de mai jos.

	Populația după II selecție	One and two point crossover	Populația după crossover	Mutație inversată pentru cr.3	Populația II generație	Valoarea x
1	0101	Poziția 3	0100	0100	0100	4
2	1100		1101	1101	1101	13
3	0111	Poziția 2,3	0001	1000	1000	8
4	1001		1111	1111	1111	15

Pasul 5. Obținând o nouă generație de cromozomi (o nouă populație): 0100, 1101, 1000 și 1111, la fel se va calcula fitness-ul fiecărui cromozom și se va identifica maximumul.

	Populația II generație	Valori x	$F(x) =$ $-x^2 + 16x -$ 15	Procente
1	1101	13	24	22.64
2	1100	4	33	31.13
3	1111	15	0	0
4	1000	8	49	46.23
	Suma	40	106	100
	Media	9.75	26.5	

Cea mai mare valoare (cel mai bun fitness) este obținut pentru cromozomul 1000. Astfel, în ciclurile realizate au fost calculate, pentru cromozomii obținuți, 12 valori ale funcției fitness. În felul acesta au fost evaluați 12 cromozomi din cei 15. Astfel, am obținut următorul tabel:

Populații	Cromozomii	Maximul $F(x)$
Populația inițială Generația 0.	2, 3, 6, 11	$\max F(6) = 45$
Populația la ciclul 1. Generația 1.	5, 7, 9, 12	$\max F(7) = 48$ $\max F(9) = 48$
Populația la ciclul 2. Generația 2.	4, 8, 13, 15	$\max F(8) = 49$

Observăm că la fiecare ciclu, maximul funcției de fitness s-a îmbunătățit: 45, 48 și 49. Nu este dificil de observat că pentru perechile de numere (1,15), (2,14), (3,13), (4,12), (5,11), (6,10), (7,9) funcția de fitness ne dă aceleași valori.

Pentru cromozomii 7 și 9 se obțin valorile funcției egală cu 48. Iar pentru 6 și 10 valoarea funcției este 45. Pentru 8 se obține valoarea 49, care și reprezintă maximul funcției $F(x) = -x^2 + 16x - 15$, pe intervalul de numere naturale $[1, \dots, 15]$. Prin intermediul exemplului respectiv s-a arătat la modul practic cum poate fi implementat Algoritmul Genetic pentru a obține o soluție în procesul de optimizare a unei funcții. Clar lucru, în cazul soluționării altor exemple, numărul de iterații poate fi cu mult mai mare. Important este să se înțeleagă că în cazul problemelor dificile de optimizare Algoritmul Genetic este cu mult mai eficient comparativ cu alte metode de rezolvare. Algoritmii genetici sunt simplu de utilizat și nu cer proprietăți importante ale funcției fitness (funcției obiectiv), precum continuitate, derivabilitate, convexitate, ca în cazul algoritmilor clasici. Algoritmii Genetici pot găsi soluții optime sau aproape de optim cu o mare probabilitate. Algoritmii genetici sunt mai rapizi și mai eficienți în comparație cu

metodele tradiționale. Optimizează atât funcțiile continue și discrete, cât și problemele multi-obiective.

Articol realizat în cadrul proiectului de cercetări științifice „Metodologia implementării TIC în procesul de studiere a științelor reale în sistemul de educație din Republica Moldova din perspectiva inter/transdisciplinarității (concept STEAM)”, inclus în „Program de stat” (2020-2023), Prioritatea IV: Provocări societale, cifrul 20.80009.0807.20, cu suportul financiar oferit de Agenția Națională pentru Dezvoltare și Cercetare

Bibliografie

1. HOLLAND, J.H. *Adaptation in Natural and Artificial Systems* / J.H. Holland. – Ann. Arbor: University of Michigan Press, 1975. 183 p.
2. MITCHELL, M. *An Introduction to Genetic Algorithms*. Cambridge: MIT Press, 1996.
3. MITCHELL, M. Genetic Algorithms: An Overview. In: *Complexity*, 1(1), 31-39, 1995.
4. DUMITRESCU, D. *Algoritmi genetici si strategii evolutive - Aplicatii in inteligenta artificiala si in domenii conexe*. Cluj-Napoca: Editura Albastra, 2000.
5. GOLDBERG, D.E. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Addison -Wesley, Reading, MA, 1989.
6. GAREY, M.R.; JOHNSON, D.S. *Computers and Intractability: A Guide to NP-completeness*. New York: W.H. Freeman and Company, 1978.
7. KOZA, J.R. *Genetic Programming*. MIT Press, Cambridge, MA, 1992.
8. OLTEAN, M. *Proiectarea si implementarea algoritmilor*. Cluj-Napoca: Computer Libris Agora, 2000.
9. BEASLEY, D.; BULL, D. R.; MARTIN, R. R. An Overview of Genetic Algorithms: Part 1, Fundamentals”. In: *University Computing*, volume 15(2), pp. 58- 69, 1993.
10. RUSSELL, S.; NORVIG, P. *Artificial Intelligence: A Modern Approach*. Second Edition. Prentice Hall, 2003.

CZU: 004.8:007.52+378

MODALITĂȚI DE UTILIZARE CHATGPT ÎN PROCESUL DE PREDARE-ÎNVĂȚARE A DISCIPLINELOR DE PROGRAMARE

Ala GASNAȘ, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-7174-7027>

e-mail: gasnas.ala@upsc.md

Angela GLOBA, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-2653-0320>

e-mail: globa.angela@upsc.md

Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău, Republica Moldova

Rezumat. Utilizarea inteligenței artificiale în domeniul educației este un subiect foarte actual. ChatGPT este un instrument IA care oferă o serie de beneficii, inclusiv implicarea sporită a studenților, colaborarea și accesibilitatea. ChatGPT poate fi considerat o alternativă atractivă în învățare, dar în același timp e necesar de menținut o abordare critică în utilizarea acestuia și verificarea informațiilor furnizate. Această lucrare examinează oportunitățile și provocările utilizării ChatGPT în învățământul superior și discută potențialele riscuri și recompense ale acestor instrumente.

Cuvinte cheie: inteligența artificială, mașina lui Turing, proces didactic, performanță academică.

HOW TO USE CHATGPT IN THE TEACHING-LEARNING PROCESS OF COMPUTER SCIENCE COURSES

Abstract. The use of artificial intelligence in the field of education is a very current topic. ChatGPT is an AI tool that offers a number of benefits, including increased student engagement, collaboration and accessibility. ChatGPT can be considered an attractive alternative in learning, but at the same time it is necessary to maintain a critical approach in using it and verifying the information provided. This paper examines the opportunities and challenges of using ChatGPT in higher education and discusses the potential risks and rewards of these tools.

Keywords: artificial intelligence, Turing machine, didactic process, academic performance.

Introducere

Inteligența Artificială (IA) reprezintă una dintre cele mai fascinante și transformative evoluții ale secolului XXI. Cu rădăcini care datează încă din anii 1950, IA este un domeniu interdisciplinar care vizează crearea de sisteme și mașini capabile să simuleze și să imite procesele cognitive umane, în special funcțiile asociate cu învățarea, raționamentul, percepția și luarea de decizii.

Informaticianul, criptanalistul Alan Mathison Turing, considerat părintele inteligenței artificiale, a formulat una din cele mai importante problemele de cercetare în domeniul IA, și anume, de a determina dacă o mașină poate fi considerată inteligentă sau nu, adică un computer este considerat că „gândește”, dacă acesta poate purta o conversație coerentă cu un om, iar omul, analizând doar conversația, nu se va putea pronunța dacă vorbește cu un om sau cu un calculator. Testul implică trei personaje: (C) – este evaluatorul,

un om, care va trebui să decidă având la dispoziție doar răspunsurile la întrebările puse; evaluatorul nu știe care este mașina și care este omul; (B) - omul; (A) – mașina de calcul/computer. Dacă evaluatorul (C), analizând răspunsurile oferite de (A) și (B) nu își poate da seama cine este mașina și cine este omul, atunci mașina este considerată inteligentă și spunem că ea a trecut testul lui Turing. Astfel de teste cu implicarea grupurilor mari de experți au fost desfășurate în număr foarte mare, însă nici un experiment nu a acoperit mai mult de 50 la sută din experți care s-au pronunțat pentru mașini inteligente. Azi, testul lui Turing este aplicat invers, cu ajutorul căruia o persoană trebuie să demonstreze calculatorului că este om și nu o altă mașină de calcul. Este vorba de testul CAPTCHA.

ChatGPT – o formă a inteligenței artificiale

ChatGPT, dezvoltat de OpenAI, a devenit foarte popular în ultimul an datorită capacității sale de a genera răspunsuri „umane”.

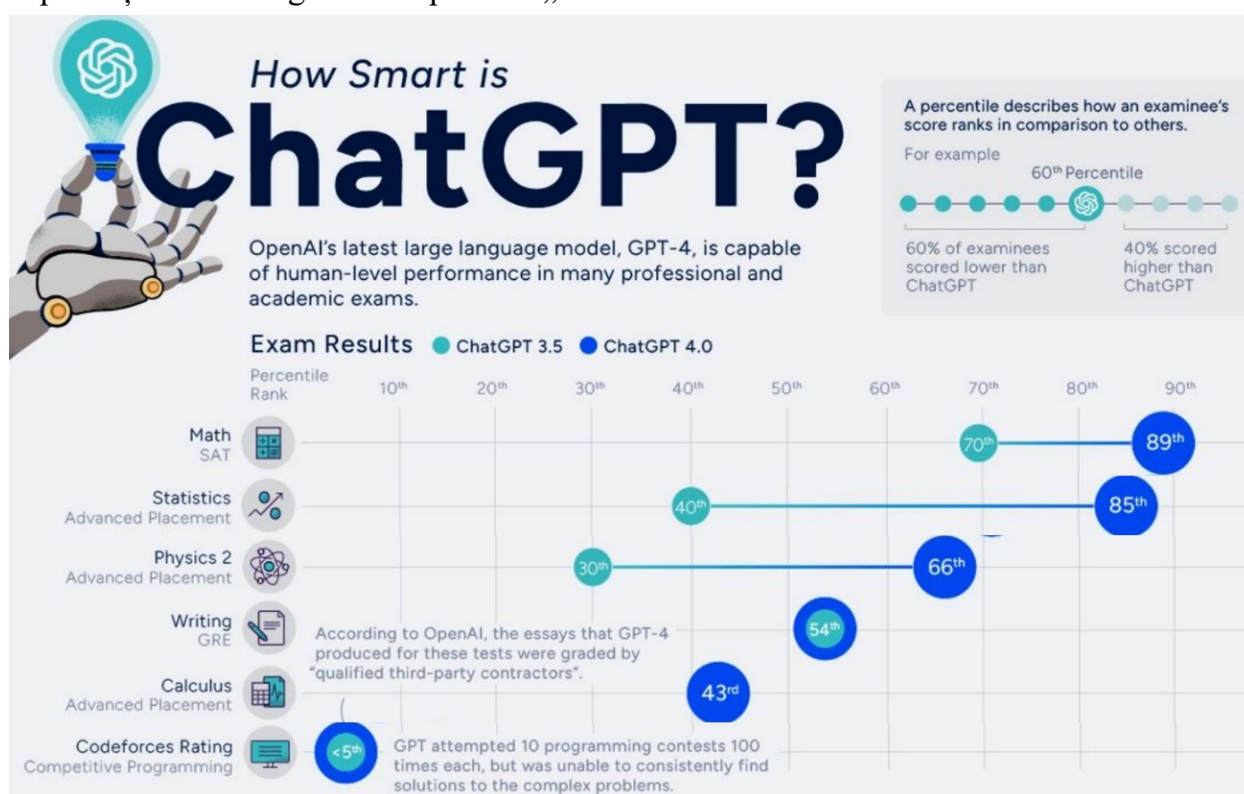


Figura 1. Evoluția Chat GPT și soluțiile oferite în funcție de domeniu [1]

Așa cum, ChatGPT fiind destul de competent în diferite domenii, studenții au început să-l folosească pentru a-i ajuta cu temele. Dar să analizăm pe cât de inteligent este ChatGPT?

În martie 2023 OpenAI a oferit un rezumat cuprinzător despre cel mai recent model al său, cunoscut sub numele de GPT-4. În acest raport au fost incluse un set de rezultate referitoare la GPT-4, care sunt reflectate în figura 1. Pentru a evalua capacitățile ChatGPT,

OpenAI a simulat teste la diferite examene profesionale și academice. Performanța a fost măsurată în percentile. Astfel, analizând acest grafic am putea face următoarele concluzii: Capacitățile ChatGPT la domeniul științelor exacte sunt destul de performante, variind de la aproximativ 50 percentile la calculul matematic până la 85 și 89 percentile respectiv, la statistică și matematică. Dar paradoxul apare la programare, unde performanța reprezintă mai puțin de 5 percentile. Cum pot fi explicate aceste inaptitudini și care sunt limitările ChatGPT?

Programarea este o activitate complexă care necesită o mulțime de părți plurilaterale pentru a obține un produs corect. ChatGPT poate fi un aliat puternic pentru un programator permițând simplificarea procesului de elaborare a acestor părți plurilaterale prin accesarea unor cantități mari de cunoștințe și expertiză doar în câteva secunde. Dar, ChatGPT nu ar trebui să fie tratat ca un instrument magic pentru a scrie tot codul, deși acesta oferă o modalitate foarte puternică de a face lucrurile mult mai rapid. ChatGPT ar putea funcționa mai mult ca un asistent decât ca un programator: generarea conținuturilor de completare a bazelor de date SQL, conversia datelor dintr-un format în altul, conversia programelor dintr-un limbaj de programare în altul și, chiar, ar fi de ajutor în procesul de depanare a unui program [2]. Alte lucruri pentru care ChatGPT poate fi folosit este recomandarea pentru bibliotecile, despre care, posibil, nu totdeauna știm că există; solicitarea de redare a muzicii de fundal în timpul lucrului. Instrumente ca acestea sunt extrem de impresionante și, deși, probabil, că în acest moment nu preiau slujba nimănui, nu este exclus ca în viitor acest lucru să se întâmple.

Impactul IA asupra educației

Analizând impactul IA asupra sistemului educațional vom aduce un exemplu. Compania Chegg oferă utilizatorilor servicii educaționale online (cursuri, cursuri live cu tutori, materiale didactice, instrumente, servicii de detectare a plagiatului academic, verificarea gramaticii unei limbi, feedback personalizat, servicii de publicitate, manuale electronice, lecții în ritm propriu,) în diverse domenii cât și asistență pentru dezvoltarea carierei și a abilităților personale. Urmare a apariției pe piața IT a ChatGPT, această companie a înregistrat pierderi de peste 40%. „În prima parte a anului, nu am observat niciun impact vizibil din partea ChatGPT asupra creșterii noului nostru cont și ne-am îndeplinit așteptările cu privire la noile înscrieri. „Cu toate acestea, din martie 2023, am observat o creștere semnificativă a interesului studenților pentru ChatGPT. Acum credem că are un impact substanțial asupra ratei de creștere a noilor noștri clienți.”, a comunicat CEO-ul companiei Chegg Dan Rosensweig. La moment, compania Chegg și-a propus să își dezvolte propriul ChatBoot - CheggMate în colaborare cu OpenAI, care va ajuta elevii/studenții să-și pregătească temele. Cu toate acestea, analistul Jefferies Brent Thill spune că impactul produsului este incert.

În istoria tehnologiilor educaționale, multe inovații tehnologice au fost imaginate a fi sfârșitul educației tradiționale așa cum o cunoaștem, adesea ca urmare a unei pasiuni euforice și mai degrabă iraționale pentru tehnologie [2]. De la începutul secolului al XX-lea, filmul, radioul, televiziunea, computerele, internetul, tehnologiile mobile, rețelele sociale și realitatea virtuală, augmentată, mixtă și extinsă au fost prevestite ca revoluționând învățarea și predarea [3]. Cu toate acestea, de-a lungul istoriei EdTech a existat adesea o atenție insuficientă pentru modul în care educatorii au implementat și studenții au interacționat cu astfel de resurse.

Datorită capacității sale de a genera și evalua informații, ChatGPT poate juca mai multe roluri în procesul educativ. Împreună cu alte forme de IA, ChatGPT ar putea îmbunătăți procesul și experiența de învățare pentru studenți. Pentru a face acest lucru, ChatGPT poate fi folosit sau ca instrument de sine stătător sau poate fi integrat în alte sisteme și platforme utilizate de instituțiile superioare de învățământ.

ChatGPT poate efectua multe sarcini simple sau tehnice de exemplu: cercetare de bază; calcule; verificare. În tabelul 1 este arătat cum poate fi încorporat și utilizat ChatGPT pentru sporirea procesul didactic.

Impactul ChatGPT asupra învățământului superior a fost imediat și totodată dezbinător. Deși aplicațiile sale în învățământul superior sunt extinse, multe universități l-au interzis deja din cauza temerilor de plagiat, iar mai multe țări chiar au blocat ChatGPT.

Pentru ca învățământul superior să se adapteze la condițiile apărute odată cu lansarea ChatGPT e necesar ca instituțiile de învățământ superior să fie conștiente de rolul lor în dezvoltarea capacităților de a înțelege și a gestiona ChatGPT și IA.

Tabelul 1. Aplicarea ChatGPT în procesul educativ

ROLUL	DESCRIEREA	IMPLEMENTAREA
Motor de căutare	IA generează moduri alternative de a exprima o idee.	Studenții/elevii scriu întrebări în ChatGPT și folosesc funcția <i>Răspuns Regenerat</i> pentru a examina răspunsurile alternative.
Oponent	IA acționează ca un oponent pentru a se dezvolta și a argumenta.	Studenții/elevii introduc solicitări în ChatGPT urmând structura de conversație sau de dezbateri. Profesorii pot cere studenților/elevilor să folosească ChatGPT pentru a se pregăti pentru discuții.
Antrenor	IA ajută grupurile să cerceteze și să rezolve probleme împreună.	Lucrând în grupuri, studenții/elevii folosesc ChatGPT pentru a afla informații, finaliza sarcinile.
Ghid	IA acționează ca un ghid pentru a naviga în	Profesorii folosesc ChatGPT pentru a genera conținut pentru cursuri, de exemplu, întrebări

	spațiile fizice și conceptuale.	pentru discuție și sfaturi despre cum să îi sprijine pe studenți/elevi în învățarea unor concepte specifice.
Mentor personal	IA ghidează fiecare student/elev și oferă feedback imediat cu privire la evoluția studentului.	ChatGPT oferă feedback personalizat studenților/elevilor pe baza informațiilor furnizate de studenți/elevi sau profesori (de exemplu, scorurile la teste).
Co-designer	IA ajută pe tot parcursul procesului de proiectare.	Profesorii solicită ChatGPT idei despre proiectarea sau actualizarea unui curriculum (de exemplu, rubrici pentru evaluare) și/sau se concentrează pe obiective specifice (de exemplu, cum să facă curriculumul mai accesibil).
Explorator	IA oferă instrumente pentru a explora și interpreta datele.	Profesorii oferă informații de bază studenților/elevilor care scriu diferite interogări în ChatGPT. ChatGPT poate fi folosit pentru a sprijini învățarea limbilor străine.
Coleg	IA îl ajută pe student/elev să reflecteze asupra materialului de învățare.	Studenții/elevii explică nivelul lor actual de înțelegere ChatGPT și solicită modalități de a-i ajuta să studieze materialul. ChatGPT poate fi folosit și pentru a ajuta studenții să se pregătească pentru alte sarcini (de exemplu, interviuri de angajare).
Motivator	IA oferă jocuri și provocări pentru extinderea învățării.	Profesorii sau studenții solicită ChatGPT idei despre cum să extindă învățarea după ce au furnizat un rezumat al nivelului actual de cunoștințe (de exemplu, chestionare, exerciții).
Evaluator	IA oferă profesorilor un profil al cunoștințelor curente ale fiecărui student/elev.	Studenții/elevii interacționează cu ChatGPT într-un dialog de tip tutorial și apoi îi cer lui ChatGPT să producă un rezumat al stării lor actuale de cunoștințe pentru a-l transmite profesorului pentru evaluare.

ChatGPT, cel puțin deocamdată, nu poate înlocui creativitatea umană și gândirea critică. Or, tocmai pe baza acestor puncte forte a înflorit învățământul superior. Noile programe/cursuri care se concentrează pe ChatGPT/IA vor crește capacitatea de cercetare și dezvoltare și vor oferi studenților cunoștințe de ultimă oră.

Programele/cursurile existente pot fi actualizate pentru a include predarea: (1) Alfabetizare IA – ca parte a unei înțelegeri extinse a alfabetizării și competențelor digitale; (2) Etica IA; (3) Competențe și abilități de bază IA.

Și în final, noi autorii, după cum am menționat și anterior [4] considerăm că ”IA are potențialul de a îmbunătăți atât învățarea, cât și predarea, ajutând sectorul educațional să evolueze în beneficiul atât a studenților, cât și a profesorilor. Inteligența artificială ajută să afle ce știe și ce nu știe un student, construind un program de studiu personalizat pentru fiecare cursant, luând în considerare lacunele de cunoștințe. În acest fel, IA adaptează studiile în funcție de nevoile specifice ale studentului, sporind eficiența acestora.”

Exemplu de utilizare a ChatGPT în programare

Pentru a demonstra cum poate fi aplicat ChatGPT pentru scrierea codurilor de program, vom prezenta o problemă, formulată în limbaj natural, care se va încerca a se rezolva aplicând ChatGPT.

Problema Cadourile. Marele magnat BitMan are în unul din depozitele sale n cutii, numerotate de la 1 la n , pline cu cărți. Fiecare cutie conține $x_1, x_2, \dots, x_n$ cărți ($x_i \neq x_j$, pentru orice i și j). El preconizează să meargă la n orfeline și să împartă cărțile în mod egal, fără rest, adică toate orfelinele să primească același număr maxim de cărți, luând cu sine doar k cutii ($1 \leq k \leq n$). Ajutați-l pe BitMan să aleagă cutiile necesare în așa fel, ca fiecare orfelinat să primească numărul maxim de cărți și determinați câte cărți va primi fiecare orfelinat. **Restricții:** $1 \leq n \leq 255$, $1 \leq x_i \leq 1000$, $i = \overline{1, n}$.

Propunem în continuare dialogul dintre utilizator și ChatGPT. Inițial, ChatGPT a fost rugat să rezolve problema *Cadourile* (a primit enunțul, restricțiile, un exemplu), după care a furnizat răspunsul:



Pentru a rezolva această problemă, putem folosi o abordare greedy (cuprinzătoare), care constă în a alege cutiile în ordine descrescătoare a numărului de cărți pe care le conțin, până când toate orfelinele primesc același număr maxim de cărți. Iată o implementare în limbajul C++:

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <algorithm>

int main() {
    int n, k;
    std::cout << "Introduceți numărul de cutii (n): ";
    std::cin >> n;
    std::cout << "Introduceți numărul de orfeline (k): ";
    std::cin >> k;
```

```
std::vector<int> carti(n);
std::cout << "Introduceți numărul de cărți în fiecare cutie:\n";
for (int i = 0; i < n; i++) {
    std::cout << "Cutiile " << i + 1 << ": ";
    std::cin >> carti[i];
}

// Sortăm cutiile în ordine descrescătoare a numărului de cărți
std::sort(carti.begin(), carti.end(), std::greater<int>());

// Determinăm numărul maxim de cărți pe care îl va primi fiecare orfelin
int maxCarti = 0;
for (int i = 0; i < k; i++) {
    maxCarti += carti[i];
}

std::cout << "Numărul maxim de cărți pe care îl va primi fiecare orfelin ";
std::cout << "Total cărți distribuite: " << maxCarti << "\n";
return 0;
}
```

Chatbotul a oferit următoarele explicații:

1. Se citește numărul de cutii (n) și numărul de orfelinate (k) de la intrare.
2. Se citesc numărul de cărți din fiecare cutie și se stochează în vectorul `carti`.
3. Se sortează cutiile în ordine descrescătoare a numărului de cărți utilizând funcția `std::sort` și pasându-i un comparator `std::greater<int>()`.
4. Se determină numărul maxim de cărți pe care îl va primi fiecare orfelinat prin adunarea primelor k cutii din vectorul sortat.
5. Se afișează rezultatele.

Această implementare folosește sortarea cutiilor în ordine descrescătoare pentru a asigura alegerea celor mai mari k cutii în funcție de numărul de cărți. Apoi se determină numărul maxim de cărți pe care îl va primi fiecare orfelinat și se afișează rezultatele.

Te rog să reții că această implementare nu optimizează pentru cazul în care numărul de cărți nu poate fi împărțit exact în mod egal între orfelinate. În acest caz, algoritmul va atribui un număr maxim de cărți celor mai multe orfelinate, iar unul sau mai multe orfelinate vor primi un număr de cărți mai mic.

Comentariile autorilor: ChatGPT a comis mai multe erori: (1) numărul de orfelinate este n și nu k ; (2) nu a ținut cont de faptul că numărul de cărți din cutiile selectate trebuie să se dividă cu n ; (3) tehnica de programare care trebuie aplicată nu este Greedy, dar Programarea dinamică.

Autorii au expediat următorul mesaj pentru ChatGPT în scopul remedierii erorilor:



Nu este bine. trebuie ca toate orfelinatele să primească același număr de cărți, maxim. Adică, el ia cu sine k cutii, împarte cărțile în mod egal la toate orfelinatele, fără ca în cutiile alese să mai rămână vre-o carte.



Îmi pare rău pentru confuzie. Am înțeles acum cerința corectă. Pentru a rezolva problema, putem utiliza o abordare optimă care să asigure împărțirea egală a cărților între orfelinate. În această nouă implementare, verificăm dacă numărul maxim de cărți **maxCarti** poate fi împărțit egal între toate orfelinatele prin verificarea dacă există un rest la împărțirea lui **maxCarti** la **k**. Dacă există un rest, afișăm un mesaj corespunzător și programul se încheie. Altfel, calculăm numărul de cărți pe care îl va primi fiecare orfelinat și afișăm rezultatele.

Această implementare asigură că toate orfelinatele vor primi același număr maxim de cărți și nu va rămâne nicio carte în cutiile selectate.

Comentariile autorilor: ChatGPT a propus un nou program. În această „nouă” abordare ChatGPT a făcut o singură modificare: (1) dacă nu găsește o sumă divizibilă cu k (în cazul abordat de chatGPT, corect ar fi să caute suma divizibilă cu n), atunci afișează mesajul "Nu se poate realiza o împărțire egală a cărților între orfelinate"



Te rog să-mi dai răspunsul pentru datele de intrare: $n=5$, $x[1]=12$, $x[2]=9$, $x[3]=14$, $x[4]=17$, $x[5]=11$.



Pentru datele de intrare $n = 5$ și $x[1] = 12$, $x[2] = 9$, $x[3] = 14$, $x[4] = 17$, $x[5] = 11$, vom folosi implementarea corectată de mai sus.

```
Introduceți numărul de cutii (n): 5
Introduceți numărul de orfelinate (k): 3
Introduceți numărul de cărți în fiecare cutie:
Cutiiile 1: 12
Cutiiile 2: 9
Cutiiile 3: 14
Cutiiile 4: 17
Cutiiile 5: 11
```

Rezultatul obținut va fi:

```
Numărul maxim de cărți pe care îl va primi fiecare orfelinat: 17
Total cărți distribuite: 51
```

Astfel, dacă BitMan selectează 3 cutii, fiecare orfelinat va primi câte 17 cărți și se vor distribui în total 51 de cărți.



Numărul de orfelinate este egal cu n (vezi condiția inițială)

Comentariile autorilor: Remedierile efectuate de ChatGPT au fost doar prin schimbarea numărului de orfelinate (din 3 în 5) furnizând un nou program și soluția:



Numărul maxim de cărți pe care îl va primi fiecare orfelinat: 17
Total cărți distribuite: 85



Greșit. $12+9+14+17+11=63$. $63:5=12*5+3$, adică un orfelinat poate primi maxim 12 cărți și trei rămân rest, ceea ce nu e bine.

Comentariile autorilor: Au urmat un șir de modificări ale codurilor furnizate de ChatGPT, dar fără un efect pozitiv.



Numărul maxim de cărți pe care îl va primi fiecare orfelinat: 14
Total cărți distribuite: 70



Cum poți distribui 70 dacă ai numai 63??? Abordarea problemei nu este corectă. Nu mai sorta cutile în ordine descrescătoare. Încearcă să aplici principiul lui Dirichlet



Principiul lui Dirichlet afirmă că dacă se împart n obiecte în k grupuri, cel puțin un grup va conține cel puțin n / k obiecte (unde $/$ reprezintă diviziunea întreagă).

Voi utiliza acest principiu pentru a distribui cărțile în mod echilibrat între orfelinate. Iată o versiune revizuită a codului în C++:

```
#include <iostream>
#include <vector>

int main() {
    int n;
    std::cout << "Introduceți numărul de cutii (n): ";
    std::cin >> n;

    std::vector<int> carti(n);
    std::cout << "Introduceți numărul de cărți în fiecare cutie:\n";
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        std::cout << "Cutile " << i + 1 << ": ";
        std::cin >> carti[i];
    }

    int k = n; // Numărul de orfelinate

    int sum = 0;
    int maxCarti = 0;
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        sum += carti[i];
        maxCarti = std::max(maxCarti, carti[i]);
    }

    int numCartiOrf = (sum + k - 1) / k;
```

```
if (numCartiOrf < maxCarti) {  
    std::cout << "Nu se poate realiza o împărțire egală a cărților între  
    return 0;  
}  
std::cout << "Numărul maxim de cărți pe care îl va primi fiecare orfelinat: 13.  
std::cout << "Total cărți distribuite: " << numCartiOrf * k << "\n";  
return 0;  
}
```

Comentariile autorilor: Nici acest program nu furnizează corect soluția. ChatGPT a furnizat soluția: Numărul maxim de cărți pe care îl va primi fiecare orfelinat: 13. Total cărți distribuite: 65. Se va încerca de a propune modelul matematic al problemei formulate.



Încearcă să rezolvi problema: Avem o mulțime cu n elemente. Să se calculeze care este suma maximă formată din elementele acestei mulțimi divizibilă cu n . În sumă pot să nu fie utilizate toate elementele mulțimii.



Pentru a rezolva această problemă, putem utiliza o abordare bazată pe programarea dinamică. Vom crea o matrice de dimensiune $(n + 1) \times (n + 1)$, unde $matrice[i][j]$ va reprezenta suma maximă formată din primele i elemente ale mulțimii, care este divizibilă cu n și care folosește cel mult j elemente din mulțime. Iată o implementare în limbajul C++:

```
int maxSumDivisibleByN(const std::vector<int>& elements, int n) {  
    int m = elements.size();  
  
    // Inițializăm matricea dp cu valori 0  
    std::vector<std::vector<int>> dp(n + 1, std::vector<int>(m + 1, 0));  
  
    // Calculăm suma maximă divizibilă cu n  
    for (int i = 1; i <= n; i++) {  
        for (int j = 1; j <= m; j++) {  
            int currElement = elements[j - 1];  
  
            // Cazul în care elementul curent este mai mic decât n și poate  
            if (currElement < n && currElement <= i) {  
                dp[i][j] = std::max(dp[i][j - 1], currElement + dp[i - currElement][j]);  
            }  
            // Cazul în care elementul curent este divizibil cu n  
            else if (currElement % n == 0) {  
                dp[i][j] = std::max(dp[i][j - 1], currElement);  
            }  
        }  
    }  
}
```

```
// Cazul în care elementul curent este divizibil cu n
else if (currElement % n == 0) {
    dp[i][j] = std::max(dp[i][j - 1], currElement);
}
// Cazul general, fără adăugarea elementului curent
else {
    dp[i][j] = dp[i][j - 1];
}
}
}

return dp[n][m];
}

int main() {
    int n;
    std::cout << "Introduceți dimensiunea mulțimii: ";
    std::cin >> n;

    std::vector<int> elements(n);
    std::cout << "Introduceți elementele mulțimii:\n";
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        std::cout << "Elementul " << i + 1 << ": ";
        std::cin >> elements[i];
    }

    int maxSum = maxSumDivisibleByN(elements, n);
    std::cout << "Suma maximă divizibilă cu " << n << " este: " << maxSum << "\n";

    return 0;
}
```

Matricea dp este construită și completată în funcție de valoarea fiecărui element și numărul maxim de elemente pe care îl putem utiliza în suma calculată.

Comentariile autorilor: Programul este eronat, deoarece pentru datele de intrare $n = 5$ și mulțimea $\{12, 9, 14, 17, 11\}$, programul va afișa „Suma maximă divizibilă cu 5 este: 34”, ceea ce nu este corect. A intervenit, ulterior, și cu alte modificări neesențiale furnizând din nou o soluție greșită: Suma maximă divizibilă cu 5 este: 49. Mai mult, aplică o matrice $dp[n+1, n+1]$, care, pentru un n nu atât de mare, va avea depășire de memorie.



49 nu este divizibil cu 5. Soluție a problemei pot fi suma elementelor $12+17+11=40$ sau $9+14+17=40$. 40 se divide cu 5



```
#include <iostream>
#include <vector>

int maxSumDivisibleByN(const std::vector<int>& elements, int n) {
    int m = elements.size();

    // Inițializăm matricea dp cu valori false
    std::vector<std::vector<bool>> dp(n + 1, std::vector<bool>(m + 1, false));

    // Baza cazurilor dp[i][0] = true pentru i divizibil cu n
    for (int i = 0; i <= n; i += n) {
        dp[i][0] = true;
    }

    // Calculăm suma maximă divizibilă cu n
    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        for (int j = 1; j <= m; j++) {
            int currElement = elements[j - 1];

            // Cazul în care elementul curent poate fi adăugat la suma curentă
            if (currElement <= i) {
                dp[i][j] = dp[i][j - 1] || dp[(i - currElement) % n][j - 1];
            }
            // Cazul general, fără adăugarea elementului curent
            else {
                dp[i][j] = dp[i][j - 1];
            }
        }
    }

    // Găsim cel mai mare i <= n divizibil cu n pentru care dp[i][m] = true
    int maxSum = 0;
    for (int i = n; i >= 0; i -= n) {
        if (dp[i][m]) {
            maxSum = i;
            break;
        }
    }

    return maxSum;
}

int main() {
    int n;
    std::cout << "Introduceți dimensiunea mulțimii: ";
    std::cin >> n;
```



```
std::vector<int> elements(n);
std::cout << "Introduceți elementele mulțimii:\n";
for (int i = 0; i < n; i++) {
    std::cout << "Elementul " << i + 1 << ": ";
    std::cin >> elements[i];
}

int maxSum = maxSumDivisibleByN(elements, n);
std::cout << "Suma maximă divizibilă cu " << n << " este: " << maxSum << "\n";

return 0;
}
```

Comentariile autorilor: Acest program este un caz particular, care va rezolva corect problema pentru datele de intrare $n = 5$ și mulțimea $\{12, 9, 14, 17, 11\}$, însă nu și pentru alte date.



Ce soluție se va obține pentru $n = 5$ și $\{405, 72, 243, 991, 42\}$



Suma maximă divizibilă cu 5 este: 135



Nu este bine. Soluția este 302, respectiv suma $1510 = 991 + 405 + 72 + 42$. Îți trimit o soluție pentru această problemă

După furnizarea soluției de către autori, ChatGPT a translat corect această soluție în C++. Ulterior, a fost propusă o altă problemă, formulată în limbaj natural, care, pentru rezolvare, implementează algoritmul furnizat de autori. Deși, ChatGPT are proprietatea de a învăța, acesta are limite în a învăța din experiența anterioară. Prin urmare, nici în acest caz inteligența artificială nu a furnizat soluția corectă. Astfel, autorii identifică două probleme/ cauze: (1) ChatGPT are curențe la crearea modelului matematic al problemei și (2) actualizarea noilor baze de cunoștințe durează.

Scopul autorilor nu a fost de a arăta că ChatGPT nu poate scrie coduri corecte, dar de a arăta importanța formulării corecte a întrebărilor care ar conduce ChatGPT pe o cale corectă spre rezolvare. Nu toate soluțiile furnizate de IA sunt corecte! Aceste soluții depind de bazele de cunoștințe pe care le are la dispoziție ChatGPT și cât de reușit știe să le aplice. De regulă, ChatGPT oferă cea mai simplă soluție pentru o problemă. După cum am văzut, nu de fiecare dată această soluție este corectă.

La formularea corectă a întrebărilor, pentru unele probleme, ChatGPT propune soluții destul de originale pentru rezolvare. De exemplu, ChatGPT a furnizat o soluție foarte originală, mult mai largă decât cea cerută de autori, și anume, prin aplicarea algoritmului lui Legendre care determină puterea la care apare un număr (atât prim cât și compus) în

descompunerea în factori primi a unui factorial pentru problema: **Puterea**. Gabriela este foarte pasionată de matematică, în special de descompunerea numerelor naturale în produs de factori primi, calcularea factorialului unui număr etc. Ea își propune să calculeze puterea numărului prim p în descompunerea în factori primi a numărului $n!$. Elaborați un program care ar ajuta-o pe Gabriela să calculeze la ce putere apare p în descompunerea în factori primi a lui $n!$.

Restricții. $1 \leq n \leq 2147483647$, $2 \leq p < 100000$.

În final, autorii propun câteva *reguli* simple pentru folosirea ChatGPT:

1. Este necesar de a formula întrebările/ problemele corect pentru al conduce spre răspunsuri corecte.
2. Fraționați întrebarea cât mai bine, pentru a primi răspuns la întrebarea concretă, fără generalizări.
3. Dacă problema este mai dificilă, ar fi bine să o formulați în limbaj matematic, pentru a simplifica lucrurile. Se poate lucra, inițial, la formularea matematică a problemei și apoi se va trece la cerința de furnizare a codului.
4. Nu acceptați un singur răspuns! Încercați să cereți o altă abordare a problemei. De exemplu, într-un alt limbaj de programare, aplicând anumite tipuri sau structuri de date, impunând restricții etc.
5. Analizați codurile oferite. Exprimați-vă părerea. Indicați chatbot-ului GPT unde a greșit, astfel, contribuiți la învățarea acestuia, iar în viitor - va propune soluții îmbunătățite.
6. ChatGPT este un robot bun, dar, totuși, un robot. De aceea, nu fiecare răspuns oferit este corect!

Concluzii

1. Omenirea s-a pomenit într-o situație când tehnologiile avansează mult mai rapid decât sunt capabile guvernele și societățile să reușească să țină pasul. Aici vorbim despre modificarea/completarea legislației, de noi tratate internaționale, care, după cum știm, durează, uneori, ani. Este necesar de a impune mai multe restricții de ordin etic în dezvoltarea IA pentru ai oferi posibilitatea de a deveni mai puternică, dar, în același timp, posibil, să o putem ține sub control minimizând, astfel, consecințele negative ale acesteia.
2. Corectitudinea rezolvării problemelor de către ChatGPT este în legătură directă cu: (1) modul de formulare a sarcinii pentru ChatGPT; (2) completarea și actualizarea permanentă a bazelor de cunoștințe a chatbot-ului; (3) dezvoltarea continuă a tehnologiilor în domeniul IA.
3. Programarea este o artă! Pentru a fi un bun programator este necesară gândire logică, critică și multă creativitate – caracteristici ale ființelor umane. La etapa actuală, aceste

caracteristici nu pot fi încă atribuite IA. Deși, credem că e doar o chestiune de timp. Important este ca aceste caracteristici să fie în beneficiul omenirii și nu în detrimentul ei.

Articol realizat în cadrul proiectului de cercetări științifice „Metodologia implementării TIC în procesul de studiere a științelor reale în sistemul de educație din Republica Moldova din perspectiva inter/transdisciplinarității (concept STEAM)”, inclus în „Program de stat” (2020-2023), Prioritatea IV: Provocări societale, cifrul 20.80009.0807.20, cu suportul financiar oferit de Agenția Națională pentru Dezvoltare și Cercetare

Bibliografie

1. How Smart is ChatGPT? Online: <https://www.visualcapitalist.com/how-smart-is-chatgpt/>
2. KEFALAKI, M.; DIAMANTIDAKI, F.; RUDOLPH, J. Editorial 5 (SI1): Technology and education: Innovation or hindrance?. În: *Journal of Applied Learning & Teaching*, 5(SI1), 2022, p. 6-11. Online: <https://doi.org/10.37074/jalt.2022.5.s1.1>
3. AKINOLA, Y. M.; AGBONIFO, O. C.; SARUMI, O. A. Virtual Reality as a tool for learning: The past, present and the prospect. În: *Journal of Applied Learning and Teaching*, 3(2), 2020, p. 51-58. Online: <https://doi.org/10.37074/jalt.2020.3.2.10>
4. GASNAȘ, A.; GLOBA, A. Rolul inteligenței artificiale în educație. În: *Acta et Commentationes, Științe ale Educației. Revistă științifică*, Nr. 2(32), 2023. Chișinău: Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău, 2023. p. 46-57. ISSN 1857-0623, E-ISSN 2587-3636.

CZU: 37.02+58

STIMULAREA GÂNDIRII CRITICE LA LECȚIILE DE BIOLOGIE PRIN APLICAREA PROIECTELOR STEAM

¹**Sofia GRIGORCEA**, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-4948-6430>

e-mail: grigorcea.sofia@upsc.md

^{2,3}**Tatiana GRECU**, profesoară de biologie

¹**Eugenia CHIRIAC**, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-5935-0414>

e-mail: chiriac.eugenia@upsc.md

¹**Boris NEDBALIUC**, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-9116-4515>

e-mail: nedbaliuc.boris@upsc.md

¹ Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău, Republica Moldova

² Instituția Publică Gimnaziul Plopi, raionul Cantemir

³ Instituția Publică Gimnaziul Haragiș, raionul Cantemir

Rezumat. În articol sunt reflectate aspectele cu privire la stimularea gândirii critice la lecțiile de biologie prin aplicarea proiectelor STEAM. Utilizarea sistematică a metodelor de dezvoltare a gândirii critice, inclusiv și al proiectelor STEAM la lecțiile de biologie a contribuit la creșterea motivației de învățare și al randamentului școlar – indicatori ai nivelului de formare al competențelor de comunicare într-un limbaj științific specific, de rezolvare a problemelor, de investigare experimentală a proceselor complexe, etc.

Cuvinte cheie: Elevi, proiecte STEAM, gândire critică.

STIMULATING CRITICAL THINKING IN BIOLOGY LESSONS BY APPLYING STEAM PROJECTS

Abstract. In the article are reflected the aspects regarding the stimulation of critical thinking in biology lessons through the application of STEAM projects. Systematic use of development methods of critical thinking, including STEAM projects at biology lessons led to increased learning motivation and school performance – indicators of the level of training of competencies communication in a specific scientific language, of problem solving, of the experimental investigation of complex processes, etc.

Keywords: Schoolchildren, STEAM projects, critical thinking.

Introducere

Trăim într-o societate aflată în continuă schimbare, pe măsură ce lumea devine tot mai complexă și democrația se răspândește tot mai mult, tinerii trebuie, mai mult ca oricând, să fie capabili să rezolve probleme dificile, să examineze critic contextul, să cântărească alternativele și să ia decizii argumentate în cunoștință de cauză. Este evident că a gândi critic este o capacitate care trebuie dezvoltată și încurajată într-un mediu de învățare propice [1, 3]. Factorul esențial în stimularea gândirii critice la elevi este cadrul

didactic, prin caracteristicile și conduita sa profesională, prin atitudinea manifestată în clasă sau în afara orelor de curs, față de personalitatea și comportamentul elevilor. Profesorul creativ asigură climatul favorabil pentru stimularea ideilor și încurajarea gândirii divergente la elevi. Anume el, îl stimulează pe acesta în procesul de învățare, ajutându-l să formuleze ipoteze, concluzii, să analizeze procese și fenomene ce au loc în lumea vie, prin expunerea propriilor păreri [2].

Actualmente, abordarea educațională prin proiectele STEAM reprezintă o strategie de reconfigurare complexă a procesului de învățare, axat pe aplicarea competențelor disciplinare într-o manieră integră, ca rezultat, elevii sunt implicați în situații semnificative veritabile de învățare [4].

Metode și materiale aplicate

Cercetarea didactică a fost realizată în cadrul a două Instituții Publice de învățământ: Gimnaziul Plopi din s. Plopi și Gimnaziul Haragîș din s. Haragîș, r-ul Cantemir, pe parcursul anului de studii 2021-2022. Experimentul didactic a fost aplicat în IP Gimnaziul Plopi la nivelul claselor a VII-a (15 elevi) și a IX-a (16 elevi). Clasele a VII-a (14 elevi) și a IX-a (12 elevi) din IP Gimnaziul Haragîș au fost utilizate în calitate de variantă de control.

Experimentul didactic a inclus:

- etapa constatativă - rezolvarea evaluării inițiale pentru aprecierea cunoștințelor;
- modificarea modelului-prototip de lecție la biologie prin utilizarea diverselor metode activ-paticipative: brainstorming, clustering, explozia stelară, metoda proiectului, jocul de rol, turul galeriei, Raspunde–Aruncă–Interogheaza, discuția, dezbaterea, păianjen, lucrul cu manualul, experimentul, observarea etc. reflectate în proiecte de tip STEAM, la clasele experimentale din IP Gimnaziul Plopi;
- evaluarea sumativă pentru aprecierea însușitei elevilor atât din clasele experimentale cât și cele de control;
- Analiza și compararea rezultatelor claselor experimentale din IP Gimnaziul Plopi cu clasele de control din IP Gimnaziul Haragîș.

Rezultate obținute

Rezultatele obținute au demonstrat faptul, că la etapa de evaluare inițială atât clasele incluse în experimentul didactic, cât și cele din varianta de control au înregistrat aproximativ același nivel de reușită. Astfel, media în clasele a VII-a și a IX-a din IP Gimnaziul Plopi a fost de 6,53 și 6,43, respectiv, iar în IP Gimnaziul Haragîș a fost de 6,50 în clasa a VII-a și 6,41 în clasa a IX-a (Fig.1).

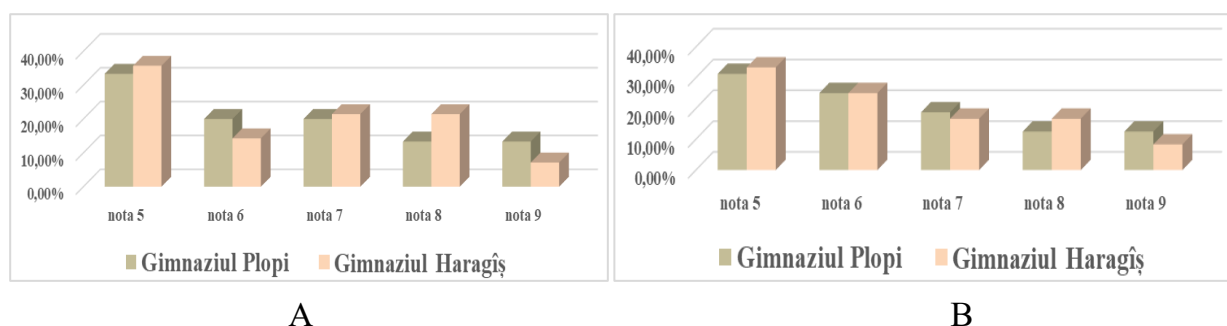


Figura 1. Rezultatele elevilor la evaluarea inițială
A - clasa a VII-a; B - clasa a IX-a

Prin analiza poligonului de frecvență (Fig. 2), se constată similitudine dintre numărul de elevi și notele obținute la evaluarea inițială din clasele experimentale (IP Gimnaziul Plopi) și celele de control (IP Gimnaziul Haragiș).

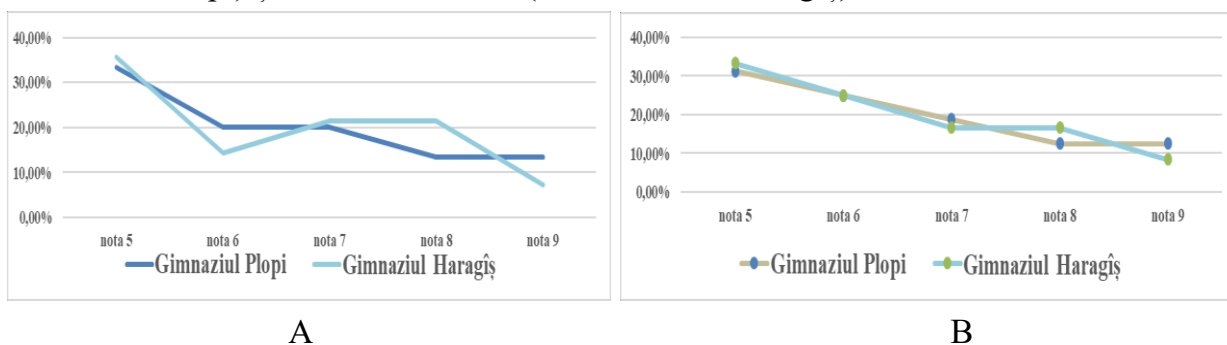
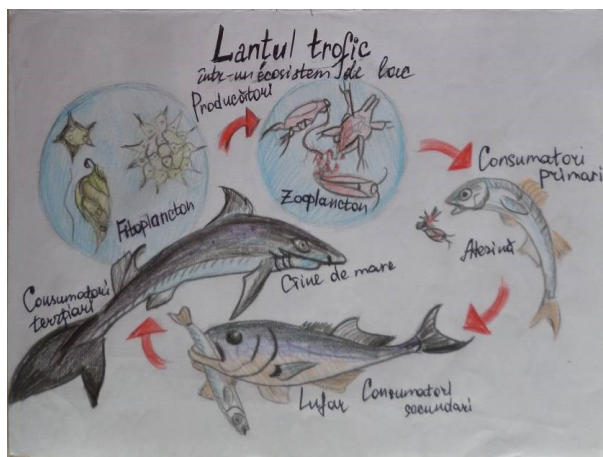


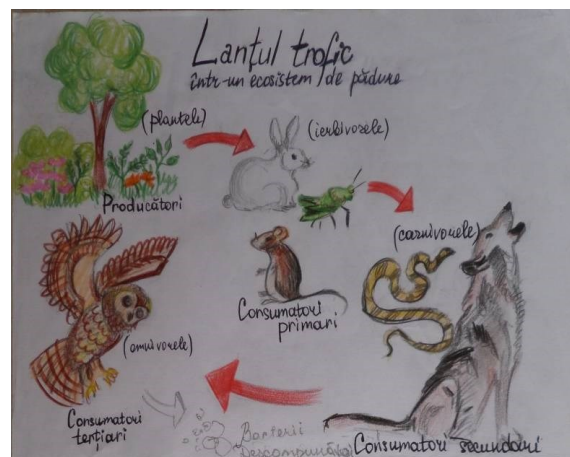
Figura 2. Poligonul de frecvență a rezultatelor obținute la evaluarea inițială
A - clasa a VII-a; B - clasa a IX-a

Următoarea etapă a inclus aplicarea experimentului la lecțiile de biologie în clasele a VII-a și a IX-a din IP Gimnaziul Plopi. În acest context, au fost utilizate metode și tehnici pentru stimularea gândirii critice la elevi. Unul dintre exemple, îl reprezintă aplicarea proiectului STEAM în clasa a IX-a la subiectul *Relații Trofice ale ecosistemului. Lanțuri, rețele și piramide trofice*. Astfel, clasa a fost împărțită în 7 echipe:

1. *Botaniștii* – studiază verigile unui lanț trofic și organismele implicate.
2. *Zoologii* – studiază lanțurile unei rețele trofice și organismele care fac parte din mai multe lanțuri trofice concomitent.
3. *Ecologii* – determină rolul producătorilor, consumatorilor și descompunătorilor.
4. *Matematicienii* – determină biomasa fiecărui nivel trofic formând o piramidă trofică.
5. *Tehnicienii* – stabilesc utilizarea biomasei în biotehnologie.
6. *Pictorii* – ilustrează o rețea trofică dintr-un lac sau o pădure (Fig. 3).
7. *Poeții* – alcătuiesc poezii la subiect.



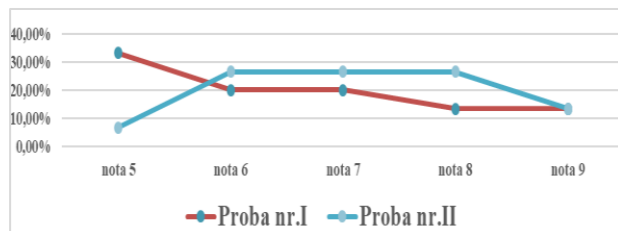
A



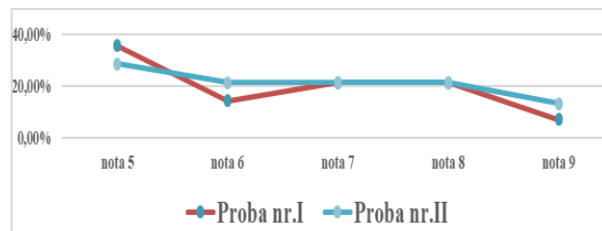
B

Figura 3. Lucrările echipei de elevi pictori în reflectarea relațiilor trofice dintr-o pădure (A) și lac (B)

Analiza competențelor specifice dobândite ca rezultat al aplicării experimentului a fost realizată în baza evaluării sumative. Astfel, s-a constatat o ameliorare a reușitei școlare în clasele supuse experimentului din IP Gimnaziul Plopi. În clasele a VII-a, procentul calității s-a majorat de la 26,66% până la 40,0%, iar nota medie a crescut de la 6,53 (evaluarea inițială) la 7,13 (evaluarea finală), diferența dintre mediile aritmetice $IM_{iniț.} - M_{fin.I} = 0,6$, amplitudinea curbei frecvențelor s-a schimbat de la *nota 5* la testul inițial, la *nota 6, 7 și 8*, în cazul testului final (Fig. 4 A). În clasele de control din IP Gimnaziul Haragiș nu au fost înregistrate diferențe semnificative ale rezultatelor obținute de la evaluarea inițială și finală (Fig. 4 B).



A



B

Figura 4. Analiza comparativă a rezultatelor evaluărilor inițiale și sumative în clasa a VII-a: A- IP Gimnaziul Plopi, B- IP Gimnaziul Haragiș

În clasa a IX-a experimentală s-a constatat o creștere a procentului calității de la 25,0 % până la 31,25 %, nota medie majorându-se de la 6,43 (evaluarea inițială) la 6,93 (evaluarea finală), diferența dintre mediile aritmetice $IM_{iniț.} - M_{fin.I} = 0,50$, amplitudinea curbei frecvențelor s-a extins de la *nota 6* la testul inițial, pe notele 7, 10, în cazul testului final (Fig. 4 A). În clasele de control din IP Haragiș amplitudinea curbei frecvențelor s-a extins în cazul evaluărilor finale la nota 7 (Fig. 4 B).

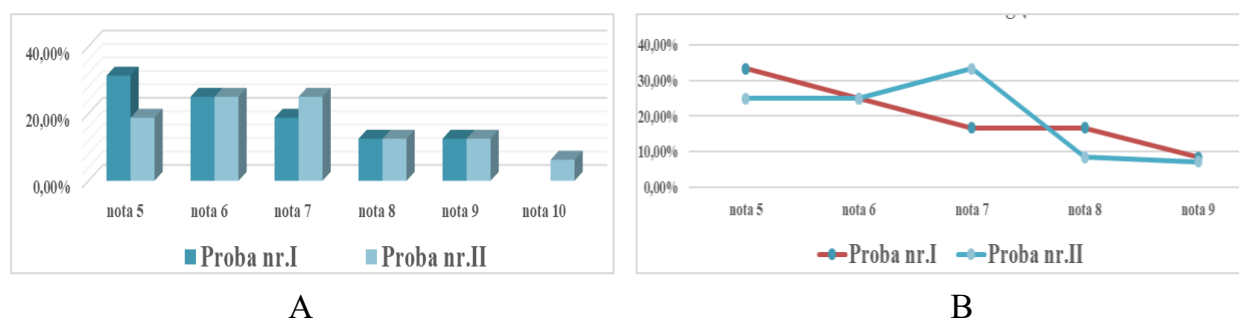


Figura 5. Analiza comparativă a rezultatelor evaluării inițiale și sumative în clasa a IX-a: A- IP Gimnaziul Plopi, B- IP Gimnaziul Haragîș

Rezultatele evaluării sumative denotă o creștere a reușitei elevilor, în special al notelor de 8, 9, și 10 în clasele supuse experimentului didactic (Fig. 6). La clasele implicate în experiment s-a constatat o creștere a interesului pentru studierea biologiei, o mai bună colaborare între elevi, creșterea gradului de implicare și adaptare pentru a face față situațiilor inedite.

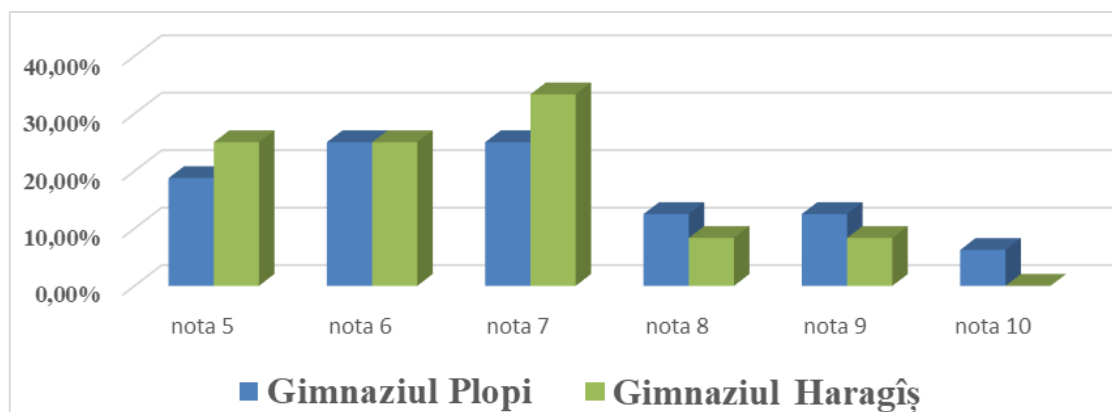


Figura 6. Analiza comparativă a rezultatelor evaluărilor finale în clasele a experimentale (IP Gimnaziul Plopi) și de control (IP Gimnaziul Haragîș)

Rezultatele experimentului didactic validează faptul că metodele de dezvoltare a gândirii critice oferă ocazii benefice de organizare pedagogică a unei învățări temeinice, facile și plăcute, cu un pronunțat caracter activ-participativ din partea elevilor, cu posibilități de cooperare și de comunicare eficientă. Folosirea sistematică a metodelor de dezvoltare gândirii critice, presupune desfășurarea unor relații de comunicare eficientă și constructivă în cadrul cărora, elevii obțin beneficii în planurile cognitiv, afectiv-motivațional, atitudinal, social și practic aplicativ.

Concluzii

1. Aplicarea proiectelor STEAM manifestă un rol important în dezvoltarea gândirii critice, favorizează definirea unor noțiuni și procese, la care elevul participă activ,

fiind încurajat să-și pună întrebări, să găsească variante de răspuns și să aleagă prin argumentare logică soluția corectă.

2. Dezvoltarea gândirii critice la elevi servește drept imbold pentru autoperfecționare și formare continuă, oferind profesorului posibilitatea de a organiza interesant și captivant procesul de predare-învățare la orele de biologie.
3. Proiectele STEAM se bazează pe o varietate de forme și mijloace de instruire integrate pe domeniile Știință, Tehnologie, Inginerie, Arte și Matematică, și care stimulează eforturile intelectuale ale elevilor.

Articol realizat în cadrul proiectului de cercetări științifice „Metodologia implementării TIC în procesul de studiere a științelor reale în sistemul de educație din Republica Moldova din perspectiva inter/transdisciplinarității (concept STEAM)”, inclus în „Program de stat” (2020-2023), Prioritatea IV: Provocări societale, cifrul 20.80009.0807.20, cu suportul financiar oferit de Agenția Națională pentru Dezvoltare și Cercetare

Bibliografie

1. DUMITRIU, I. *Dezvoltarea gândirii critice și învățarea eficientă*. Timișoara: Editura de Vest, 2000. 32p. ISBN 973-36-0332-5.
2. GRIGORCEA, S.; NEDBALIUC, R.; GUIBAN, E. Stimularea capacităților creative la elevi în cadrul orelor de biologie. In: *Materialele conferinței republicane a cadrelor didactice*, V. II, 1-2 martie, 2019, Chișinău, p. 152-155. ISBN 978-9975-76-268-7.
3. OLTENU, L. *Gândirea critică*. Suport de curs. <https://ru.scribd.com/doc/55163918/gandirea-critica#>
4. Sourse: <https://ru.scribd.com/document/437766009/Teme-Pentru-Proiecte-Steam>

CZU: 373:004

UNELE ASPECTE CURRICULARE ALE DISCIPLINEI OPȚIONALE „MODELAREA ȘI IMPRIMAREA 3D”

Lilia MIHĂLACHE, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-2658-6033>

e-mail: lilia.mihalache@gmail.com

Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău, Republica Moldova

IPLT „Ion Creangă” din Chișinău, Republica Moldova

Rezumat. „Modelarea și Imprimarea 3D” a obiectelor tridimensionale este o ramură relativ nouă în domeniul tehnologiilor, cât și educației și demonstrează un potențial imens în diverse domenii precum: medicină, aeronautică, industrie ușoară și industrie grea. Astfel, disciplina opțională „Modelarea și Imprimarea 3D” permite utilizarea cunoștințelor din diverse discipline fizică, chimie, biologie, matematică, etc.

Cuvinte cheie: modelare, imprimanta 3D, tehnologie 3D.

SOME CURRICULAR ASPECTS OF THE OPTIONAL SUBJECT "MODELLING AND 3D PRINTING"

Abstract. „3D Modelling and Printing” of three-dimensional objects is a relatively new branch in the field of technologies as well as education, and it demonstrates immense potential in various fields such as: medicine, aeronautics, light industry and heavy industry. Thus, the optional discipline "3D Modelling and Printing" allows the use of knowledge from various disciplines of physics, chemistry, biology, mathematics, etc.

Keywords: modelling, 3D printer, 3D technology.

1. Introducere. Aspecte generale

Imprimarea 3D este un tip de creare a obiectelor numită fabricație, utilizând metoda aditivă, care utilizează material pentru a construi pe straturi obiecte 3D.

Imprimarea 3D există în concept încă din 1945, iar în practică din 1971, propunând o metodă mai rapidă și mai eficientă de a face lucruri.

Prima imprimantă 3D a fost creată de Charles Hull în 1984, ceea ce a permis crearea de obiecte reale pe baza datelor proiectate digital. Această evoluție a dus la crearea unui avantaj în testarea prototipurilor înainte de începerea producției în masă, astfel economisind mult capital. După toate aceste începuturi, inventatorul Chuck Hull a fost prima persoană care a construit o imprimantă 3D cap-coadă. Bazat pe brevetul său pentru întărirea fotopolimerilor folosind radiația UV, designul său a trimis datele obiectului sub formă de puncte spațiale dintr-un fișier digital la extruderul imprimantei 3D, pentru a construi obiectul strat după strat.

De la crearea primei imprimante până în zilele noastre, tehnologia, dar și metodele de imprimare au evoluat constant.

Alte două tehnologii de bază au fost brevetate în perioada anilor 90'-99', și anume, Selective Laser Sintering (SLS), care utilizează granule de pulbere pentru a forma produse imprimate 3D prin sudare, și Fused Deposition Modeling (FDM), care utilizează temperatura pentru a depune straturi de filament pentru a crea modele 3D. Anume cea din urmă metodă a stat la bazele accesibilității imprimării 3D. Începând cu anul 2009 au fost disponibile pe piață o varietate de kit-uri ce au permis construirea unei imprimante 3D la cost redus și într-un timp relativ scurt.

Ultimele tendințe sunt bazate pe implementarea Imprimantelor 3D și în domeniul educațional. În instituțiile de învățământ din Republica Moldova, până la moment, nu a fost studiată o disciplină ce să vizeze imprimarea 3D, chiar dacă unele instituții sunt dotate cu Imprimante 3D.

2. Aspecte curriculare ale disciplinei opționale „Modelarea și Imprimarea 3D”.

În anul 2023 a fost elaborat curriculumul la disciplina opțională „Modelarea și Imprimarea 3D”. Acest curriculum se adresează cadrelor didactice din instituțiile de învățământ gimnazial și liceal, autorilor de resurse digitale educaționale, elevilor și altor persoane interesate. Modulele propuse pentru studiu în curriculum sunt: Introducere în domeniul de modelare și imprimare 3D; Configurarea slicer-ului pentru imprimantele 3D; Mentenanța imprimantelor 3D; Modelarea 3D; Imprimarea 3D.

„Modelarea și Imprimarea 3D” a obiectelor tridimensionale este o ramură nouă în domeniul tehnologiilor care demonstrează un potențial imens în diverse domenii precum: medicină, aeronautică, industrie ușoară și industrie grea. Astfel, disciplina „Modelarea și Imprimarea 3D” este o disciplină complementară ce permite utilizarea cunoștințelor din domeniile fizică, chimie, biologie, matematică, ș.a.

Modelarea 3D va permite elevului să creeze obiecte 3D digitale, să înțeleagă proprietățile acestuia și să-l îmbunătățească prin prototipuri, precum greutate, duritate, elasticitate și angrenaje mai complexe. Imprimarea 3D va permite realizarea obiectelor inovative și complexe prin tehnologia de fabricație aditivă, ca mai apoi să fie utilizate în proiecte complexe din domeniul industrie, medicină, construcție, robotică, etc.

Domeniul modelării și imprimării 3D are un caracter interdisciplinar, facilitând transferuri de concepte și metodologii între diverse discipline, precum:

- A) **Matematică** - în proiectarea și realizarea unei piese 3D sunt necesare cunoștințe din domeniul geometriei și trigonometriei, pentru a scala o piesă/un obiect, pentru a stabili anumite cote sau pentru alegerea unor unghiuri, fără de care reprezentarea obiectului nu ar fi fidelă. Complexitatea operațiilor matematice utilizate în aplicație este direct proporțională cu complexitatea unui obiect ce urmează a fi proiectat. Viziunea geometrică a unui utilizator se reflectă în capacitatea de a înțelege și a proiecta un model 3D cât mai aproape de un set de cerințe, acesta fiind și un

obiectiv al utilizării tehnologiei 3D pentru crearea unei machete. Astfel, sunt exersate cunoștințe din diferite domenii și sunt folosite instrumente geometrice adecvate pentru reprezentarea, prin desen, în plan, a corpurilor geometrice. În contextul dezvoltării tehnologice avansate, elevii au nevoie de contexte de învățare adecvate, care să le dezvolte capacitatea de a vizualiza și a proiecta obiecte în spațiu (de exemplu, a înțelege și a aplica în mod corespunzător noțiunea de plan, pozițiile reciproce ale dreptelor și ale planurilor în spațiu, a studia și a dimensiona corect corpurile geometrice etc.).

- B) **Fizică** - conceptul de imprimare 3D pentru disciplina fizică este reprezentativ cel puțin din două puncte de vedere:
- b1. posibilitatea reprezentării unor grafice specifice disciplinei în 3D, precum și posibilitatea de a efectua anumite experimente cu corpuri proiectate și imprimate 3D;
 - b2. posibilitatea de a înțelege și a utiliza o tehnologie care se bazează pe electricitate, electronică, mecanică etc. și evoluția dinamică a tehnologiei.
- C) **Chimie** - în funcție de modelul aparatului de imprimat și materialul din care trebuie realizată piesa, este selectată o materie primă de natură polimerică (în imprimarea 3D se pot folosi și alte tipuri de materiale - pulbere metalică, nisip, hârtie etc., însă tehnologiile respective sunt disponibile la nivel industrial, nu la nivelul utilizatorului casnic). Dinamica tehnologiei face posibilă derularea unor studii de caz pentru a găsi soluții cât mai eficiente în selectarea materialului folosit, necesar realizării pieselor, respectiv structura și compoziția chimică a acestuia, astfel încât costul de producție să fie cât mai mic.
- D) **Biologie** - modelarea și imprimarea 3D poate fi o resursă valoroasă în domeniul biologiei pentru reprezentarea organelor biologice și facilitarea înțelegerii funcționării acestora. Utilizarea tehnologiei 3D în crearea modelelor și machetelor anatomice oferă multiple avantaje și oportunități în învățarea și cercetarea biologică. Imprimarea 3D permite obținerea unor modele anatomice tridimensionale realiste și detaliate ale organelor și sistemelor biologice. Aceste modele pot fi manipulate și examinate în detaliu, oferind o perspectivă mai clară și o înțelegere mai bună a structurii și funcționării acestora.
- E) **Desen tehnic** - deși în strânsă legătură cu viziunea geometrică, imaginația și creativitatea sunt determinante atunci când se pune problema transformării unui obiect de la o schiță 2D la un model 3D.
- F) **Robotică** - utilizarea modelării și imprimării 3D în domeniul robotică permite crearea și producerea pieselor sau componentelor necesare pentru construirea roboților. Aceasta aduce multiple avantaje și oportunități în procesul de fabricație și dezvoltare a roboților. Imprimarea 3D permite producerea de componente mult mai

complexe, care ar fi dificil sau chiar imposibil de obținut prin metode tradiționale de fabricație. Aceasta deschide noi posibilități în proiectarea și construcția roboților, permițând integrarea unor elemente intricate și detaliat proiectate.

- G) **Educație tehnologică** - realizarea de șabloane folosite în confecționarea unor modele unicat.
- H) **Educație antreprenorială** - modelele imprimate 3D ajută la obținerea unor resurse financiare necesare sprijinirii firmelor de exercițiu constituite la nivelul unităților școlare. Astfel de activități contribuie la dezvoltarea spiritului antreprenorial, prin realizarea de activități similare cu cele dintr-o firmă reală.
- I) **Mecanică**: modelarea și imprimarea 3D sunt utilizate în domeniul mecanicii pentru a crea și produce piese componente ale cutiei de viteze, șasiului, elementelor de caroserie, motorului și multe altele. Aceasta oferă multiple avantaje și oportunități în procesul de fabricație și dezvoltare a sistemelor mecanice. Tehnologia de modelare și imprimare 3D permite realizarea rapidă a prototipurilor de piese și componente mecanice. Acest lucru facilitează testarea, ajustarea și îmbunătățirea design-ului într-un timp mai scurt față de metodele tradiționale de fabricație. Prototipurile pot fi evaluate și optimizate înainte de a fi produse în serie.

Din cele menționate se rezumă, că în timpul procesului de modelare 3D, abilitățile de orientare în spațiu sunt indispensabile pentru analizarea problemelor, dezvoltarea diferitelor soluții, iar ca rezultat, optimizarea produsului finit. Modelarea se referă nu doar la produse uzuale, dar și din industrie sau elaborarea unui model biologic, precum inima sau structura oaselor.

Utilizarea unei imprimante 3D deschide o gamă largă de posibilități în ceea ce privește modelele 3D care pot fi realizate la ore, în dependență de domeniul de interes și de aspectul gender.

Pot fi create figurine personalizate ale personajelor preferate din filme, desene animate sau jocuri video, inele, cercei, brățări sau pandantive. De asemenea, pot fi imprimate accesorii, cum ar fi butoni de cămașă, carcase pentru telefoane, suporturi personalizate pentru instrumente de scris, suporturi pentru telefoane sau organizatoare pentru birou, hărți tridimensionale, modele de clădiri sau structuri geografice.

Acestea sunt doar câteva exemple de modele 3D care pot fi realizate cu ajutorul unei imprimante 3D. Cu o imprimantă 3D și software-ul corespunzător, pot fi implementate ideile și design-urile să fie transformate în obiecte fizice [1-4].

3. Sinteze și concluzii

Disciplina opțională „Modelarea și Imprimarea 3D” are un caracter formativ și vine să satisfacă așteptările elevilor, care își doresc ca școala să ofere competențe cu o mai mare relevanță pentru viață. Disciplina opțională vizată contribuie la dezvoltarea

competențelor în Modelarea și Imprimarea 3D, competențe ce pot fi aplicate în viața de zi cu zi. Acest lucru se realizează prin plasarea elevilor în diverse situații de învățare, ce au un caracter practic, dinamic, atractiv și țin cont de nevoile și interesele elevilor. Astfel, pot fi obținute mai multe beneficii. Pe de o parte, se va realiza conexiunea dintre ce se învață și scopul pentru care se învață, ceea ce va pune accent pe partea pragmatică a învățării. Pe de altă parte, elevul va fi plasat în centrul demersului didactic, fiind astfel subiect activ în propria formare și dezvoltare.

Curriculumul disciplinei opționale „Modelarea și Imprimarea 3D” permite ca elevul să fie plasat în centrul procesului de instruire. În cadrul disciplinei se propun activități de învățare, care încurajează plasarea elevilor în diverse situații de învățare, inclusiv proiecte STEAM, determinându-i să fie subiecți activi în propria formare și dezvoltare. Se recomandă ca situațiile de învățare să fie reale, variate ca și context, motivante, care ar determina elevii să caute răspunsuri, să creeze, să aplice cunoștințele sau abilitățile sale pentru tratarea cu succes a situațiilor.

Articol realizat în cadrul proiectului de cercetări științifice „Metodologia implementării TIC în procesul de studiere a științelor reale în sistemul de educație din Republica Moldova din perspectiva inter/transdisciplinarității (concept STEAM)”, inclus în „Program de stat” (2020-2023), Prioritatea IV: Provocări societale, cifrul 20.80009.0807.20, cu suportul financiar oferit de Agenția Națională pentru Dezvoltare și Cercetare

Bibliografie

1. <https://www.udemy.com/ro/courses/design/3d-and-animation/>
2. https://mecc.gov.md/sites/default/files/curriculum_optional_modelarea_si_imprimarea_3d_claseleviii-ix.pdf
3. https://mecc.gov.md/sites/default/files/curriculum_optional_modelarea_si_imprimarea_3d_clasele_x-xii.pdf
4. <https://all3dworks.com/istoricul-printarii-3d/>

CZU: 371.388:004

DIVERSIFICAREA INSTRUMENTELOR SOFTWARE DE STATISTICĂ SOCIALĂ CU JAMOVIE

Maria PAVEL, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0003-4803-6398>

e-mail: pavel.maria@upsc.md

Dorin PAVEL, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-9600-1360>

e-mail: pavel.dorin@upsc.md

Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău, Republica Moldova

Rezumat. Cadrele didactice universitare sunt puse în situația de a actualiza periodic conținuturile curriculare ale cursurilor predate, în deosebi ale celor din domeniul tehnologiilor informaționale, în concordanță cu cerințele pedagogice și tehnologice moderne. În lucrare se propune actualizarea cursurilor de analiză statistică a datelor prin valorificarea instrumentelor softului jamovi, care este unul modern, rapid, gratuit, interactiv și permite realizarea atât a statisticii descriptive și cât și a celei inferențiale. De asemenea, se aduc exemple concrete de obținere a indicatorilor statistici descriptivi, cât și exemple de realizare a testelor statistice parametrice și neparametrice în cadrul softului jamovi.

Cuvinte cheie: cercetare științifică, analiză statistică, soft statistic, test statistic parametric, test statistic neparametric.

DIVERSIFYING SOCIAL STATISTICS SOFTWARE TOOLS WITH JAMOVIE

Abstract. University teaching staff are put in a position to periodically update the curricular contents of the courses taught, especially those in the field of information technologies, in accordance with modern pedagogical and technological requirements. In the paper, it is proposed to update the statistical data analysis courses by capitalizing on the tools of the jamovi software, which is modern, fast, free, interactive and allows the realization of both descriptive and inferential statistics. There are also concrete examples of obtaining descriptive statistical indicators, as well as examples of performing parametric and non-parametric statistical tests within the jamovi software.

Keywords: scientific research, statistical analysis, statistical software, parametric statistical test, non-parametric statistical test.

Introducere

Cercetătorii din întreaga lume, așa cum a fost arătat în sursa [1], încearcă să obțină dovezi solide și relevante pentru a demonstra impactul pozitiv al modelelor pedagogice elaborate în contextul specific al cercetării lor, prin intermediul analizelor statistice. Instrumentele software utilizate pentru analizele statistice de tinerii cercetători sunt diverse și depind de popularitatea și actualitatea acestora în țara respectivă: SPSS, Base SAS, JMP, OriginPro, PSPP, JASP, Stata, R, XLSTAT etc. [2]. Aplicațiile pot fi gratuite sau costisitoare, de top sau de nișă, produse de companii cu renume, sau de concurenți, dar

pentru a fi încadrate în categoria software-ului de analiză statistică trebuie să includă pachete de instrumente de analiză statistică, să faciliteze importul, pregătirea și modelarea datelor și să permită analize statistice complexe.

Inițierea în cercetarea științifică are loc în cadrul studiilor de licență și continuă la ciclul II, master, dar se construiește profesionist odată cu elaborarea cercetării din cadrul studiilor doctorale și se definitivează la cele postdoctorale. Prin urmare, majoritatea programelor de studii universitare includ cursuri de cercetologie și analiză statistică care formează și dezvoltă competențe de cercetare la tinerii specialiști. Fiecare curs de acest tip include și familiarizarea cu anumite aplicații specializate de analiză statistică, iar la noi în țară de obicei această aplicație este SPSS. Caracteristicile avantajoase ale acestei aplicații sunt incontestabile, softul fiind foarte puternic, bine definitivat, popular și utilizat de majoritatea cercetătorilor din domeniul științelor educației și nu doar. Marele dezavantaj al acestui soft este costul destul de mare pentru licență (în jur de 100\$ pe lună pentru un utilizator) și lipsa interactivității între manipularea datelor și output-ul furnizat.

În contextul celor expuse mai sus, cadrele didactice, titulare de cursuri de analiză statistică, trebuie să adapteze conținuturile curriculare ale cursului la tendințele moderne în materie de software, astfel încât să coreleze cu cerințele tot mai diverse ale utilizatorilor: software prietenos, rapid, interactiv, gratuit, open-source etc.

Metode și materiale aplicate

În general, prelucrarea statistică a datelor poate fi realizată cu ajutorul limbajelor de programare precum Python, R, dar aceasta implică competențe de programare din partea cercetătorilor, fapt ce distrage de la problema științifică principală înaintată spre soluționare. Limbajul R, de exemplu, este cunoscut ca mediu integrat de dezvoltare pentru analiza statistică și grafică a datelor, ce include: facilități efective de manipulare și stocare a datelor; un set de operatori pentru calcule, în particular asupra tablourilor bidimensionale; o colecție vastă, coerentă și integrată de instrumente intermediare pentru analiza datelor; facilități grafice pentru analiza datelor; și un limbaj de programare simplu și efektiv, bine dezvoltat, ce include instrucțiuni condiționale, ciclice, funcții recursive definite de utilizator și facilități de intrare-ieșire. Fiind disponibil ca software gratuit cu licență GNU, ce compilează și rulează pe platforme UNIX, Windows și MacOS, softul R este proiectat în jurul unui limbaj computațional adevărat, ceea ce permite utilizatorilor să adauge funcționalități suplimentare prin definirea de funcții noi [3].

Pentru a facilita munca cercetătorilor, ce trebuie să se axeze pe soluționarea problemei de cercetare, iar instrumentul software ales pentru analiza statistică a datelor să fie cât mai simplu de utilizat, un grup de programatori de la Universitatea din Amsterdam au dezvoltat în baza limbajului R, aplicația JASP, un pachet gratuit de statistici open-source, cu o interfață intuitivă pentru utilizator, care include tehnici statistice standard și

avansate. Caracteristicile distinctive ale aplicației sunt calculul în timp real și afișarea tuturor rezultatelor, iar versiunile noi de JASP acceptă o gamă largă de analize statistice, inclusiv cele utilizate în mod obișnuit de cercetătorii din domeniul pedagogiei și psihologiei (teste t, analiza invarianțelor, regresia multiplă etc.) [4]. Dezvoltatorul principal al JASP, Jonathon Love, menționează (2015) că aplicația a fost proiectată și dezvoltată în cadrul unui proiect astfel încât să se atingă trei mari obiective:

- să ofere într-un mod accesibil analize Bayesiene;
- să furnizeze o alternativă gratuită și deschisă a aplicației SPSS;
- să pună la dispoziție cercetătorilor o platformă universală cu interfață accesibilă pentru publicarea rezultatelor analizei de date statistice.

Deoarece proiectul JASP era concentrat pe analiza Bayesiană, subiect străin pentru Jonathon Love, acesta a realizat în 2017, împreună cu o echipă de cercetători, o aplicație cu o interfață similară, prin intermediul celor mai noi tehnologii, care să fie o alternativă viabilă pentru SPSS pentru majoritatea cercetătorilor în științe sociale: Jamovi [5, 6].

Aplicația este utilizată cu succes de cercetătorii de la universitățile estoniene din Tallinn și Tartu în cadrul studiilor de master și doctorale, dar și valorificată în cadrul cursurilor universitare de analiză statistică a datelor. De asemenea, a fost utilizată în premieră pentru Republica Moldova și de către un singur cercetător din domeniul științelor ale educației în 2023 [7]. Deoarece este o aplicație relativ nouă, valorificată foarte puțin în țara noastră, în continuare se vor descrie facilitățile softului Jamovi, în contextul cursurilor de prelucrare statistică a datelor la programele de master și doctorat.

Rezultate obținute

Jamovi este o aplicație software gratuită și open-source, concepută pentru analiza datelor statistice și vizualizarea acestora. Este proiectată pentru a fi ușor de utilizat și accesibilă chiar și pentru cei care nu au experiență avansată în analiza datelor sau în utilizarea altor programe statistice complexe.

Echipa de proiectului Jamovi este alcătuită din dezvoltatorii de software: Jonathon Love (Universitatea din Newcastle, Australia), Damian Dropmann (Universitatea din Sydney, Australia) și Ravi Selker (Universitatea din Amsterdam, Olanda) cu experiență în domeniu de peste 15 ani, la care se alătură și psihologi, statisticieni din Italia, Turcia, Coreea, Norvegia.

Caracteristicile și funcționalitățile aplicației includ:

- ✓ interfață grafică intuitivă, prietenoasă, similară cu cea a altor programe de analiză statistică, ceea ce facilitează utilizarea aplicației pentru utilizatorii obișnuiți cu acest tip de software;

- ✓ analiză statistică de bază și avansată, dispunând de o gamă largă de metode statistice, inclusiv testele t, ANOVA, regresia liniară, analiza factorială, metode non-parametrice etc.;
- ✓ integrare cu limbajul R, având la bază motorul de analiză R, ce permite utilizatorilor să extindă funcționalitățile aplicației prin adăugarea de module și pachete R personalizate;
- ✓ vizualizări interactive și reprezentarea rezultatelor sub formă de grafice, diagrame sau tabele, ceea ce facilitează explorarea datelor;
- ✓ colaborare și partajare, permițând utilizatorilor să împărtășească proiectele lor cu alții, ceea ce face mai ușoară colaborarea în analiza datelor în echipă;
- ✓ extensibilitate, datorită caracterului open-source, ce oferă posibilitatea de a dezvolta și adăuga noi funcționalități și module la aplicație.

În general, Jamovi este o alegere excelentă pentru cei care caută o soluție gratuită și ușor de utilizat pentru analiza datelor statistice. Versiunea desktop a aplicației necesită instalarea locală pe computerul utilizatorului, fiind descărcată preventiv de pe site-ul oficial <https://www.jamovi.org/>. Dar dezvoltatorii propun și o versiune beta de cloud care este în dezvoltare și poate fi utilizată direct din browser. Procedura de descărcare a versiunii jamovi pentru desktop este una clasică, simplă și ușor de realizat, fiind disponibile lansări pentru diferite sisteme de operare: Windows, macOS, Linux, ChromeOS. Fereastra aplicației conține în stânga o foaie de calcul ce permite redactarea datelor sau variabilelor și în dreapta panoul de output, dimensiunea cărora este ajustabilă (fig. 1).

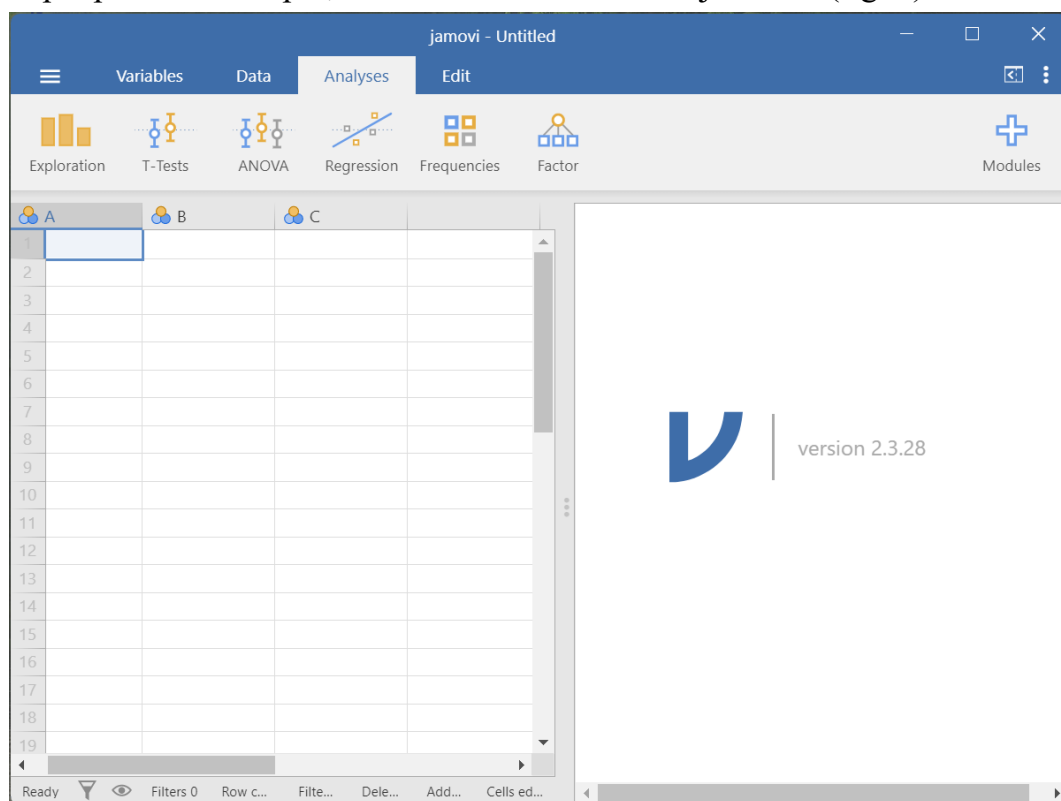


Figura 1. Fereastra aplicației Jamovi

Panoul din partea stânga este asemănător paginii de prelucrare a datelor din SPSS, însă editarea variabilelor este un pic diferită: fie se accesează fila *Variables*, apoi butonul *Edit*, fie se selectează coloana de date din foaia de calcul și se selectează butonul *Setup* (ori tasta F3, ori dublu click peste denumirea coloanei). Indiferent de modalitatea selectată, în partea de sus a spațiului de lucru se deschide un panou de editare a parametrilor variabilei:

- nume – *Name* (se acceptă și spații, spre deosebire SPSS);
- etichetă – *Description*;
- tipul variabilei după scala de măsură – *Measure type*: *Nominal*, *Ordinal*, *Continuous* (scală interval sau raport), *ID* (variabilă unică, specifică doar pentru Jamovi, ce nu poate fi supusă analizei, de exemplu nume, cod personal);
- tipul datelor – *Data type* (*Integer*, *Decimal*, *Text*);
- valorile și etichetele variabilelor nominale sau ordinale – *Levels* (se redactează doar etichetele valorilor, care se generează automat și se utilizează butonul + pentru a adăuga altă valoare, iar săgețile sus, jos, pentru a rearanja valorile).

La finalizarea procedurii de descriere a variabilei se tastează săgeata încercuită, pentru a închide panoul de redactare (fig. 2).

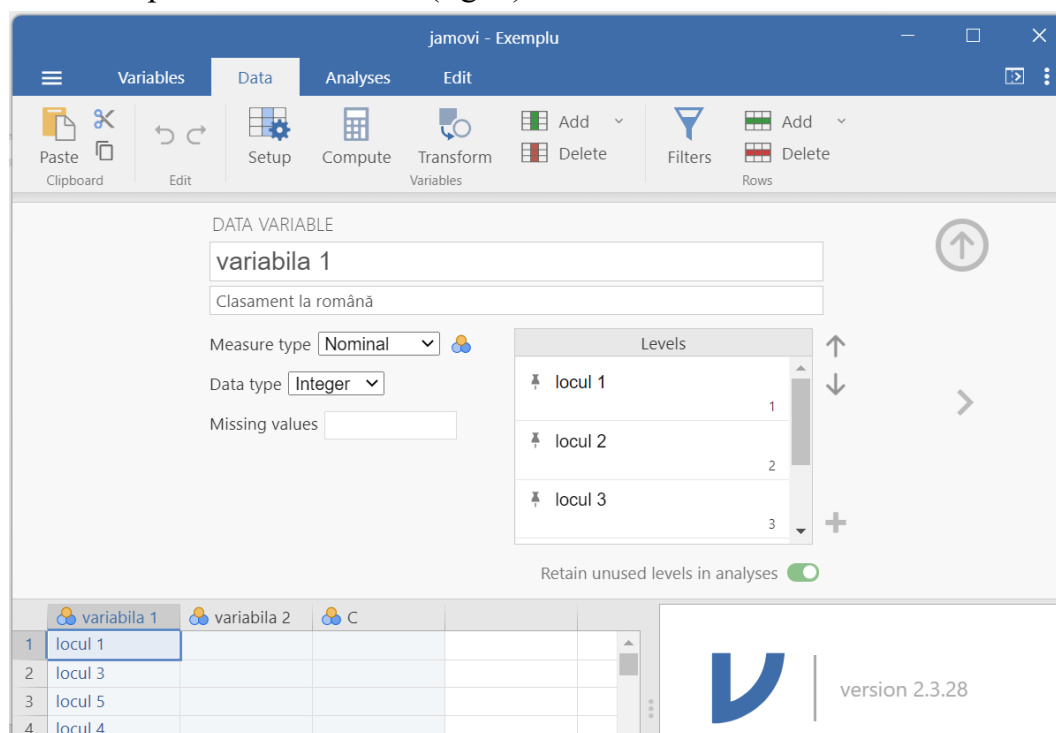


Figura 2. Descrierea variabilelor în Jamovi

Datele se completează prin tastare, copiere sau importare din fișiere *.xlsx*, *.sav* (SPSS, PSPP), *.json*, *.dta*, *.jasp* etc. Odată completată baza de date, poate fi efectuată statistica descriptivă [8, 9], care se realizează accesând din fila *Analyses* instrumentul *Exploration*, apoi opțiunea *Descriptives*. Aplicația afișează în panoul de output un tabel gol cu principalii indicatori statistici, care pot fi adăugați, sau eliminați, accesând opțiunea

Statistics din partea jos stânga a fereastrei *Descriptives*. Rezultatele sunt afișate fie pentru toate unitățile statistice din fișier, fie pentru diferite categorii ale unei variabile nominale, selectate pentru partajare în câmpul *Split by*. Dacă se bifează opțiunea *Frequency tables*, atunci se afișează și tabelul cu frecvența valorilor pentru variabila analizată. Dacă se decide analiza statisticii descriptive a unei alte variabile, atunci aceasta poate fi adăugată în câmpul *Variables*, iar aplicația va afișa rezultatul, adăugând interactiv o coloană în tabelul *Descriptives* creat anterior.

Indicatorii statistici ce pot fi accesați din opțiunea *Statistics* prin desfășurare cu ajutorul săgeții adiacente, țin de tendința centrală (medie, mediană, modul), dispersie (abaterea standard, rang, minimum, maximum), distribuție (asimetrie, boltire), dar și testarea normalității variabilei cu ajutorul testului Shapiro-Wilk. Fiecare indicator bifat se adaugă interactiv ca un rând nou în tabelul rezultatelor din output. La finalizarea selectării indicatorilor statistici se va restrânge, opțiunea cu ajutorul aceleiași săgeți adiacente.

Dacă se va accesa opțiunea *Plots*, atunci pentru fiecare din variabilele cercetate în parte, se vor construi diagrame de tipul selectat: *Histograms*, *Box Plots*, *Bar Plots*, *Q-Q Plots*. Se pot bifa diferite tipuri de diagrame pentru a le compara, analiza și de asemenea pot fi înlăturate prin debifare, dacă nu sunt necesare.

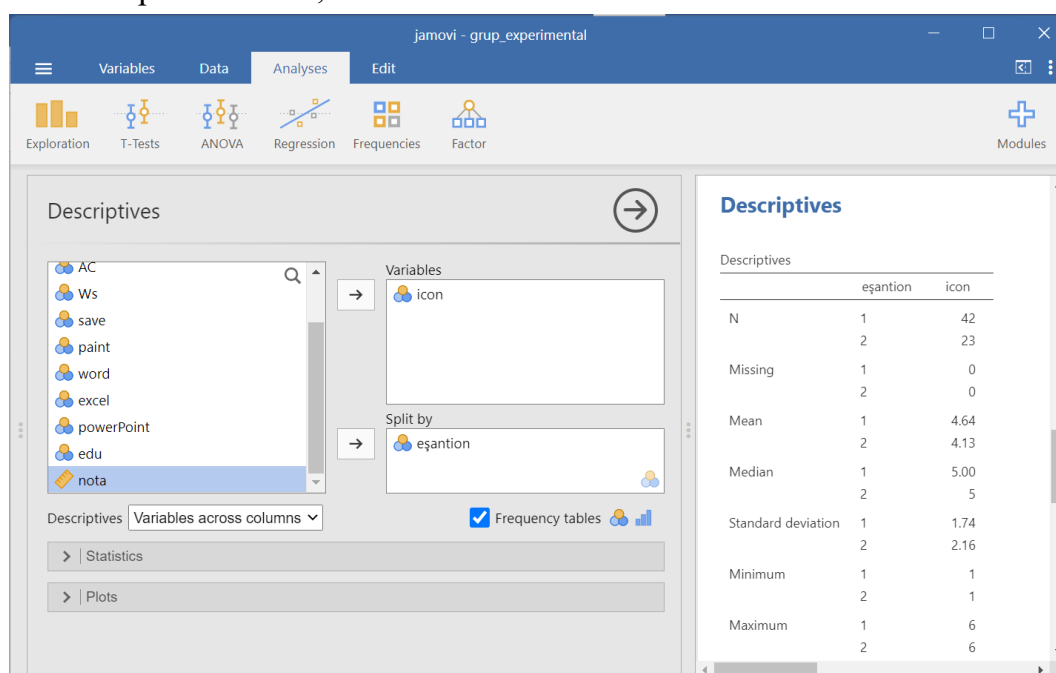


Figura 3. Statistica descriptivă în Jamovi

Statistica inferențială se realizează în Jamovi accesând unul dintre instrumentele din fila *Analyses*, în dependență de tipul de test solicitat: *T-Tests*, *ANOVA*, *Regression*, *Frequencies*, *Factor*. De exemplu pentru compararea de medii în cazul variabilelor cantitative și normal distribuite se va apela la testele parametrice t [10], selectând din meniul *T-Tests*: opțiunea *Independent Samples T-Tests*, pentru eșantioane independente;

opțiunea *Paired Samples T-Tests*, pentru eșantioane perechi și opțiunea *One Sample T-Tests*, pentru un singur eșantion. Este interesant că aplicația Jamovi nu solicită definirea grupurilor pentru testul t pentru eșantioane independente, ca și în cazul softului SPSS sau PSpP, ci identifică singură valorile pentru fiecare grup, iar în cazul când variabila de grupare are o singură valoare, atunci se afișează în output un mesaj corespunzător.

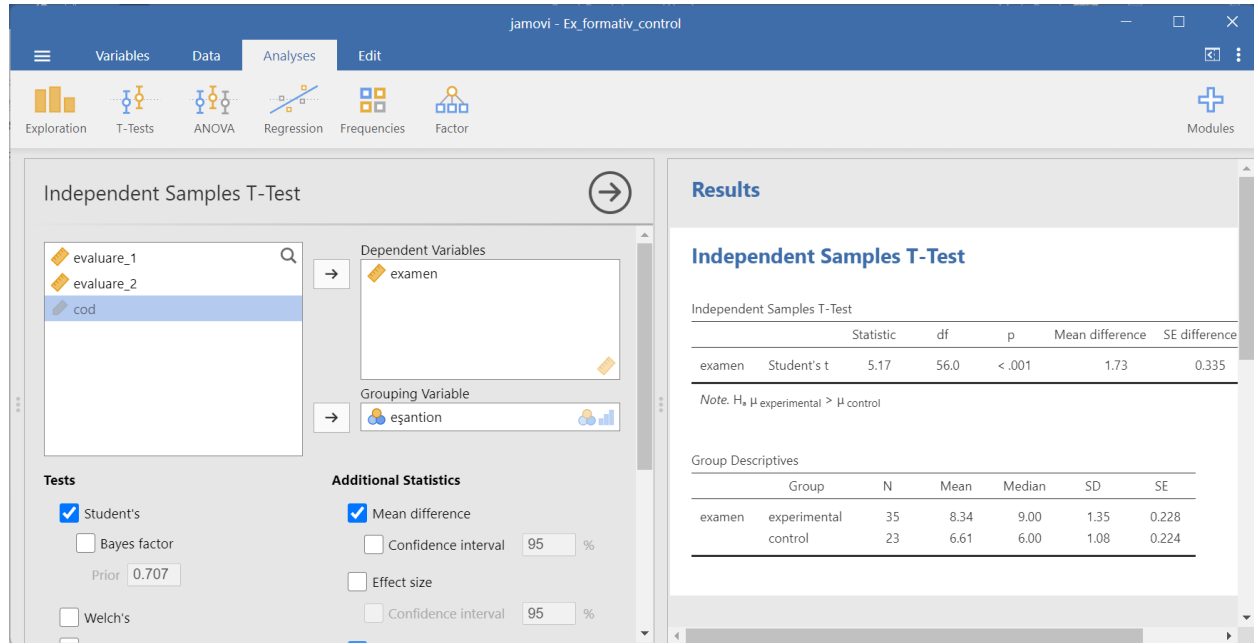


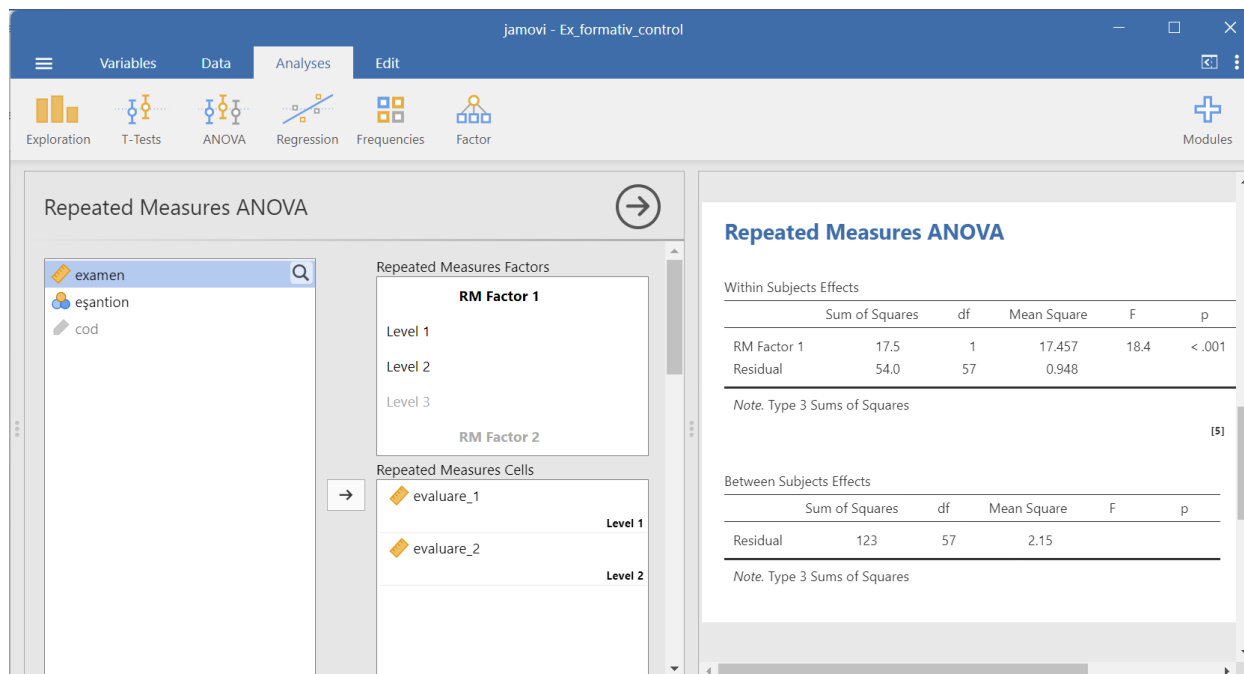
Figura 4. Testul t pentru eșantioane independente în Jamovi

Printre opțiunile disponibile în fereastra de descriere a testului selectat, pe lângă trecerea variabilei cercetate în câmpul *Dependent Variables* și a celei de grupare în câmpul *Grouping Variable*, pot fi bifate opțiunile de afișare a tabelului cu diferența de medii pentru grupurile variabilei independente, de ajustare a intervalului de confidență, de calcul a mărimii efectului. De asemenea, poate fi selectat tipul de ipoteză asumată (● Group 1 ≠ Group 2; (● Group 1 > Group 2; (● Group 1 < Group 2), verificări asumate: testul de omogenitate (Levene), testul de normalitate (Shapiro-Wilk). În cazul când nu se îndeplinește normalitatea variabilei cercetate, se recurge la testul neparametric Mann-Whitney U, care în Jamovi se execută doar prin bifarea opțiunii din același panou de descriere a testului pentru eșantioane independente, caz în care se va adăuga un rând în tabelul principal.

**Tabelul 1. Rezultatele testului t pentru eșantioane independente
și a testului Mann-Whitney în Jamovi**

Independent Samples T-Test						
		Statistic	df	p		Effect Size
examen	Student's t	5.17	56.0	< .001	Cohen's d	1.39
	Mann-Whitney U	135		< .001	Rank biserial correlation	0.665
Note. $H_a: \mu_{\text{experimental}} > \mu_{\text{de control}}$						

Analiza varianțelor de diferite tipuri (ANOVA simplă, cu măsurări repetate, ANCOVA, MANCOVA) se realizează accesând instrumentul corespunzător ANOVA. De exemplu, pentru ANOVA cu măsurări repetate, se vor descrie nivelele posibile ale variabilei noi *RM Factor 1* (numele variabilei factor și etichetele nivelelor incluse), trecând variabilele corespunzătoare în câmpul *Repeated Measures Cells*.



Repeated Measures ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p
RM Factor 1	17.5	1	17.457	18.4	< .001
Residual	54.0	57	0.948		

Note. Type 3 Sums of Squares

(5)

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p
Residual	123	57	2.15		

Note. Type 3 Sums of Squares

Figura 5. Tehnica ANOVA cu măsurări repetate în Jamovi

Dacă se dorește ajustarea unor parametri ai analizelor efectuate anterior (ceea ce nu este posibil în SPSS, deoarece trebuie să se reia procedura de la început), în Jamovi se execută un click pe tabelul corespunzător cu rezultate din output. Se va deschide panoul cu setările pentru testul corespunzător, iar după redactare se ajustează în timp real și tabelul cu rezultate.

Pentru utilizatorii care au s-au obișnuit cu aplicația specializată SPSS, este destul de ușoară adaptarea la Jamovi, totodată având și cunoștințe despre condițiile de executare a unui test sau altul. Dezvoltatorii softului propun și o documentație bogată cu privire la utilizarea acesteia, începând cu instalarea și terminând cu executarea fiecărei analize în parte (<https://docs.jamovi.org/>).

Concluzii

Așa cum promit membrii echipei de dezvoltare a softului, aplicația este destul de intuitivă, rapidă și interactivă, care în curând va realiza toate posibilitățile lui SPSS.

Datorită gratuității și facilităților de utilizare, se recomandă cu încredere valorificarea aplicației Jamovi ca instrument soft pentru cursurile de analiză statistică a datelor, în special în domeniul științelor educației.

Articol realizat în cadrul proiectului de cercetări științifice „Metodologia implementării TIC în procesul de studiere a științelor reale în sistemul de educație din Republica Moldova din perspectiva inter/transdisciplinarității (concept STEAM)”, inclus în „Program de stat” (2020-2023), Prioritatea IV: Provocări societale, cifrul 20.80009.0807.20, cu suportul financiar oferit de Agenția Națională pentru Dezvoltare și Cercetare

Bibliografie

1. PAVEL, M.; PAVEL, D. Metodologia cercetării în domeniul tehnologiilor informaționale în educație. In: Acta et commentationes. Științe ale Educației. 2023, nr. 2(32), pp. 81-92. ISSN 1857-0623. DOI: <https://doi.org/10.36120/2587-3636.v32i2.81-92>
2. <https://www.g2.com/categories/statistical-analysis>
3. <https://www.r-project.org/about.html>
4. <https://blog.efpsa.org/2015/09/01/introducing-jasp-a-free-and-intuitive-statistics-software-that-might-finally-replace-spss/>
5. <https://blog.efpsa.org/2017/03/23/introducing-jamovi-free-and-open-statistical-software-combining-ease-of-use-with-the-power-of-r/>
6. <https://www.jamovi.org/about.html>
7. BALERCĂ, V. Particularitățile psihopedagogice de dezvoltare a gândirii critice la elevii claselor primare. Teză de doctor în științe ale educației. Chișinău: USM, 2023.
8. PAVEL, D.; GLOBALA, A.; PAVEL, M. Soluție software gratuită pentru prelucrarea statistică a rezultatelor experimentului psihopedagogic. In: *Conference on Applied and Industrial Mathematics CAIM 2022*. Ediția a 29 (R), 25-27 august 2022, Chișinău. Chișinău, Republica Moldova: Bons Offices, 2022, pp. 174-183. ISBN 978-9975-76-401-8. https://ibn.idsi.md/vizualizare_articol/164184
9. PAVEL, M. Prelucrarea statistică a informației psihopedagogice. In: *Probleme actuale ale didacticii științelor reale consacrată aniversării a 80-a a profesorului universitar Ilie Lupu*. Ediția a II-a Vol.1, 11-12 mai 2018, Chișinău. Chișinău, Republica Moldova: Universitatea de Stat din Tiraspol, 2018, pp. 199-202. ISBN 978-9975-76-238-0. https://ibn.idsi.md/vizualizare_articol/94659
10. LABĂR, A.-V. *SPSS pentru științele educației*. Iași: Polirom, 2008. 347 p. ISBN 978-973-46-1148-5.

CZU: 37.04:51

ABORDARE INTERDISCIPLINARĂ LA STUDIUL UNOR INEGALITĂȚI

Marcel TELEUCA, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0003-1730-5284>

e-mail: mteleuca@gmail.com

Larisa SALI, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0003-1172-3055>

e-mail: sali.larisa@upsc.md

Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă”, Republica Moldova

Rezumat. În articol sunt analizate inegalități destinate pregătirii pentru concursurile de matematică. Un rol important în demonstrarea inegalităților propuse îl au monotonia și convexitatea funcțiilor. În particular, sunt propuse exemple de utilizare a relațiilor interdisciplinare la demonstrarea unor inegalități, dar și exemple de aplicare a inegalităților la rezolvarea unor probleme.

Cuvinte cheie: interdisciplinaritate, inegalități, funcții convexe, figuri convexe, centru de masă.

INTERDISCIPLINARY APPROACH TO THE STUDY OF SOME INEQUALITIES

Abstract. In the article, inequalities intended for preparation for mathematics competitions are analysed. An important role in the proof of the proposed inequalities are the monotony and convexity of the functions. In particular, examples of the use of interdisciplinary relations to demonstrate some inequalities are proposed, but also examples of the application of inequalities to solving some problems.

Keywords: interdisciplinarity, inequalities, convex functions, convex figures, centre of mass.

În pregătirea elevilor capabili de performanțe înalte pentru concursuri matematice un rol deosebit îl au inegalitățile. De regulă, inițierea în demonstrarea inegalităților începe prin familiarizarea cu unele inegalități faimoase. Unele dintre inegalitățile faimoase vizează diverse funcții sau se demonstrează folosind proprietățile funcțiilor. Dependentele funcționale între mărimile fizice constituie modele matematice primare pentru fenomenele la care se referă. Studiul aprofundat al proprietăților funcțiilor se realizează cu aparatul analizei matematice, însă unele inegalități pot fi cercetate în cadrul matematicii elementare, utilizând după necesitate relațiile interdisciplinare.

În programul de pregătire pentru olimpiadele matematice în clasele a IX-a și a X-a sunt recomandate spre studiere unele inegalități care pot fi demonstrate utilizând proprietățile funcțiilor. Ar fi vizate unități de competență precum:

- 1.1. Utilizarea lecturii grafice în demonstrarea unor inegalități.
- 1.2. Generalizarea unor inegalități pentru diverse mulțimi numerice.
- 1.3. Aplicarea relațiilor interdisciplinare la demonstrarea unor inegalități.
- 1.4. Justificarea unui demers/ rezultat obținut sau indicat recurând la inegalități remarcabile.

O noțiune care va trebui precizată sau introdusă este noțiunea de convexitate.

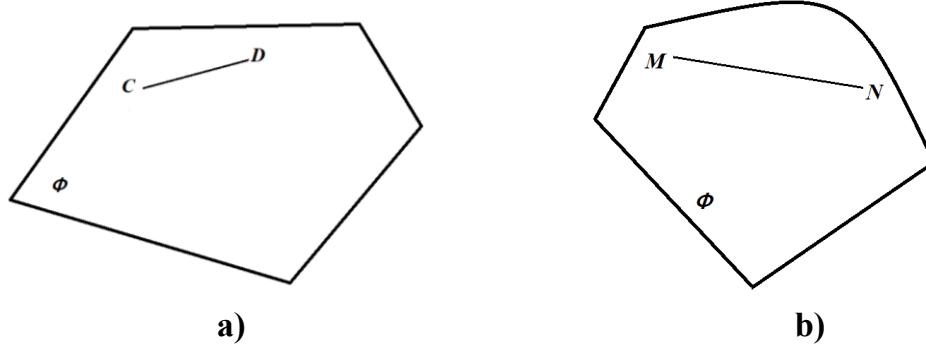


Figura 1. Figuri plane convexe

Definiția 1. O figură plană Φ se numește convexă, dacă împreună cu orice două puncte ale sale, ea conține și segmentul de dreaptă determinat de aceste două puncte.

În caz contrar figura este neconvexă. În Figura 1 sunt prezentate figuri convexe.

Proprietatea 1. Considerăm un sistem de coordonate xOy în care este reprezentată figura plană convexă Φ . Fie date punctele $A_1(x_1; y_1), A_2(x_2; y_2), \dots, A_n(x_n; y_n)$ ce aparțin figurii convexe Φ , iar în aceste puncte sunt distribuite greutatea cu masele $m_1, m_2, \dots, m_n$, corespunzător indicilor. Centrul de masă al acestor puncte aparține figurii convexe Φ .

Din fizică se știe că centrul de masă al sistemului de greutatea considerat are coordonatele:

$$\left(\frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i}, \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \right).$$

Definiția 2. Fie I un interval de numere reale și $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție.

a) Spunem că funcția f este convexă pe I , dacă

$$\forall x_1, x_2 \in I \text{ și } \forall t \in [0, 1], f(t \cdot x_1 + (1 - t) \cdot x_2) \leq t \cdot f(x_1) + (1 - t) \cdot f(x_2).$$

b) Spunem că funcția f este concavă pe I , dacă

$$\forall x_1, x_2 \in I \text{ și } \forall t \in [0, 1], f(t \cdot x_1 + (1 - t) \cdot x_2) \geq t \cdot f(x_1) + (1 - t) \cdot f(x_2).$$

c) Spunem că funcția f este strict convexă (concavă) pe I , dacă inegalitățile de mai sus sunt stricte $\forall x_1, x_2 \in I, x_1 \neq x_2$ și $\forall t \in (0, 1)$.

Observație. O funcție f este convexă pe I , dacă și numai dacă funcția $-f$ este concavă pe I .

Semnificația geometrică a convexității funcțiilor

Fie $f: I \rightarrow \mathbb{R}$. Fixăm $x_1, x_2 \in I, x_1 < x_2$ și $t \in (0, 1)$. Evident că $x_0 = (1 - t) \cdot x_1 + t \cdot x_2 \in (x_1, x_2)$. Punctul $C_0(x_0, f(x_0))$ se află pe graficul funcției, iar punctul $C_1(x_0, (1 - t) \cdot f(x_1) + t \cdot f(x_2))$ se găsește pe segmentul $[AB]$, unde $A(x_1, f(x_1)), B(x_2, f(x_2))$.

Dacă f este convexă, atunci graficul funcției se află sub coarda care trece prin punctele A și B .

Exemple de funcții convexe:

2.1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c, a, b, c \in \mathbb{R}, a > 0$.

2.2. $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^\alpha, \alpha \in \mathbb{R}, \alpha \leq 0$ sau $\alpha \geq 1$.

2.3. $f: (-\infty, 1) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$.

2.4. $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}}$.

2.5. $f: \mathbb{R} \setminus \{a\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{(x-a)^{2k}}, \alpha \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{N}^*$ este convexă pe fiecare din intervalele $(-\infty, a)$ și $(a, +\infty)$.

Reprezentările grafice ale unor funcții particulare corespunzătoare funcțiilor convexe date mai sus sunt ilustrate în Figura 2.

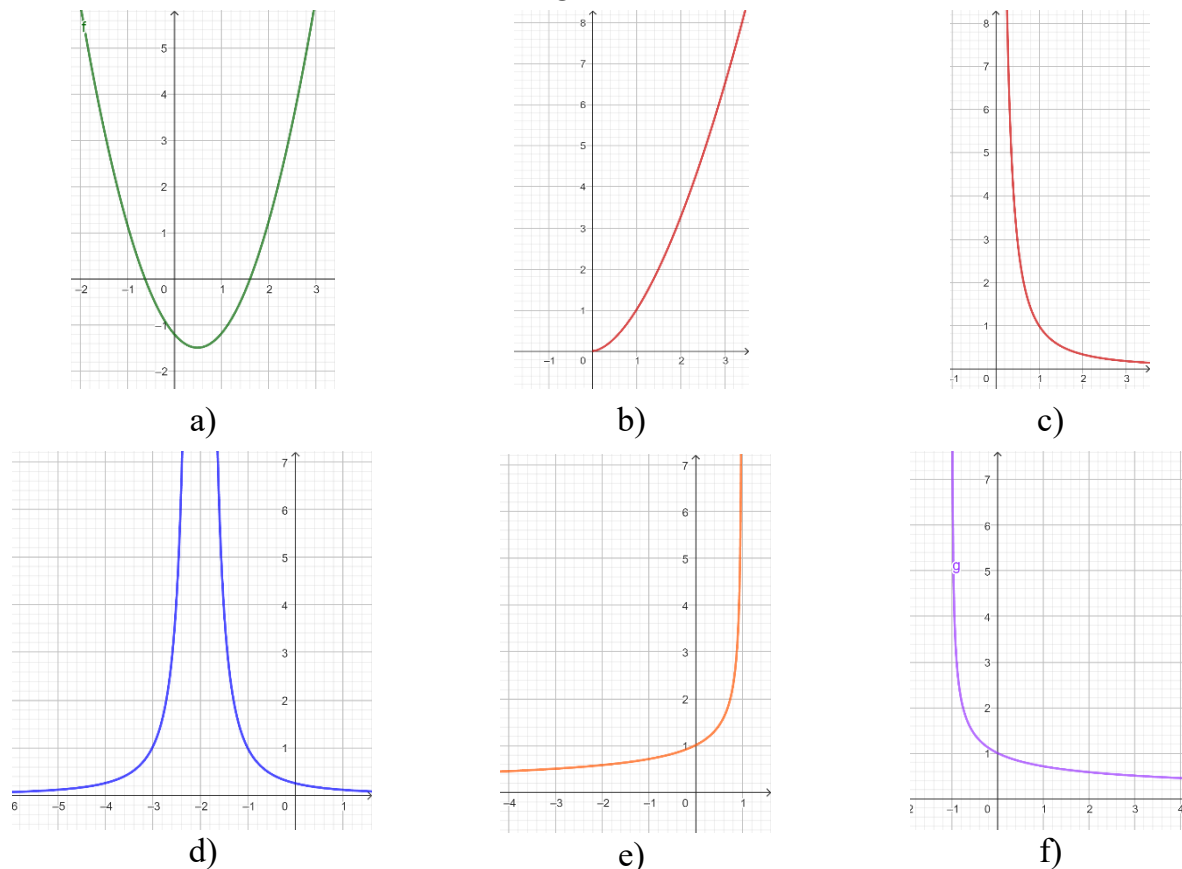


Figura 2. Funcții convexe

Exemple de funcții concave:

2.6. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c, a, b, c \in \mathbb{R}, a < 0$.

2.7. $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^\alpha, \alpha \in [0, 1]$.

2.8. $f: \mathbb{R} \setminus \{a\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{(x-a)^{2k+1}}, \alpha \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{N}^*$ este concavă pe $(-\infty, a)$ și convexă pe $(a, +\infty)$.

Reprezentările grafice ale unor funcții particulare corespunzătoare funcțiilor concave date mai sus sunt ilustrate în Figura 3.

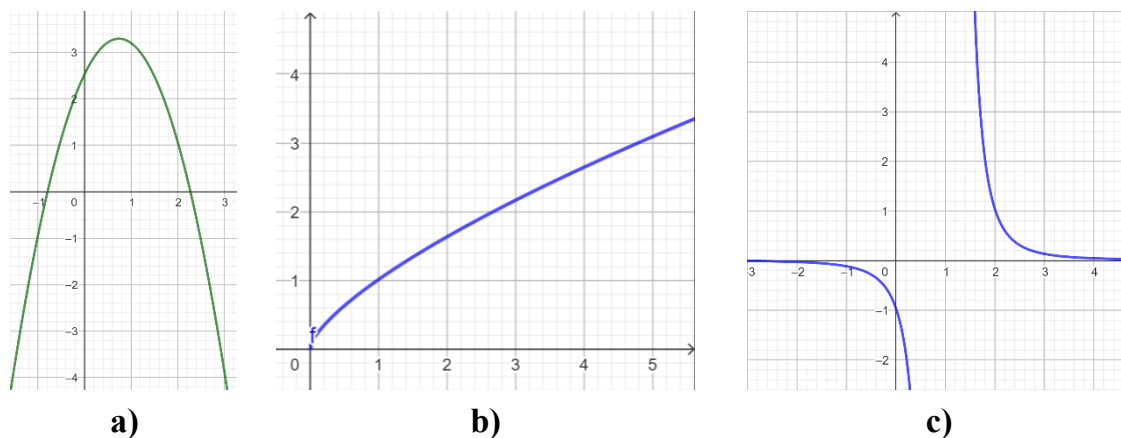


Figura 3. Funcții concave

Proprietăți ale funcțiilor convexe:

Fie I un interval de numere reale și funcțiile $f, g: I \rightarrow \mathbb{R}$.

Proprietatea 2. Dacă funcțiile f și g sunt convexe (concave), atunci funcția $f + g$ este o funcție convexă (concavă).

Proprietatea 3. Dacă funcția f este convexă și g este concavă, atunci funcția $f - g$ este o funcție convexă.

Proprietatea 4. Dacă există funcția $f \circ g$, funcțiile f și g sunt convexe (concave), atunci funcția $f \circ g$ este o funcție convexă (concavă).

Proprietatea 5. Dacă există funcția $f \circ g$, funcția f este concavă și descrescătoare și g este convexă, atunci funcția $f \circ g$ este o funcție concavă.

Inegalitatea lui Jensen se referă la funcții convexe:

Fie I un interval de numere reale și $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție.

Funcția f este convexă pe intervalul I dacă și numai dacă $\forall n \geq 2, \forall x_1, x_2, \dots, x_n \in I$ și $\forall t_1, t_2, \dots, t_n \geq 0$ cu $t_1 + t_2 + \dots + t_n = 1$ are loc relația:

$$f(t_1x_1 + t_2x_2 + \dots + t_nx_n) \leq f(t_1x_1) + f(t_2x_2) + \dots + f(t_nx_n).$$

Inegalitatea se demonstrează prin metoda inducției matematice, dar poate fi utilizată și proprietatea centrului de masă.

Considerăm pe graficul funcției f punctele $A_1(x_1, f(x_1)), A_2(x_2, f(x_2)), \dots, A_n(x_n, f(x_n))$ și greutatea cu $m_1, m_2, \dots, m_n$, plasate corespunzător indicilor în aceste puncte (**Figura 4**).

Centrul de masă va fi în punctul M , care are coordonatele:

$$x = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + \dots + m_nx_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}, y = \frac{m_1f(x_1) + m_2f(x_2) + \dots + m_nf(x_n)}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}.$$

Dacă examinăm figura plană de deasupra graficului funcției, ea este o figură convexă, prin urmare centrul de masă al sistemului de puncte cu masele date aparține figurii. Atunci ordonata punctului M nu depășește valoarea ordonatei punctului N de pe graficul funcției, care are aceeași abscisă ca și punctul M , adică are loc inegalitatea:

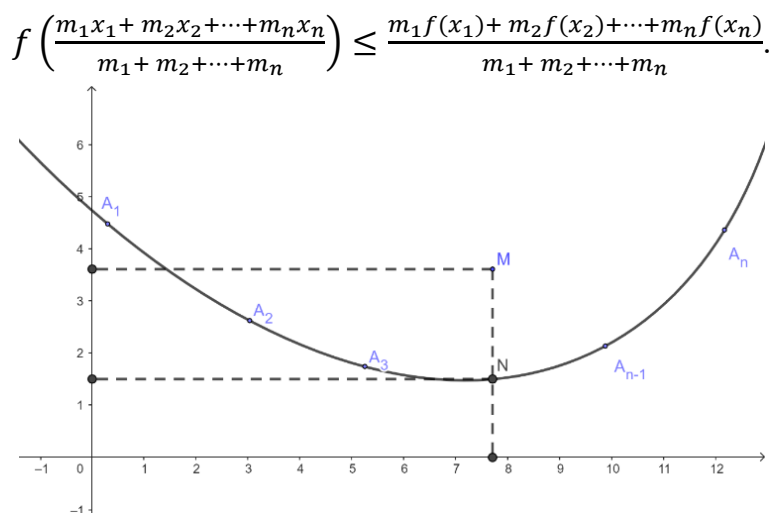


Figura 4. Inegalitatea Jensen

Dacă $m_1 + m_2 + \dots + m_n = 1$, atunci:

$$f(m_1x_1 + m_2x_2 + \dots + m_nx_n) \leq m_1f(x_1) + m_2f(x_2) + \dots + m_nf(x_n).$$

Substituind fiecare m_i cu t_i , obținem inegalitatea lui Jensen.

Inegalitatea lui Jensen poate fi aplicată la demonstrarea **inegalității lui Schur**:

Fie funcția $f : R \rightarrow R_+$, și $a, b, c \geq 0$. Să se demonstreze că dacă f este o funcție crescătoare sau f este o funcție convexă, atunci:

$$f(a)(a - b)(a - c) + f(b)(b - a)(b - c) + f(c)(c - a)(c - b) \geq 0.$$

Demonstrație:

- a) Din considerente de simetrie, fără pierderea generalității, putem presupune că $a \geq b \geq c$. Deoarece f este o funcție crescătoare, rezultă că $f(a) \geq f(b) \geq f(c)$.

Ultimul termen al sumei este nenegativ, iar suma celorlalți doi este de asemenea nenegativă, deoarece:

$$\begin{aligned} f(a)(a - b)(a - c) + f(b)(b - a)(b - c) &= \\ &= (a - b)[f(a)(a - c) - f(b)(b - c)] \end{aligned}$$

ultima inegalitate fiind adevărată pentru că $a - b \geq 0$, $f(a) \geq f(b)$ și $a - c \geq b - c$.

- b) Ca și în punctul precedent, presupunem din considerente de simetrie că $a > b > c$ (dacă 2 dintre cele 3 variabile sunt egale, inegalitatea este evidentă).

Împărțim demonstrația în 2 cazuri:

Cazul I. $f(b) \geq f(c)$.

Atunci, deoarece f e convexă, din inegalitatea lui Jensen avem:

$$f(a) \cdot \frac{b - c}{a - c} + f(c) \cdot \frac{a - b}{a - c} \geq f\left(a \cdot \frac{b - c}{a - c} + c \cdot \frac{a - b}{a - c}\right) = f(b)$$

$$\Leftrightarrow f(a)(b - c) + f(c)(a - b) \geq f(b)(a - c) \Leftrightarrow f(a) \geq f(b) \cdot \frac{a - c}{b - c} - f(c) \cdot \frac{a - b}{b - c}$$

$$\Leftrightarrow f(a)(a - c) \geq f(b) \cdot \frac{(a - c)^2}{b - c} - f(c) \cdot \frac{(a - b)(a - c)}{b - c}$$

Revenind la modelul din punctul a) e suficient de demonstrat că:

$$f(a)(a - c) - f(b)(b - c) \geq 0,$$

iar din considerațiile de mai sus, ne rămâne să arătăm că:

$$\begin{aligned} f(b) \cdot \frac{(a - c)^2}{b - c} - f(c) \cdot \frac{(a - b)(a - c)}{b - c} &\geq f(b)(b - c) \\ \Leftrightarrow f(b)[(a - c)^2 - (b - c)^2] &\geq f(c)(a - b)(a - c) \\ \Leftrightarrow f(b)(a - b)(a + b - 2c) &\geq f(c)(a - b)(a - c) \\ \Leftrightarrow f(b)(a + b - 2c) = f(b)(a - c) + f(b)(b - c) &\geq f(c)(a - c) \end{aligned}$$

inegalitate care devine evidentă în baza presupunerii că $f(b) \geq f(c)$

Cazul II. $f(b) < f(c)$.

Atunci primul termen al sumei este nenegativ, iar suma celorlalți doi este de asemenea nenegativă, deoarece:

$$\begin{aligned} f(b)(b - a)(b - c) + f(c)(c - a)(c - b) &= \\ = (b - c)[f(c)(a - c) - f(b)(a - b)] \end{aligned}$$

ultima inegalitate fiind adevărată pentru că $b - c \geq 0, f(c) > f(b)$, și $a - c \geq a - b$.

Consecințe:

1. Pentru funcția $f(t) = t$ se obține că:

$$\sum a(a - b)(a - c) \geq 0 \Leftrightarrow \sum a^3 + 3abc \geq \sum ab(a + b).$$

2. Pentru funcția $f(t) = t^2$ se obține că:

$$\sum a^2(a - b)(a - c) \geq 0 \Leftrightarrow \sum a^4 + 3abc \cdot \sum a \geq \sum ab(a^2 + b^2).$$

3. (Generalizarea proprietăților 1 și 2). Pentru funcția $f(t) = t^n, n \in \mathbb{N}$ se obține că:

$$\sum a^n(a - b)(a - c) \geq 0 \Leftrightarrow \sum a^{n+2} + 3abc \cdot \sum a^{n-1} \geq \sum ab(a^n + b^n).$$

Johan Ludwig Jensen (08.05.1859 – 05.03.1925) s-a născut în Nakskov, Danemarca, dar și-a petrecut o mare parte din copilărie în nordul Suediei, deoarece tatăl său a obținut un loc de muncă acolo ca administrator al unei moșii. Familia s-a întors în Danemarca înainte de 1876, când Jensen s-a înscris la Colegiul de Tehnologii Avansate. Deși a studiat matematica la facultate, a publicat o lucrare de cercetare în matematică, a învățat mai târziu subiecte avansate de matematică, Jensen nu a ocupat niciodată nicio funcție academică. În schimb, a fost un inginer de succes pentru Compania de telefonie din Copenhaga între 1881 și 1924 și a devenit șef al departamentului tehnic în 1890. Toate cercetările sale de matematică au fost efectuate în timpul liber. Jensen este mai ales renumit pentru celebra sa inegalitate, inegalitatea lui Jensen. În 1915, Jensen a demonstrat formula în analiza complexă.

Issai Schur (10.01.1875 – 10.01.1941) s-a născut în familia unui negustor la Mogilev (Belarus). Schur a urmat gimnaziul de limbă germană din Libau între 1888-1894 absolvindu-l cu medalie de aur. Aici a învățat să vorbească fluent germană. Apoi a studiat la Universitatea din Berlin fiind student al lui Frobenius și al lui Fuchs. Și-a luat doctoratul în 1901 și a devenit profesor în 1903. A fost profesor la Universitatea din Berlin (1910), apoi la Universitatea din Bonn (1919) și membru corespondent străin al

Academiei de Științe a URSS (1929). A studiat teoria grupurilor finite și reprezentările lor. Este cunoscut pe scară largă ca autorul lemei lui Schur, a teoremelor lui Schur.

Pentru consolidarea materiei și formarea de capacități pot fi examinate următoarele probleme.

Problema 1. Fie a, b, c numere reale pozitive, astfel încât $abc = 1$. Demonstrați că:

$$\left(a - 1 + \frac{1}{b}\right)\left(b - 1 + \frac{1}{c}\right)\left(c - 1 + \frac{1}{a}\right) \leq 1.$$

(OIM 2000, subiectul 2)

Soluție

Deoarece $abc = 1$, rezultă că există numerele reale pozitive x, y, z astfel încât $a = \frac{x}{y}$, $b = \frac{y}{z}$ și $c = \frac{z}{x}$.

După efectuarea substituției, inegalitatea devine echivalentă cu:

$$\begin{aligned} &(-x + y + z)(x - y + z)(x + y - z) \leq xyz \\ \Leftrightarrow &x^3 + y^3 + z^3 + 3xyz \geq xy(x + y) + yz(y + z) + zx(z + x) \\ \Leftrightarrow &x(x - y)(x - z) + y(y - z)(y - x) + z(z - x)(z - y) \geq 0 \end{aligned}$$

care este de fapt Consecința 1.

Problema 2. Fie $a, b, c > 0$ astfel încât $ab + bc + ca = 3$. Demonstrați că:

$$a^3 + b^3 + c^3 + 6abc \geq 9.$$

(Olimpiada Poloniei 2005)

Soluția nr. 1

Omogenizând inegalitatea, aceasta devine echivalentă cu:

$$\begin{aligned} &(a^3 + b^3 + c^3 + 6abc)^2 \geq 3(ab + bc + ca)^3 \\ \Leftrightarrow &\sum a^6 + 2\sum a^3b^3 + 12abc(a^3 + b^3 + c^3) + 36a^2b^2c^2 \geq 3\sum a^3b^3 + \\ &+ 9abc \cdot \sum ab(a + b) + 18a^2b^2c^2 \\ \Leftrightarrow &\sum a^6 - \sum a^3b^3 + 12abc(a^3 + b^3 + c^3) - 9abc \cdot \sum ab(a + b) + 18a^2b^2c^2 \geq 0 \end{aligned}$$

Deoarece $\sum a^6 - \sum a^3b^3 = \frac{1}{2} \cdot \sum (a^3 - b^3)^2 \geq 0$, rezultă că este suficient de demonstrat că:

$$12abc(a^3 + b^3 + c^3) - 9abc \cdot \sum ab(a + b) + 18a^2b^2c^2 \geq 0.$$

După simplificarea prin $3abc$, inegalitatea devine echivalentă cu:

$$\begin{aligned} &4(a^3 + b^3 + c^3) - 3\sum ab(a + b) + 6abc \geq 0 \\ \Leftrightarrow &2\sum a(a - b)(a - c) + \sum (a^3 + b^3) - \sum ab(a + b) \geq 0 \\ \Leftrightarrow &2\sum a(a - b)(a - c) + \sum (a + b)(a - b)^2 \geq 0 \end{aligned}$$

inegalitate care este evidentă, deoarece din Consecința 1 este cunoscut că:

$$\sum a(a - b)(a - c) \geq 0,$$

iar celălalt termen al sumei este nenegativ.

Soluția nr. 2

Din Consecința 1 este cunoscut că:

$$a^3 + b^3 + c^3 + 6abc \geq (a + b + c)(ab + bc + ca) = 3(a + b + c).$$

Vom demonstra că:

$$3(a+b+c) \geq 9 \Leftrightarrow (a+b+c)^2 \geq 9 \Leftrightarrow (a+b+c)^2 - 3(ab+bc+ca) \geq 0 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sum (a-b)^2 \geq 0,$$

inegalitate care este evidentă.

Problema 3. Fie a, b, c numere reale nenegative. Demonstrați că:

$$\frac{a+b+c}{3} - \sqrt[3]{abc} \leq \max\{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2, (\sqrt{b} - \sqrt{c})^2, (\sqrt{c} - \sqrt{a})^2\}.$$

(SUA, Baraj OIM 2000)

Soluție

Presupunem contrariul, atunci rezultă că au loc următoarele inegalități:

$$\frac{a+b+c}{3} - \sqrt[3]{abc} > (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \\ \frac{a+b+c}{3} - \sqrt[3]{abc} > (\sqrt{b} - \sqrt{c})^2. \\ \frac{a+b+c}{3} - \sqrt[3]{abc} > (\sqrt{c} - \sqrt{a})^2$$

Sumând aceste inegalități, se obține că:

$$a+b+c - 3\sqrt[3]{abc} > (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 + (\sqrt{b} - \sqrt{c})^2 + (\sqrt{c} - \sqrt{a})^2.$$

Evident că o contradicție a ipotezei ar rezulta din demonstrarea inegalității:

$$a+b+c - 3\sqrt[3]{abc} \leq (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 + (\sqrt{b} - \sqrt{c})^2 + (\sqrt{c} - \sqrt{a})^2 \\ \Leftrightarrow a+b+c + 3\sqrt[3]{abc} \geq 2(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca})$$

Făcând substituția $a = x^3, b = y^3, c = z^3$ inegalitatea devine:

$$x^3 + y^3 + z^3 + 3xyz \geq 2(\sqrt{x^3y^3} + \sqrt{y^3z^3} + \sqrt{z^3x^3}).$$

Ca rezultat al *Consecinței 1* este suficient de demonstrat că:

$$xy(x+y) + yz(y+z) + zx(z+x) \geq 2(\sqrt{x^3y^3} + \sqrt{y^3z^3} + \sqrt{z^3x^3}) \\ \Leftrightarrow xy(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 + yz(\sqrt{y} - \sqrt{z})^2 + zx(\sqrt{z} - \sqrt{x})^2 \geq 0$$

inegalitate care este evidentă.

Problema 4. Fie a, b, c numere reale pozitive. Demonstrați că:

$$\frac{a^3}{b^2-bc+c^2} + \frac{b^3}{c^2-ca+a^2} + \frac{c^3}{a^2-ab+b^2} \geq \frac{3(ab+bc+ca)}{a+b+c}.$$

(Propusă pentru OBM)

Soluție

Deoarece $a+b+c \geq \frac{3(ab+bc+ca)}{a+b+c}$, rezultă că e suficient de demonstrat că:

$$\frac{a^3}{b^2-bc+c^2} + \frac{b^3}{c^2-ca+a^2} + \frac{c^3}{a^2-ab+b^2} \geq a+b+c.$$

Din inegalitatea lui Cauchy-Schwartz se obține că:

$$\sum \frac{a^3}{b^2-bc+c^2} = \sum \frac{a^4}{a(b^2-bc+c^2)} \geq \frac{(a^2+b^2+c^2)^2}{\sum a(b^2-bc+c^2)}.$$

Vom demonstra că:

$$\begin{aligned}(a^2 + b^2 + c^2)^2 &\geq (a + b + c) \cdot \sum a(b^2 - bc + c^2) \\ \Leftrightarrow (a^2 + b^2 + c^2)^2 &\geq \sum ab(a^2 + b^2) + 2\sum a^2b^2 - abc(a + b + c) \\ \Leftrightarrow a^4 + b^4 + c^4 + abc(a + b + c) &\geq ab(a^2 + b^2) + bc(b^2 + c^2) + ca(c^2 + a^2) \\ \Leftrightarrow a^2(a - b)(a - c) + b^2(b - a)(b - c) &+ c^2(c - a)(c - b) \geq 0\end{aligned}$$

care este Consecința 2.

Problema 5. Fie a, b, c numere reale pozitive. Demonstrați că:

$$(a^2 + 2)(b^2 + 2)(c^2 + 2) \geq 9(ab + bc + ca).$$

(Asian Pacific Mathematical Olympiad 2002)

Soluție

$$\begin{aligned}(a^2 + 2)(b^2 + 2)(c^2 + 2) &\geq 9(ab + bc + ca) \\ \Leftrightarrow a^2b^2c^2 + 8 + 2\sum a^2b^2 + 4\sum a^2 &\geq 9(ab + bc + ca)\end{aligned}$$

Deoarece $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca \Leftrightarrow 3(a^2 + b^2 + c^2) \geq 3(ab + bc + ca)$ și deoarece din inegalitatea MA-MG este cunoscut că $\sum(a^2b^2 + 1) \geq 2\sum ab \Leftrightarrow 2\sum a^2b^2 + 3 \geq 4\sum ab$. Deci ne rămâne de demonstrat că:

$$a^2 + b^2 + c^2 + a^2b^2c^2 + 2 \geq 2(ab + bc + ca).$$

Din inegalitatea MA-MG rezultă că $a^2b^2c^2 + 1 + 1 \geq 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2}$. Ne rămîne să arătăm că:

$$a^2 + b^2 + c^2 + 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2} \geq 2(ab + bc + ca).$$

Făcând substituția $a^2 = x^3, b^2 = y^3, c^2 = z^3$, inegalitatea devine:

$$x^3 + y^3 + z^3 + 3xyz \geq 2(\sqrt{x^3y^3} + \sqrt{y^3z^3} + \sqrt{z^3x^3}).$$

Din Consecința 1 este cunoscut că:

$$x^3 + y^3 + z^3 + 3xyz \geq xy(x + y) + yz(y + z) + zx(z + x).$$

Deci, este suficient de demonstrat că:

$$\begin{aligned}xy(x + y) + yz(y + z) + zx(z + x) &\geq 2(\sqrt{x^3y^3} + \sqrt{y^3z^3} + \sqrt{z^3x^3}) \\ xy(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 + yz(\sqrt{y} - \sqrt{z})^2 &+ zx(\sqrt{z} - \sqrt{x})^2 \geq 0\end{aligned}$$

inegalitate care este evidentă.

Următoarea problemă presupune modelarea unei situații din cotidian și se rezolvă folosind inegalități celebre.

Problema 6. Un vas cu acid și un pahar gradat cu apă curată au fost lăsate în cabinetul de chimie după lecție. Profesorul a golit vasul și urmează să-l clătească cu apă din pahar. Pentru a face acest lucru, intenționează să împartă toată apa din pahar în porții, nu neapărat egale între ele, și să clătească bine vasul cu fiecare porție de apă separat: mai întâi cu prima porție, apoi cu a doua și așa mai departe. Se știe că după fiecare golire a vasului, pe pereții acestuia rămâne o cantitate de lichid (de fiecare dată aceeași cantitate).

- a) Pentru care dintre următoarele patru valori ale lui $n \in \{1, 2, 3, 4\}$ după spălare cu n porții egale de apă, vasul va deveni, în cele din urmă, mai curat (adică va conține mai puțin acid)?

- b) În ce raport este mai bine să împărțiți apa din pahar în $n = 3$ porții, astfel încât vasul să ajungă cât mai curat?
- c) Este adevărat că cu cât este mai mare numărul de porții egale în care se împarte apa, cu atât vasul devine mai curat în final?

Soluție. Să luăm ca unitate (întregul) cantitatea de lichid rămasă pe pereții vasului după golirea acestuia. Dacă în vas se toarnă o cantitate x de apă pură, soluție de acid în vas va fi $x + 1$, iar raportul dintre cantitatea de acid și cantitatea de soluție va fi $\frac{1}{x+1}$. Adică cantitatea de acid într-o unitate de soluție se va micșora de $x + 1$ ori, iar după golire, va rămâne exact o unitate din această soluție care conține $\frac{1}{x+1}$ acid.

a, c) Dacă cantitatea inițială x de apă este împărțită în n părți egale, atunci la sfârșit în soluție se obține $\left(1 + \frac{x}{n}\right)^{-n}$ acid, iar dacă se iau $n + 1$ porții, atunci va fi $\left(1 + \frac{x}{n+1}\right)^{-(n+1)}$ acid.

Considerăm raportul:

$$\frac{\left(1 + \frac{x}{n}\right)^{-n}}{\left(1 + \frac{x}{n+1}\right)^{-(n+1)}} = \frac{\left(1 + \frac{x}{n+1}\right)^{(n+1)}}{\left(1 + \frac{x}{n}\right)^n} = \frac{n^n(n+1+x)^{n+1}}{(n+x)^n(n+1)^{n+1}} = \frac{n+1+x}{n+1} \left(1 - \frac{x}{n^2+nx+n+x}\right)^n.$$

Conform inegalității lui Bernoulli (pentru $x \geq -1$ și $r \geq 1$, are loc inegalitatea $(1+x)^r \geq 1+rx$) obținem: $\frac{n+1+x}{n+1} \left(1 - \frac{x}{n^2+nx+n+x}\right)^n > \frac{n+1+x}{n+1} \left(1 - \frac{nx}{n^2+nx+n+x}\right)^n = \frac{n+1+x}{n+1} \cdot \frac{n^2+n+x}{n^2+nx+n+x} = \frac{n^3+n^2(2+x)+n(1+2x)+x+x^2}{n^3+n^2(2+x)+n(1+2x)+x} > 1$.

Prin urmare, cu creșterea numărului n vasul devine mai curat.

b). Dacă cantitatea inițială x de apă este împărțită în n porții neegale $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, atunci $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = x$ și, conform inegalității mediilor, cantitatea totală de acid permite o estimare de jos:

$$((1+x_1)(1+x_2)(1+x_3) \dots (1+x_n))^{-1} \geq \left(\frac{(1+x_1)(1+x_2)(1+x_3) \dots (1+x_n)}{n}\right)^{-n} = \left(1 + \frac{x}{n}\right)^{-n}.$$

Egalitatea se realizează doar în cazul porțiilor egale $x_1 = x_2 = x_3 = \dots = x_n = \frac{x}{n}$.

Răspuns: a) 4. b) În părți egale. c) Da.

Concluzii

Studiul inegalităților poate fi integrat în procesul de realizare a legăturilor interdisciplinare din considerente practice, teoretice, estetice. Ele asigură: învățarea unor noțiuni matematice; dezvăluirea esenței unor metode de demonstrație; consolidarea cunoștințelor din diverse compartimente ale matematicii; modelarea unor situații și fenomene ale realității etc. Abilitățile de demonstrare a inegalităților sunt utile în testele de transfer de nivel și testele de admitere la specialitățile din domeniul științelor exacte,

inginerie, științele naturii, în cadrul concursurilor școlare la științele exacte, științele naturii, modelare matematică etc.

Articol realizat în cadrul proiectului de cercetări științifice „Metodologia implementării TIC în procesul de studiere a științelor reale în sistemul de educație din Republica Moldova din perspectiva inter/transdisciplinarității (concept STEAM)”, inclus în „Program de stat” (2020-2023), Prioritatea IV: Provocări societale, cifrul 20.80009.0807.20, cu suportul financiar oferit de Agenția Națională pentru Dezvoltare și Cercetare

Bibliografie

1. DRÎMBE, M.O. Inegalități, idei și metode. GIL, Zalău, 2003, 430 p.
2. CÎRTOAJE, V. Algebraic Inequalities. Old and New Methods. GIL, Zalău, 2006, 480 p.
3. BOJOR, F.; BOROICA, GH.; HEUBERGER, D. et all. *Matematica de excelență: pentru concursuri, olimpiade și centre de excelență: clasa a X-a*. Pitești: Paralela 45, 2013. 264 p.
4. TELEUCĂ, M.; SALI, L. Modalități de organizare a traseelor de învățare pentru descoperirea soluțiilor problemelor de concurs. În *The Fourth Conference of Mathematical Society of the Republic of Moldova: Communications in Didactics: Proceedings CMSM 4, June 28 – July 2, 2017. Chișinău: dedicated to the centenary of Vladimir Andrunachievici (1917-2017)* / ed: Mitrofan Cioban, Liubomir Chiriac. Chișinău: Tiraspol State University, 2017. pp. 289 – 296.
5. VORNICU, V. *Olimpiade de matematică de la provocare la experiență*. Zalău: Gil, 2003.
6. www.artofproblemsolving.com
7. <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Jensen/>
8. <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Schur/>

CZU: 511.528

ON THE SOLUTIONS OF DIOPHANTINE EXPONENTIAL EQUATIONS

$$2^x + 68^y = z^2 \text{ AND } 2^x + 4352^y = z^2$$

Boris ȚARĂLUNGĂ, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-2477-9376>

e-mail: taralunga.boris@upsc.md

Ion Creangă State Pedagogical University, Chișinău, Republic of Moldova

Abstract. In this paper, we prove that the Diophantine exponential equations: $2^x + 68^y = z^2$ and $2^x + 4352^y = z^2$ has exactly six integer non - negative solutions: $(x, y, z) \in \{(3,0,3), (5,1,10), (7,1,14), (8,1,18), (11,1,46), (13,3,568)\}$, exactly seven integer non - negative solutions: $(x, y, z) \in \{(3,0,3), (2,1,66), (11,1,80), (13,1,112), (14,1,144), (17,1,368), (31,3,290816)\}$, respectively.

Keywords: Exponential Diophantine equation, integer solutions.

DESPRE SOLUȚIILE ECUAȚIILOR DIOFANTIENE EXPONENȚIALE

$$2^x + 68^y = z^2 \text{ ȘI } 2^x + 4352^y = z^2$$

Rezumat. În această lucrare se arată, că ecuațiile exponențiale diofantiene $2^x + 68^y = z^2$ și $2^x + 4352^y = z^2$ au exact șase soluții întregi nenule: $(x, y, z) \in \{(3,0,3), (5,1,10), (7,1,14), (8,1,18), (11,1,46), (13,3,568)\}$ și șapte soluții întregi nenule : $(x, y, z) \in \{(3,0,3), (2,1,66), (11,1,80), (13,1,112), (14,1,144), (17,1,368), (31,3,290816)\}$, respectiv.

Cuvinte cheie: Ecuație exponențială diofantiană, soluții întregi.

One important topic in number theory is the study of Diophantine equations, equations in which only integer solutions are permitted. The field of Diophantine equations is ancient, vast, and no general method exist to decide whether a given Diophantine equation has any solutions, or how many solutions. The famous general equation $p^x + q^y = z^2$ has many forms. The literature contains a very large number of articles on non-linear such individual equations involving particular primes and powers of all kinds.

In this paper, we study equations: $2^x + 68^y = z^2$ and $2^x + 272^y = z^2$, where x, y, z are non - negative integer. One could cite here many articles on the equation $p^x + q^y = z^2$. We provide here only a small number of related equations which include the prime 2 in particular, such as [1,2,3,4,5,6].

Theorem 1. The Diophantine exponential equation $2^x + 68^y = z^2$ has exactly six integer non - negative solutions: $(x, y, z) \in \{(3,0,3), (5,1,10), (7,1,14), (8,1,18), (11,1,46), (13,3,568)\}$.

Proof. We consider several cases.

Case 1. For $x = 0$, then we have the Diophantine exponential equation

$$1 + 68^y = z^2$$

or

$$(z - 1)(z + 1) = 68^y.$$

Let $z - 1 = 68^t$ and $z + 1 = 68^{y-t}$, $y > 2t, t \in N$. From here, we obtain

$$68^{y-t} - 68^t = 2$$

or

$$68^t(68^{y-2t} - 1) = 2.$$

Then $t = 0$ and $68^y = 3$, which is impossible.

Case 2. For $y = 0$, then we have the Diophantine exponential equation

$$2^x + 1 = z^2$$

or

$$(z - 1)(z + 1) = 2^x.$$

Let $z - 1 = 2^s$ and $z + 1 = 2^{x-s}$, $x > 2s, s \in N$. From here, we obtain

$$2^{x-s} - 2^s = 2$$

or

$$2^s(2^{x-2s} - 1) = 2.$$

Then $s = 1$ and $2^{x-2} = 2$, that is $s = 1$ and $x = 3$.

Case 3. For $y = 2m, m \in N^*$, then we have the Diophantine exponential equation

$$2^x + 68^{2m} = z^2$$

or

$$(z - 68^m)(z + 68^m) = 2^x.$$

Let $z - 68^m = 2^q$ and $z + 68^m = 2^{x-q}$, $x > 2q, q \in N$.

From here, we obtain

$$2^{x-q} - 2^q = 2 \cdot 68^m$$

or

$$2^q(2^{x-2q} - 1) = 2 \cdot 68^m,$$

which implies $q = 1$ and $2^{x-2} - 1 = 68^m$ which is impossible, because $2^{x-2} - 1$ is odd number and 68^m is even number.

Case 4. Let $y = 2k + 1, k \in N^*$, then we have the Diophantine exponential equation

$$2^x + 68^{2k+1} = z^2$$

which implies

$$2^x + 4^{2k+1} \cdot 17^{2k+1} = z^2.$$

Since z is an even number, then $z = 2t$. Then we have equation

$$2^x + 4^{2k+1} \cdot 17^{2k+1} = 4t^2.$$

Simplifying by 4, we get the equation

$$2^{4k}(2^{x-4k-2} + 17^{2k+1}) = t^2.$$

We can consider $t = 2^{2k}s$. This implies that

$$2^{4k}(2^{x-4k-2} + 17^{2k+1}) = 2^{4k}s^2$$

or

$$2^{x-4k-2} + 17^{2k+1} = s^2.$$

If $k = 0$, then we have equation

$$2^{x-2} + 17 = s^2.$$

If $k = 1$, then we have equation

$$2^{x-6} + 17^3 = s^2.$$

The last two Diophantine exponential equation is studied in [4]. In concluding, we have exactly six integer non - negative solutions: $(x, y, z) \in \{(3,0,3), (5,1,10), (7,1,14), (8,1,18), (11,1,46), (13,3,568)\}$. This completes the proof.

Theorem 2. The Diophantine exponential equation $2^x + 4352^y = z^2$ has exactly seven integer non - negative solutions: $(x, y, z) \in \{(3,0,3), (2,1,66), (11,1,80), (13,1,112), (14,1,144), (17,1,368), (31,3,290816)\}$.

Proof. We consider several cases.

Case 1. For $x = 0$, then we have the Diophantine exponential equation

$$1 + 4352^y = z^2$$

or

$$(z - 1)(z + 1) = 4352^y,$$

$$\text{where } z - 1 = 4352^u \text{ and } z + 1 = 4352^{y-u}, y > 2u, u \in \mathbb{N}.$$

From here, we obtain

$$4352^{y-u} - 4352^y = 2$$

or

$$4352^u(4352^{y-2u} - 1) = 2,$$

where $u = 0$ and $4352^y = 3$, which is impossible.

Case 2. For $x = 1$, then we have the Diophantine exponential equation

$$2 + 4352^y = z^2.$$

Since $z^2 \equiv 0 \pmod{4}$ and $4352^y \equiv 0 \pmod{4}$, we obtain that $2 + 4352^y \equiv 2 \pmod{4}$.

This is contradiction.

Case 3. For $x = 2$, then we have the Diophantine exponential equation

$$4 + 4352^y = z^2$$

or

$$(z - 2)(z + 2) = 68^y \cdot 64^y.$$

Hence

$$\begin{cases} z + 2 = 68^y \\ z - 2 = 64^y. \end{cases}$$

Solving set of equalities we have $y = 1, z = 66$.

Case 4. Let $x > 2$. **Subcase 4.1.** For $y = 0$, then we have the Diophantine exponential equation

$$2^x + 1 = z^2$$

or

$$(z - 1)(z + 1) = 2^x,$$

where $z - 1 = 2^r$ and $z + 1 = 2^{x-r}$, $x > 2r, r \in \mathbb{N}$.

From here, we obtain

$$2^{x-r} - 2^r = 2$$

or

$$2^r(2^{x-2r} - 1) = 2,$$

where $r = 1$ and $2^{x-2} = 2$, that is $r = 1$ and $x = 3$.

Subcase 4.2. For $y = 2n, n \in \mathbb{N}^*$, then we have the Diophantine exponential equation

$$2^x + 4352^{2n} = z^2$$

or

$$(z - 4352^n)(z + 4352^n) = 2^x,$$

where $z - 4352^n = 2^l$ and $z + 4352^n = 2^{x-l}$, $x > 2l, l \in \mathbb{N}$.

From here, we obtain

$$2^{x-l} - 2^l = 2 \cdot 4352^n$$

or

$$2^l(2^{x-2l} - 1) = 2 \cdot 4352^n,$$

which implies $l = 1$ and $2^{x-2} - 1 = 4352^n$, which is impossible, because $2^{x-2} - 1$ is odd number and 4352^n is even number.

Subcase 4.3. For $y = 2m + 1, m \in \mathbb{N}^*$, then we have the Diophantine exponential equation

$$2^x + 4352^{2m+1} = z^2$$

or

$$2^x + 256^{2m+1} \cdot 17^{2m+1} = z^2.$$

The number z is an even number. Let $z = 2k$. Then we have equation

$$2^x + 256^{2m+1} \cdot 17^{2m+1} = 4k^2.$$

Simplifying by 4, we get the equation

$$2^{16m+6}(2^{x-16m-8} + 17^{2m+1}) = k^2.$$

We can consider $k = 2^{8k+3}t$. This implies that

$$2^{16m+6}(2^{x-16m-8} + 17^{2m+1}) = 2^{16m+6}t^2$$

or

$$2^{x-16m-8} + 17^{2m+1} = t^2.$$

If $m = 0$, then we have equation

$$2^{x-8} + 17 = t^2.$$

If $m = 1$, then we have equation

$$2^{x-24} + 17^3 = t^2.$$

The last two Diophantine exponential equation is studied in [4]. In concluding, we have exactly seven integer non - negative solutions: $(x,y,z) \in \{(3,0,3), (2,1,66), (11,1,80), (13,1,112), (14,1,144), (17,1,368), (31,3,290816)\}$. This completes the proof.

Bibliography

1. ACU, D. On a Diophantine equation $2^x + 5^y = z^2$. In: *Gen. Math.*, vol.15, no.1, 2007. pp.145–148.
2. BURSHTEN, N. All the Solutions to an Open Problem of S. Chotchaisthit on the Diophantine Equation $2^x + p^y = z^2$ when p are the Particular Primes and $y = 1$. In: *Annals of Pure and Applied Mathematics*, vol. 16, no. 1, 2018, pp. 31-35. ISSN: 2279-087 X(P). 227 – 0888 (online).
3. CHOTCHAISTHIT, S. On the Diophantine equation of $2^x + 11^y = z^2$. In: *Maejo Int. J. Sci. Technol.*, vol.7, no.2, 2013, pp. 291-293.
4. RABAGO, J. On the Diophantine equation of $2^x + 17^y = z^2$. In: *J. Indones. Math., Soc.* vol. 22. no. 2, 2016, pp. 85-88.
5. RECA, P. On two Diophantine equations $10^x + 2^y = z^2$ and $10^x + 3^y = z^2$. In: *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, vol.2, issue 2, 2017, pp.102-103.
6. SROYSEANG, B. More on the Diophantine equation $2^x + 19^y = z^2$. In: *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, vol. 88, no. 1, 2013, pp.157-160.

CZU: 37:004.8

BENEFICIILE ȘI PROVOCĂRILE INTELIGENȚEI ARTIFICIALE ÎN EDUCAȚIE

Teodora VASCAN, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-6828-5343>

e-mail: vascan.teodora@upsc.md

Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău, Republica Moldova

Rezumat. Elevii și profesorii beneficiază deja de AI în viața lor de zi cu zi, în multe cazuri fără a fi conștienți de prezența acesteia. Într-adevăr, este folosită AI deja pentru a învăța limbi străine sau pentru a îndeplini sarcini diferențiate pentru predare și învățare personalizate. După cum putem vedea, AI are un potențial mare în educație, dar îi lipsește o analiză de impact aprofundată și ar putea ridica considerații etice. În articol sunt identificate exemple concrete și cazuri de utilizare a AI în educație.

Cuvinte cheie: Inteligența Artificială, Gradescope, Chatbot, Carnegie Learning, Coursera, Duolingo.

THE BENEFITS AND CHALLENGES OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE IN EDUCATION

Abstract. Students and teachers are already benefiting from AI in their daily lives, in many cases without being aware of its presence. Indeed, AI is already being used to learn foreign languages or perform differentiated tasks for personalized teaching and learning. As we can see, AI has great potential in education, but it lacks in-depth impact analysis and could raise ethical considerations. The article identifies concrete examples and use cases of AI in education.

Keywords: Artificial Intelligence, Gradescope, Chatbot, Carnegie Learning, Coursera, Duolingo.

Introducere

În toată lumea, elevii și profesorii folosesc din ce în ce mai mult sistemele de inteligență artificială (AI), uneori fără să-și dea seama. Motoarele de căutare, asistenții inteligenți, chatboții, traducerea limbilor, aplicațiile de navigare, jocurile video online și multe alte aplicații folosesc inteligența artificială în viața noastră de zi cu zi. Sistemele AI se bazează pe date, care sunt colectate prin diferite modalități (de exemplu, secvențe sonore, imagini, text, postări, clicuri) și toate împreună formează urmele noastre digitale.

AI are un mare potențial de a îmbunătăți educația și formarea elevilor, profesorilor și managerilor școlari. Sistemele AI ajută în prezent unii profesori să identifice nevoi specifice de învățare, oferind elevilor experiențe de învățare personalizate și ajutând unele școli să ia decizii mai bune, astfel încât să poată utiliza mai eficient resursele didactice disponibile.

Pe măsură ce sistemele AI continuă să evolueze și utilizarea datelor crește, este de maximă importanță să dezvoltăm o mai bună înțelegere a impactului lor asupra lumii din jurul nostru, în special în educație și formare.

Profesorii și directorii de școli trebuie să aibă cel puțin cunoștințe de bază despre AI și utilizarea datelor pentru a se putea implica pozitiv, critic și etic cu această tehnologie și pentru a o folosi în mod corespunzător pentru a-și exploata întregul potențial.

Când vorbim despre sisteme AI, ne referim la software din computere sau mașini care sunt programate pentru a îndeplini sarcini care necesită de obicei inteligență umană, de ex. învățare sau raționament. Folosind date, anumite sisteme AI pot fi antrenate să facă predicții, să ofere recomandări sau decizii, uneori fără nicio implicare umană.

Utilizarea sistemelor AI poate îmbunătăți predarea, învățarea și evaluarea, poate oferi rezultate mai bune ale învățării și poate ajuta școlile să funcționeze mai eficient. Cu toate acestea, dacă aceleași aplicații AI nu sunt proiectate corespunzător sau utilizate cu neglijență, acest lucru ar putea duce la consecințe dăunătoare. Profesorii trebuie să fie conștienți și să pună întrebări dacă sistemele AI pe care le folosesc sunt fiabile, corecte, sigure și de încredere și că gestionarea datelor educaționale este sigură, protejează confidențialitatea persoanelor și este utilizată pentru binele comun. Sursa bibliografică [1] reprezintă un ghid pentru profesori ce conține orientări etice privind utilizarea inteligenței artificiale (AI) și a datelor în predare și învățare în care ar putea găsi răspunsuri la dilemele expuse mai sus.

Piața tehnologiilor pentru educație continuă să se dezvolte rapid, iar inteligența artificială reprezintă un factor semnificativ în această dezvoltare. Astfel, experții de la Universitatea din Cambridge consideră utilizarea mai activă a tehnologiilor AI drept una dintre principalele tendințe EdTech în 2023. Autorii platformei eLearning Industry li se alătură: ei observă creșterea cererii pentru învățarea personalizată, care este asigurată în mare parte de inteligența artificială. În plus, conform unor previziuni, volumul tehnologiilor AI pentru educație până în 2030 va crește cu o medie de 36,6%.

Creșterea interesului pentru inteligența artificială în domeniul educației este remarcată și de Google. În lucrarea „Future of Education” [2], experții companiei susțin că astăzi, datorită acestor tehnologii, învățarea a devenit mai personalizată. De exemplu, apar platforme educaționale care îi ajută pe profesori să urmărească progresul anumitor elevi și să le ofere feedback individual sau să ajusteze programul. Iar elevii înșiși folosesc activ AI, inclusiv folosind difuzoare inteligente și rețele neuronale pentru a-și face temele.

Toate aceste observații indică un singur lucru: inteligența artificială schimbă deja modul în care învățăm și nu va dispărea din orizonturile educaționale. Elevii, profesorii și toți adepții conceptului de învățare pe tot parcursul vieții așteaptă un viitor în care rețelele neuronale să poată fi folosite atât pentru finalizarea sarcinilor, cât și pentru verificarea acestora, iar într-un fel acest viitor a sosit deja.

Beneficii și provocări

Avantajele AI în educația elevilor:

Educație în orice moment. Tinerii preferă să facă sarcini de zi cu zi folosind smartphone-urile sau tabletele. Aplicațiile bazate pe inteligență artificială oferă o oportunitate de a studia în timpul liber, petrecând zece sau cincisprezece minute. În plus, elevii pot primi feedback de la tutori într-un mod în timp real.

Platforme educaționale adaptate nevoilor elevilor. Soluțiile bazate pe inteligență artificială se pot adapta datorită nivelului de cunoștințe al elevilor, subiectelor interesante și așa mai departe. Sistemul tinde să ajute elevii cu părțile lor slabe. Oferă materiale de învățare pe baza punctelor slabe ale acestora. De exemplu, elevul face testul înainte de a începe să folosească aplicația; aplicația o analizează și oferă sarcini și cursuri adecvate.

Mentori virtuali. Platformele bazate pe inteligență artificială oferă mentori virtuali pentru a urmări progresul studenților. Desigur, doar profesorii umani pot înțelege mai bine nevoile elevilor, dar este bine de a obține un feedback instantaneu de la un tutor virtual.

În continuare vom enumera următoarele provocări care pot apărea atunci când se lucrează cu inteligența artificială:

- dezvoltarea unei politici publice cuprinzătoare în domeniul inteligenței artificiale pentru dezvoltarea durabilă;
- asigurarea incluziunii și egalității în educație;
- dezvoltarea sistemelor de date de calitate;
- pregătirea profesorilor pentru învățarea bazată pe inteligența artificială și pregătirea IA pentru înțelegerea proceselor educaționale;
- precum și etica și transparența în colectarea, utilizarea și diseminarea datelor.

Aceste aspecte ar trebui să fie luate în considerare în elaborarea politicilor educaționale.

Exemple de utilizare a tehnologiilor AI în educație

Există mai multe domenii principale unde este folosită inteligența artificială în educație. În acest articol vom utiliza următoarele domenii:

- automatizarea sarcinilor de rutină;
- personalizarea învățării;
- crearea de conținut și aplicații educaționale;
- dezvoltarea abilităților soft.

Automatizarea sarcinilor de rutină. Comunicarea cu elevii, evaluarea, analiza progresului, verificarea sarcinilor tipice și pregătirea pentru cursuri - toate acestea pot fi cel puțin parțial delegate inteligenței artificiale. De exemplu, programul *Gradescope*

permite de a verifica automat temele standard la diferite materii din școli și universități și de a stabili note. Acest lucru economisește mult timp pentru profesori: conform lui McKinsey [3], în medie, profesorii își petrec mai mult de 20% din timp verificând sarcinile și îndeplinind sarcini administrative.

Pregătirea pentru cursuri necesită, de asemenea, mult timp - aproximativ 20%. Sistemele de evaluare ajută parțial la optimizarea acesteia: inteligența artificială generează automat feedback cu privire la teme, profesorii identifică lacune în cunoștințele elevilor și oferă material relevant. Unele programe automatizează compilarea sarcinilor. Așa dar, serviciul *PrepAI* permite de a genera un test pe baza materialului lecției. Profesorul încarcă o prelegere, un capitol dintr-un manual sau alt text, iar programul generează automat întrebări care pot fi variate în ceea ce privește dificultatea.

Comunicarea este parțial automatizată de un *chatbot*. Sunt folosiți în platforme și aplicații educaționale, precum și în unele școli și universități. *Chatbot*-urile răspund la întrebări repetitive, ajută elevii și profesorii să evalueze progresul, permit îndeplinirea sarcinilor simple și le verifică automat.

Există și cazuri destul de exotice. De exemplu, într-o școală din orașul chinez Hangzhou, camerele inteligente urmăresc elevii care sunt distrași la clasă [4]. Sistemul evaluează modul în care se modifică expresia facială a copilului și trimite aceste informații profesorului. Tehnologia automatizează parțial controlul disciplinei.

Personalizarea învățării. Inteligența artificială permite de a construi o învățare adaptată nevoilor individuale ale elevului. De exemplu, platforma *Carnegie Learning* este specializată în acest lucru. Algoritmul *MATHiaU* urmărește acțiunile elevilor, progresul lor, oferă feedback cu privire la teme și anunță profesorul în timp real când un elev are nevoie de ajutor. Toate acestea ajută la identificarea locurilor în care un anumit elev sau clasă are dificultăți și corectează situația.

Alți algoritmi arată unde poate fi îmbunătățit curriculumul. De exemplu, *Coursera* urmărește întrebările la care se răspunde frecvent incorect și transmite aceste informații autorilor cursurilor. Aceștia pot schimba formularea sau pot explica în continuare subiectul. Și elevii primesc indicii pentru răspunsul corect.

Datorită inteligenței artificiale, putem învăța oriunde și oricând - și de ce aveți nevoie. Mai sus, am menționat deja chatbot-uri care pot răspunde la întrebări și pot verifica sarcinile chiar și noaptea târziu. Dar există și aplicații care permit de a alege subiecte care ne interesează și să nu urmărim „manualul de instruire” general. În plus, analizând istoricul acțiunilor noastre, platforma educațională ne poate oferi conținut personalizat care să corespundă nivelului actual de cunoștințe.

Crearea de conținut și aplicații educaționale. Am început deja să vorbim mai sus despre crearea de conținut educațional cu ajutorul AI - despre generatorul de teste

PrepAI. Există un alt serviciu similar - *Smartest Learning*. Acesta analizează materialul încărcat și apoi oferă exerciții în diferite formate în funcție de subiect și structură. Acestea pot fi teste, cuvinte încrucișate, întrebări, diagrame interactive și așa mai departe.

Inteligența artificială este potrivită nu numai pentru lucrul cu exerciții și chestionare. Poate fi folosit și pentru a crea videoclipuri cu instrucțiuni. De exemplu, serviciul *Synthesys* este specializat în acest lucru. Încărcăm un script - algoritmul convertește textul în vorbire sau video. Putem selecta limba, interpretarea vocală și avatarul, precum și să edităm rezultatul după cum dorim.

Aplicațiile de învățare folosesc tehnologii AI pentru mai mult decât doar personalizarea conținutului și interacțiunea cu chatbotii. De exemplu, în aplicațiile de învățare a limbilor străine, cum ar fi *Duolingo*, inteligența artificială poate recunoaște vorbirea unui elev. Algoritmul analizează construcțiile gramaticale, vocabularul, pronunția cuvintelor și, în caz de erori, arată varianta corectă [5].

În plus, inteligența artificială ne poate aminti când să repetăm materialul. Iar în aplicația *Memrise*, tehnologia ne permite să aflăm cum este numit un obiect din lumea reală în limba studiată. Să presupunem că dacă vrem să aflăm traducerea cuvântului „scaun” în engleză, putem îndrepta camera smartphone-ului spre un scaun, iar aplicația va da răspunsul.

Dezvoltarea abilităților soft. Serviciile care pot funcționa pentru elevi sunt un motiv de îngrijorare pentru mulți. Da, acum în majoritatea cazurilor este posibil să se facă distincția între textul scris de o rețea neuronală și scris de o persoană - dar ce se va întâmpla peste câțiva ani? Cum pot fi folosite instrumente precum ChatGPT în beneficiul educației? De exemplu, pentru dezvoltarea abilităților soft? Kevin Roose, editor pentru *The New York Times*, consideră că astfel de tehnologii ajută la stimularea creativității, gândirii critice și chiar abilităților de comunicare [6]. După ce a vorbit cu profesorii din școli, dă următoarele exemple - relevante atât pentru elevi, cât și pentru cei care studiază singuri:

- Elevii pot face schițe de eseuri folosind o rețea neuronală și apoi pot scrie eseurile ei înșiși de mână - acest lucru ajută la înțelegerea mai bună a unei opere literare.
- Rețeaua neuronală poate fi folosită ca oponent într-o dezbatere care trebuie convinsă cu privire la o anumită problemă.
- Elevii pot analiza răspunsurile rețelei neuronale și pot verifica faptele - algoritmiile pot adesea să greșescă.

Sunt și alte pareri. Așadar, profesorul de lingvistică Naomi S. Baron [7] consideră că utilizarea activă a unor astfel de tehnologii poate afecta negativ atât gândirea creativă, cât și gândirea critică. În opinia ei, tentația de a se baza pe instrumente de editare și generare de text fac prea ușor să renunți la capacitatea de a gândi și de a învăța în favoarea tehnologiei.

Concluzii

Introducerea tehnologiilor AI în educație este una dintre problemele cheie ale sistemului de învățământ. Tehnologiile AI aduc multe avantaje procesului educațional, dar nu uitați de factorul uman, de socializare și de rolul profesorului, precum și de faptul că tehnologiile nu sunt perfecte și trebuie să vă amintiți despre securitate (atât a participanților la procesul educațional și a datelor acestora) și minimizarea eventualelor riscuri.

Articol realizat în cadrul proiectului de cercetări științifice „Metodologia implementării TIC în procesul de studiere a științelor reale în sistemul de educație din Republica Moldova din perspectiva inter/transdisciplinarității (concept STEAM)”, inclus în „Program de stat” (2020-2023), Prioritatea IV: Provocări societale, cifrul 20.80009.0807.20, cu suportul financiar oferit de Agenția Națională pentru Dezvoltare și Cercetare

Bibliografie

1. European Commision, *Ethical guidelines on the use of artificial intelligence (AI) and data in teaching and learning for Educators*. Luxembourg: Publications Office of the European Union, 2022. 40 p. ISBN 978-92-76-57539-9.
2. Sursa: https://services.google.com/fh/files/misc/foe_part2.pdf
3. Sursa: <https://www.mckinsey.com/industries/education/our-insights/how-artificial-intelligence-will-impact-k-12-teachers>
4. Sursa: <https://www.telegraph.co.uk/news/2018/05/17/chinese-school-uses-facial-recognition-monitor-student-attention/>
5. Sursa: <https://plat.ai/blog/ai-integration-in-language-learning/>
6. Sursa: <https://www.nytimes.com/2023/01/12/technology/chatgpt-schools-teachers.html>
7. Sursa: <https://theconversation.com/how-chatgpt-robs-students-of-motivation-to-write-and-think-for-themselves-197875>

CZU: 378:004.4

ASPECTE CURRICULARE ALE PROGRAMULUI DE STUDII UNIVERSITAR *ANIMAȚIE*

Tatiana VEVERIȚA, doctor, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-0798-0174>

e-mail: veverita.tatiana@upsc.md

Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău, Republica Moldova

Rezumat. Articolul subliniază importanța animațiilor în societatea actuală, evidențiind programele de studiu din domeniul animației oferite de universități de renume. Sunt descrise procesele de producție ale animațiilor 2D și 3D, precum și software-urile utilizate în producția acestora. Articolul abordează la fel două subiecte tehnologice: realitatea augmentată și virtuală, și generarea de conținut prin inteligență artificială. Se prezintă tipurile de realitate augmentată, motoarele virtuale pentru AR, și variatele platforme pentru crearea experiențelor AR. De asemenea, sunt explorate tipurile de realitate virtuală, metodele de urmărire a mișcărilor în VR, și utilizarea inteligenței artificiale pentru generarea de conținut 3D din text, imagini și video. Subiectele abordate subliniază evoluția tehnologiilor AR și VR, precum și potențialul inteligenței artificiale în industria creativă și de divertisment.

Cuvinte-cheie: preproducție, producție, postproducție, animație 2D, animație 3D, realitate virtuală, realitate augmentată, educație STEAM.

CURRICULAR ASPECTS OF THE UNIVERSITY STUDY PROGRAM *ANIMATION*

Abstract. The article emphasizes the significance of animations in today's society, highlighting animation study programs offered by renowned universities. The production processes of both 2D and 3D animations are described, along with the software utilized in their creation. The article also delves into two technological subjects: augmented and virtual reality, and content generation through artificial intelligence. It presents various types of augmented reality, virtual engines for AR, and diverse platforms for crafting AR experiences. Additionally, it explores different kinds of virtual reality, motion tracking methods in VR, and the use of artificial intelligence in generating 3D content from text, images, and videos. The discussed topics underscore the progression of AR and VR technologies, as well as the potential of artificial intelligence in the creative and entertainment industries.

Keywords: pre-production, production, post-production, 2D animation, 3D animation, virtual reality, augmented reality, STEAM education.

Animațiile sunt tot mai apreciate în viața oamenilor, iar domeniul de aplicare al animațiilor se extinde tot mai mult. Ele sunt utilizate pe larg în industria de divertisment, inginerie, arhitectură, jocuri electronice și multe altele. În afară de companiile care produc animație, și alte industrii au din ce în ce mai multă nevoie de talente din industria de animație, ceea ce face ca cererea de profesioniști în acest domeniu să crească tot mai mult. Ca o industrie în plină ascensiune în prezent, industria de animație a câștigat un interes semnificativ și în domeniul educației. Astfel, cele mai prestigioase universități din lume

oferă diverse programe de studii care au drept scop formarea specialiștilor în acest domeniu. În cadrul acestor programe se studiază diverse discipline precum:

- ✓ Programul „Artă în Grafică, Design și Animație” a Universității Americane din Malta are incluse următoarele cursuri: Introducere în analiza datelor, Probabilitate și statistică, Introducere în designul vizual, Instrumente pentru arta digitală, Design și modelare, Animație, Animație de personaje 3D, Design grafic etc. [1].
- ✓ Programul „Animație și efecte vizuale” a Academiei de Arte din San Francisco, SUA propune următoarele cursuri: Introducere în grafică pe calculator pentru animație, Cinematica pentru Animație și Efecte Vizuale, Introducere în principiile și Tehnicile de Animație, Producția de Animații pe Calculator, Principii de Pre-producție, Istoria Animației, Animație Tradițională, Modelare și Animație 3D, Animație cu Personaje 3D, Introducere în Rigging, Fundamentele Texturării și Iluminării, Istoria și Tehnologia Efectelor Vizuale și a Animației pe Calculator etc. [2].
- ✓ În programul „CalArts” a Institutului de Arte din California sunt incluse următoarele cursuri: Fundamentele animației, Anatomia umană, Teoria culorilor, Gândirea de design, Designul sonor, Dezvoltarea vizuală, Istoria animației, Scrierea scenariilor, Producția de animație, Crearea de storyboard-uri etc. [3].
- ✓ Programul „Animație” a Universității de Arte din Tokyo (TUA) include: Structura umană, Teoria culorilor, Analiza dinamică, Scrierea scenariilor, Producția de animație, Producția muzicală, Studio de animație etc. [4].
- ✓ Programul „Animație pe calculator și efecte vizuale”, Universitatea de Arte din Londra (UAL) conține: Tehnologie digitală, Animație 2D/3D, Design de personaje, Editare, post-producție, Cercetarea în animație, Benzi desenate, Pictură, Design de jocuri etc. [5].
- ✓ Programul de „Animație și Ilustrație” din Universitatea Cambridge, United Kingdom: Animație, Ilustrație și Animație, Structuri și Contexte Secvențiale, Imagini Generate pe Calculator etc. [6].
- ✓ Programul de „Arte în Animație Experimentală” a Universității OCAD ,Toronto, Canada: Animație și Modelare 3D, Pictură și Imagini Digitale, Compunere și Animație Digitală, Modelare și Animație 3D, Animație Intermediară, Combinație de Materiale în Stop-Motion Design, Animație de Personaje, Animație Avansată a Personajelor în 2D, Compunere Avansată, Design Sonor etc. [7].
- ✓ Programul „Animație experimentală” a Universității WSB din Polonia include: Tehnologie digitală, Designul personajelor, Producția animației 2D, 3D, Crearea de storyboard-uri, Pictură, Designul scenelor, Managementul producției de animație etc. [8].
- ✓ Programul „Arta Animației” a Universității de Comunicații din China se studiază: Modelare și design, Limbajul filmului, Introducere în animație, Istoria animației

chineze și străine, Principii și tehnici de animație, Pictură, Scrierea poveștilor, Designul scenariului pentru storyboard, Critica animației, Animația personajelor, Creația comună în animație, Creația și managementul producției animației, Creația animației experimentale, iar la „Animație 3D și Efecte Speciale” se studiază Modelare și design, Tehnologii de animație 3D, Limbajul filmului, Introducere în animație, Istoria animației chineze și străine, Principii și tehnici de animație, Pictură, Scrierea poveștilor, Designul scenariului pentru storyboard, Critica animației, Animația 3D a personajelor, Creația comună în animație, Creația și managementul producției de animație etc. [9].

Confruntându-se cu lipsa de specialiști în domeniul animației, universitățile locale au introdus începând cu anul 2022 programe de studiu pentru specializarea în animație. Astfel, Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău oferă programul de studiu „Animație” în care se studiază următoarele unități de curs: Istoria animației, Desen de specialitate, Pictură de specialitate, Limbaj profesional și comunicare în limba străină, Design de animație, Tehnologii de animație, Studii digitale, Sculptură pentru animație etc. [10].

Analizând programele de studii a universităților menționate și a altor universități prestigioase din lume, evidențiem două categorii de programe: programe de animație tradițională desenată manual și programe de animație digitală.

Programele de animație tradițională desenată manual includ în mod obișnuit cursuri de desen, teoria culorilor, anatomia umană, scrierea scenariilor, producția de animații și design de scene. Aceste cursuri își propun să formeze abilități de desenare și de mânăuire a tehnicilor de producție a animației tradiționale desenate manual.

Programele de animație digitală includ cursuri precum: fundamentele animației, producția animației 2D, producția animației 3D, producția efectelor speciale digitale și altele.

Programul de licență *Animație* a Universității Pedagogice de Stat „Ion Creangă” din Chișinău are drept scop formarea de specialiști în domeniul tehnicilor audiovizuale și producției media. Acest program educațional are ca obiectiv formarea de designeri pentru producții complexe în diverse domenii precum publicitate, media electronică, film, post-producție digitală sau game design. Cursurile din cadrul acestui program se concentrează pe toate etapele implicate în realizarea producțiilor, începând de la faza de concepție și scenariu, trecând prin etapele de storyboard și animatic, și ajungând până la animație și post-producție.

Studentii care urmează acest program vor învăța și aplica principiile fundamentale ale comunicării vizuale, ale animației și ale designului de personaje. În plus, vor dobândi competențe solide în utilizarea software-ului necesar pentru realizarea filmelor digitale, inclusiv programe de editare, compoziție și animație în mediile 2D și 3D.

Competențele care urmează a fi dezvoltate în cadrul programului sunt următoarele:

- ✓ cunoașterea noțiunilor de teorie a artei și aplicarea lor în practica de creație (animație);
- ✓ cunoașterea terminologiei utilizate în domeniul animației;
- ✓ utilizarea adecvată a noțiunilor din domeniul animației;
- ✓ aplicarea diverselor tehnologii și metode de interpretare a imaginii în animație;
- ✓ aprecierea critică și estetică a producției de animație, precum și exprimarea
- ✓ personală printr-o varietate de mijloace artistice și digitale, folosind propriile
- ✓ aptitudini;
- ✓ demonstrarea preocupării pentru perfecționarea profesională prin antrenarea abilităților de gândire artistică;
- ✓ comunicarea scrisă și orală a noțiunilor din domeniul animației;
- ✓ utilizarea limbajului media ca instrument de comunicare orală și scrisă;
- ✓ învățarea elaborării lucrărilor de creație în domeniul animației.

Pentru a dobândi competențele menționate vom aduce o claritate în conceptele generale legate de animație și tehnologii și tehnici specifice domeniului respectiv.

A. Producția animației 2D

Animația bidimensională (2D) mai este numită animație bazată pe vectori, deoarece mișcarea este controlată de vectori. Animația în două dimensiuni sau 2D este caracterizată prin reprezentarea obiectelor și personajelor într-un spațiu bidimensional. Aceasta înseamnă că obiectele au doar două dimensiuni - lățimea și înălțimea. Animația în 2D este considerată o formă tradițională de animație produsă în principal prin desen manual, cunoscută încă din anii 1800. Inițial, aceasta a fost creată prin suprapunerea de cadre, în care urma un desen după altul, ușor diferit față de precedentul. Fiecare secundă cuprindea 24 de cadre.

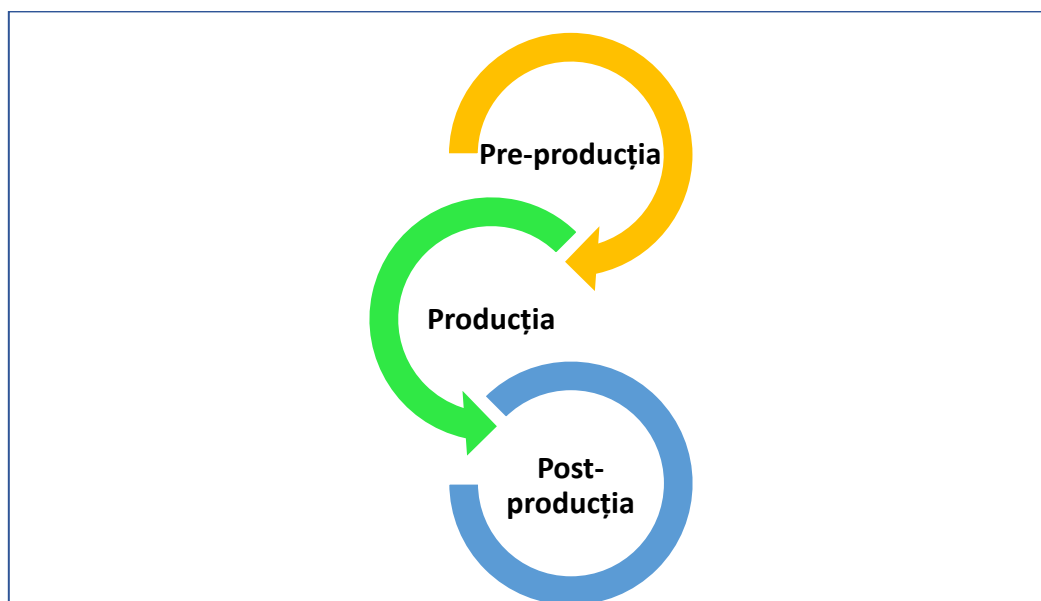


Figura 1. Etapele animației 2D

În perioada de dezvoltare a tehnologiilor informaționale, procesul de creare a animației în 2D a fost digitalizat, ceea ce a făcut posibilă desenarea și animarea personajelor și fundalurilor direct pe computer - cu ajutorul diferitelor programe pentru crearea animațiilor 2D.

Procesul de creare a animațiilor 2D constă în 3 etape principale (figura 1): pre-producția, producția și post-producția.

Pre-producția (Pre-production) este prima etapă în crearea animației. În această etapă, echipa de animatori dezvoltă povestea, scriu scenariul animației, proiectează personajele, creează *storyboard-ul* (expunerea vizuală al scenariului), aleg paleta de culori, pregătesc fundalurile și înregistrează dialogurile dintre personaje. Este o etapă pregătitoare, care precede procesul de producție propriu zis. Un scenariu bine scris ar trebui să includă toate acțiunile personajelor și linia de poveste.

Producția (Production) - este procesul de creare a animației, care implică îmbinarea tuturor materialelor create și dezvoltarea scenelor. Acesta include colorarea fundalurilor, crearea scenelor și acțiunilor individuale ale personajelor, crearea animației inițiale, curățarea animației (trace), faza de colorarea (ink and paint), ajustarea (phasing), colorarea imaginilor cu ajutorul programelor de calculator, compoziția (compositing), redarea (rendering) și exportul.

Post-producția (Post-production) este etapa finală a editării animației în 2D. În timpul acestei etape, animația este îmbunătățită cu efecte sonore suplimentare sau cu sunet de fundal, care amplifică impactul emoțional al animației. Odată ce versiunea finală este pregătită, aceasta este redată și exportată în diferite formate.

Există o varietate mare de aplicații pentru crearea animațiilor 2D printre care se regăsesc următoarele:

Tabelul 1. Aplicații de creare a animațiilor 2D

Nr.	Denumire	Sistem de operare acceptat	Preț
1.	Toon Boom Harmony	Windows, Linux, macOS	109 \$ / lună
2.	Moho	Windows, macOS	399.99 \$/licență
3.	Adobe Animate		20,99 \$ / lună
4.	OpenToonz	Windows, macOS	Gratuit
5.	Synfig	Windows, Linux, macOS	Gratuit
6.	Pencil 2D	Windows, Linux, macOS	Gratuit
7.	Maefloresta	iPhone, Android	Gratuit
8.	Stop Motion Studio	Windows, macOS	59.99 \$/licență
9.	FlipBook	Windows, macOS	19.99 \$/licență
11.	CelAction2D	Windows, Linux, macOS	1300 \$/licență

B. Producția animației 3D

Animația tridimensională este cunoscută și sub denumirea de *animație 3D*, face parte din noua generație de animații ce apar odată cu dezvoltarea continuă a tehnologiilor informaționale. Este una din cele mai populare tipuri de animație și este larg răspândită în producția filmelor, jocurilor video, reclamelor și altele.

Animația 3D reprezintă rezultatul plasării și manipulării personajelor și obiectelor într-un spațiu tridimensional și crearea iluziei mișcării. Obiectele sunt create pe baza modelelor 3D, asimilate într-un mediu digital cu ajutorul instrumentelor de modelare 3D sau prin scanarea obiectelor reale și transferarea lor în calculator ca bază pentru obiectele 3D animate.

Întregul procesul de creare a animațiilor 3D este unul asemănător cu cel de producție 2D și cuprinde la fel 3 etape principale: pre-producția, producția și post-producția.

Software-urile de producție a animațiilor 3D oferă funcții de modelare și animație 3D, cum ar fi modelarea poligonală, editarea materialelor, setarea luminilor, producția de animație, etc. Ele pot importa, de asemenea, diverse modele, hărți și materiale de animație. Cele mai răspândite sunt următoarele:

Tabelul 2. Aplicații de creare a animațiilor 3D

Nr.	Denumire	Sistem de operare acceptat	Preț
1.	Autodesk Maya	Windows, Linux, macOS	1785 \$/an
2.	3ds Max	Windows	1545 \$/an
3.	Cinema 4D	Windows, macOS	59.10 \$/an
4.	Blender	Windows, Linux, macOS	Gratuit
5.	LightWave 3D	Windows, macOS	995 \$/an
6.	FreeCAD	Windows, Linux, macOS	Gratuit
7.	3D Builder	Windows	Gratuit
8.	Houdini	Windows, Linux	269 \$/an
9.	ZBrush	Windows, macOS	39,95 \$/lună
10.	Daz 3D Studio	Windows, macOS	Gratuit
11.	SketchUp	web browser	Gratuit

C. Producția de efecte speciale digitale

Producția efectelor speciale digitale în animație implică utilizarea tehnologiilor și software-urilor pentru a crea elemente vizuale care pot transforma și îmbunătăți aspectul și impactul unei animații. Aceste efecte pot varia de la elemente de umbră, iluminare până la detalii complexe de efecte precum distorsiuni vizuale, mișcări ale fluidelor etc.

Există o serie de software-uri folosite în producția efectelor vizuale în animații.

Tabelul 3. Aplicații de producție a efectelor speciale în animații

Nr.	Denumire	Sistem de operare acceptat	Preț
1.	Adobe After Effects	Windows, Linux, macOS	Gratuit
2.	Particle Illusion	Windows, macOS	Gratuit
3.	Nuke	Windows, Linux, macOS	528 \$ / an
4.	Wondershare Filmora	Windows, macOS	Gratuit
5.	Fusion	Windows, Linux, macOS	299 \$/an

D. Producția realității augmentate și virtuale

1. Realitatea augmentată (augmented reality) este o tehnologie care extinde lumea fizică prin suprapunerea unor straturi de informație digitală asupra acesteia: sunete, videoclipuri, grafică.

Se deosebesc patru tipuri de realitate augmentată:

- Bazată pe marcatori (marker-based)* - este necesar un șablon specific, numit marker, cum ar fi un cod QR, peste care se suprapune un obiect virtual.
- Fără marcatori (markerless)* - nu este necesar un marcator. Peste mediul înconjurător se suprapune o rețea și se detectează punctele cheie la care se leagă modelul virtual.
- Bazată pe proiecție (projection-based)* - se utilizează proiectorul care elimină necesitatea instrucțiunilor pe hârtie, creând un strat digital pe aproape orice suprafață de lucru.
- Bazată pe suprapunere (superimposition-based)* - înlocuiește parțial sau în întregime reprezentarea originală a unui obiect cu o reprezentare augmentată a aceluiași obiect.

Pentru a crea o aplicație de realitate augmentată, este nevoie de un set de instrumente de dezvoltare software (software development kit, SDK) care să fie integrate în motoarele virtuale Unity și Unreal Engine.

2. Realitatea Virtuală (Virtual Reality) – este o simulare computerizată a unei realități alternative.

Se deosebesc patru tipuri de realitate virtuală:

- Realitatea Virtuală autonomă* funcționează independent, fără a necesita echipamente externe suplimentare (calculator, consolă), precum Oculus Quest. Tot ce este necesar sunt ochelarii VR și controalele VR.
- Realitatea Virtuală (VR) bazată pe PC* folosește căștile VR care necesită o conexiune constantă la un computer, cum ar fi Oculus Rift S pentru PC, Valve Index, HTC Vive, Pimax și Windows Mixed Reality.
- Realitatea Virtuală (VR) pentru console* se referă în mod obișnuit la PlayStation VR pentru PlayStation 4.

- d. *Realitatea virtuală prin intermediul browserelor web* (WebGL) - este un API multiplatformă pentru grafică 3D în browser. Este executat ca parte a HTML5 și, prin urmare, este o parte completă a modelului de obiecte al documentului (DOM API) al browserului. Poate fi utilizat cu limbaje de programare care susțin DOM API: JavaScript, Rust, Java, Kotlin și altele.

Realitatea virtuală implică urmărirea mișcării prin echipamente VR precum: ochelarii VR, mănușile VR, vesta VR etc.

Există două tipuri principale de urmărire a mișcării în realitatea virtuală:

- ✓ **Inside-Out Tracking:** Această metodă implică camere integrate în căștile VR care monitorizează mediul înconjurător și poziția ochelarilor VR și a controlerelor în timp real. Exemple de căști VR care folosesc această tehnică includ Oculus Rift S, HTC Vive Cosmos și majoritatea căștilor Windows Mixed Reality.
- ✓ **Outside-In Tracking:** Acest tip de urmărire presupune amplasarea bazelor sau senzorilor în colțurile camerei sau în spațiul înconjurător. Aceste baze monitorizează în mod activ poziția ochelarilor VR și a controlerelor în raport cu ele și generează o hartă a mișcării. Acest sistem oferă o precizie mai mare și poate permite o urmărire a mișcărilor mai complexe. Exemple de căști VR care folosesc această tehnologie includ HTC Vive Cosmos Elite și Valve Index.

Tabelul 4. Programe de producție a realității augmentate și virtuale

Nr.	Denumire	Sistem de operare acceptat	Preț
1.	Unity	Windows, macOS	Gratuit
2.	Unreal Engine	Windows, macOS	Gratuit
3.	ARKit	iPhone și iPad	Gratuit
4.	ARCore	iOS 11, Android, Unity, Unreal Engine	Gratuit
5.	Vuforia	Android, iOS, Unity, Windows	Gratuit
6.	ImagineAR	iOS, Android	Gratuit
7.	Lens Studio	Windows, macOS	Gratuit
8.	Wikitude	iOS, Android, Windows	2 490 euro

E. Producția conținutului generat de inteligența artificială (AI)

Tehnologia AI permite crearea conținutului generat de inteligența artificială și în literatură o găsim cu denumirea (AIGC - Artificial Intelligence Generated Content). Generatoarele AI 3D ajută la crearea modelelor tridimensionale din texte, imagini sau videoclipuri. Acestea pot fi utile pentru o serie de aplicații, cum ar fi crearea modelelor pentru imprimarea 3D sau pentru realizarea modelelor tridimensionale ale obiectelor care nu există în lumea reală.

Se cunosc 3 tipuri de generatoare AI:

- ✓ Generatoarele de inteligență artificială pentru transformarea textului în modele 3D
- ✓ Generatoarele de inteligență artificială pentru transformarea imaginilor bidimensionale în 3D și din 2D în 3D
- ✓ Generatoarele de inteligență artificială pentru transformarea videoclipurilor în 3D

Tabelul 5. Aplicații de producție a conținutului generat de inteligență artificială

Nr.	Denumire	Sistem de operare acceptat	Preț
1.	Spline AI	web browser	Gratuit
2.	Masterpiece Studio	web browser	Gratuit
3.	Meshcapade	web browser	Gratuit
4.	NeROIC	web browser	Gratuit
5.	DPT Depth Estimation	web browser	Gratuit
6.	RODIN	web browser	Gratuit
7.	Move.AI	web browser	Gratuit
8.	Rokoko	web browser	Gratuit
9.	DeepMotion	web browser	Gratuit

Concluzii

- Industria animației se află într-o continuă ascensiune, iar impactul acesteia se resimte în diverse domenii. Cererea de specialiști în animație a crescut semnificativ, iar industria s-a dezvoltat rapid pentru a satisface nevoile acestora. Universitățile și instituțiile de învățământ au răspuns cerințelor pieței prin introducerea programelor de studiu specializate în animație.
- Analizând programele de studii ale universităților prestigioase la nivel internațional, au fost identificate două categorii de programe de animație: cele axate pe animația tradițională desenată manual și cele dedicate animației digitale.
- Programele de animație tradițională desenată manual se concentrează pe dezvoltarea abilităților de desen, formarea cunoștințelor în teorie culorilor, în anatomia umană, scrierea scenariilor și producția de animații într-un mod tradițional.
- Programele de animație digitală se axează pe utilizarea tehnologiei pentru a crea animații de înaltă calitate. Acestea includ învățarea tehnicilor de animație 2D și 3D, producția de efecte speciale digitale, aplicații de realitate virtuală și augmentată, precum și alte tehnologii avansate.

Articol realizat în cadrul proiectului de cercetări științifice „Metodologia implementării TIC în procesul de studiere a științelor reale în sistemul de educație din Republica Moldova din perspectiva inter/transdisciplinarității (concept STEAM)”, inclus în „Program de stat” (2020-2023), Prioritatea IV: Provocări societale, cifrul 20.80009.0807.20, cu suportul financiar oferit de Agenția Națională pentru Dezvoltare și Cercetare

Bibliografie

1. <https://www.bachelorstudies.com/institutions/aum-american-university-of-malta/bachelor-of-arts-in-graphic-design-animation>
2. <https://www.bachelorstudies.com/institutions/academy-of-art-university/bachelor-of-fine-arts-bfa-in-animation-visual-effects>
3. <https://www.calarts.edu/>
4. <https://www.geidai.ac.jp/english/>
5. <https://www.universityguru.ro/london/computer-animation-and-visual-effects>
6. <https://www.bachelorstudies.com/institutions/anglia-ruskin-university/ba-hons-in-animation-and-illustration>
7. <https://www.bachelorstudies.com/institutions/ocad-university/bachelor-of-fine-arts-in-experimental-animation>
8. <https://www.bachelorstudies.com/institutions/merito-group-wsb-merito-universities-and-dsw-university-of-lower-silesia/bachelor-in-creative-media-animation-visual-effects>
9. <http://www.cuc.edu.cn/>
10. <https://upsc.md/studii/programe-planuri/licenta/>
11. WINDER, C.; DOWLATABADI, A. *Producing animation*. Tracy Miller-Zarneke. 2nd ed. 2011. 456 p. cm. ISBN 978-0-240-81535-0.
12. TSCHANG, T.; GOLDSTEIN, A. Production and political economy in the animation industry: Why insourcing and outsourcing occur. Study presented at the DRUID Summer Conference 2004 on Industrial Dynamics, Innovation, and Development, Elsinore, Denmark. 2004, June 14–16. Retrieved from https://ink.library.smu.edu.sg/cgi/viewcontent.cgi?article=3852&context=lkcsb_research
13. ZHANG, H.; ZHU, C. Digital Technology in Animation Education: Enhancing Creativity and Engagement. In: *International Journal of Art and Design Education*, 2016. Volume 35, Issue 3, pp. 329-341.